УДК 519.6
DOI 10.33514/1694-7851-2024-2/1-297-306

Эшаров Э.А.
физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент
И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
elzare78@ mail.ru
Бийбосунов Б.И.
физика-математика илимдеринин доктору, профессор
техника илимдеринин доктору, профессор
И. Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
bbolotbek@mail.ru
Аркабаев Н.К.
физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент
Ош мамлекеттик университети
Ош ш.
narkabaev@ oshssu.kg.

B-СПЛАЙНДЫН НЕГИЗИНДЕ ВЕЙВЛЕТТЕРДИ ТҮЗҮҮ МИСАЛДАРЫ

Аннотация. Бул илимий макалада вейвлеттердин түзүлүшүнө карата конструктивдүү мамилелер каралган. Авторлор вейвлеттерди түзүүдө ***B***-сплайндарды колдонуунун мүмкүнчүлүктөрүн баяндашат. Хаар, Стренберг жана өзгөчө эрмиттик вейвлеттер үчүн ар кандай базалар келтирилген. Ал үчүн эки өлчөмдүү байланыштар жана сигналды кайра түзүү формулалары көрсөтүлгөн. Ошондой эле вейвлеттерди колдонуунун артыкчылыктары анализден өткөрүлөт.

Жыйынтык чыгарылып, вейвлеттер сигналдарды талдоодо, сүрөттөрдү иштетүүдө, маалыматты ыкчамдатууда жана башка көптөгөн чөйрөлөрдө пайдаланыла тургандыгы белгиленген.

Негизги сөздөр. Кичинекей толкундар, вейвлеттер, ***B***-сплайн, эки өлчөмдүү байланыштар, сигналдарды талдоо, сүрөттөрдү иштетүү, маалыматты кыскартуу.

Эшаров Э.А.
кандидат физико-математичких наук, доцент
Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек
elzare78@mail.ru
Бийбосунов Б.И.
доктор физико-математических наук, профессор
доктор технических наук, профессор
Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева
г. Бишкек
bbolotbek@mail.ru
Аркабаев Н.К.
кандидат физико-математичких наук, доцент
Ошский государственный университет
г. Ош.
narkabaev@ oshssu.kgм

ПРИМЕРЫ СОЗДАНИЯ ВЕЙВЛЕТОВ НА ОСНОВЕ *B*-СПЛАЙНОВ

Аннотация. В данной научной статье представлены конструктивные подходы к структуре вейвлетов. Авторы описывают возможности использования ***B***-сплайнов при генерации вейвлетов. Для вейвлетов Хаара, Стренберга и особенно эрмитовых вейвлетов даны разные базы. Для этого представлены двумерные связи и формулы восстановления сигнала. Также анализируются преимущества использования вейвлетов. Сделан вывод, что вейвлеты можно использовать в анализе сигналов, обработке изображений, обработке информации и во многих других областях.

Ключевые слова. Малые волны, вейвлеты, ***B***-сплайн, двумерные отношения, анализ сигналов, обработка изображений, обработка данных.

Esharov E.A.
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Kyrgyz State University named after. I. Arabaev
Bishkek c.
elzare78@mail.ru
Biybosunov B.I.
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Doctor of Technical Sciences, Professor
Kyrgyz State University named after. I. Arabaev
Bishkek c.
bbolotbek@mail.ru
Arkabaev N.K.
Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Osh State University
Osh c.
narkabaev@ oshssu.kg

EXAMPLES OF CREATION OF WAVELETS BASED ON B-SPLINE

Abstract. This scientific article provides constructive approaches to the structure of wavelets. The authors describe the possibilities of using B-splines in generating wavelets. Different bases are given for Haar, Strenberg, and especially Hermitian wavelets. For this, two-dimensional connections and signal reconstruction formulas are presented. The advantages of using wavelets are also analyzed.

It was concluded that wavelets can be used in signal analysis, image processing, information processing and many other areas.

Keywords. Small waves, wavelets, B-spline, two-dimensional relations, signal analysis, image processing, data reduction.

Киришүү

Вейвлет («вейвлет» – кичинекей толкундар) түшүнүгүн 1980-жылдардын ортосунда Гроссман жана Морле сейсмикалык жана акустикалык сигналдарды анализдөө менен байланыштуу киргизишкен [1, 2]. Вейвлеттер көптөгөн изилдөөлөрдө зарыл математикалык инструмент болуп эсептелинет. Аларды колдонуу бир сигналды анализдөөнүн жыйынтыгы анын мүнөздүү жыштыктарынын (өлчөмдөрүнүн) гана тизмесин эмес, бул жыштыктар өзүн көрсөткөн аныкталган локалдык координаталар жөнүндө маалыматты да камтуусу керек болгон учурларда ишке ашырылат. Демек, стационардык эмес (убакыт боюнча) же бир түрдүү эмес (мейкиндикте) типтеги сигналдарды талдоо жана иштеп чыгуу вейвлет-анализди колдонуу менен ишке ашырылары бизге белгилүү болду.

Вейвлет өзгөртүп түзүүсүнүн базисин куруунун жалпы принциби масштабдуу өзгөртүп түзүү жана жылдыруулардан турат. Эң көп колдонулган вейвлеттердин ар бири чектелген таяныч менен толук ортонормалдашкан функциялар системасын түзөт, ал өлчөмдүк трансформацияларды жана жылдырууларды колдонуу менен курулган. Анын эсебинен вейвлеттер ар кандай өлчөмдөгү айырмачылыктарды ачып көрсөтө алат, ал эми жылдыруу аркылуу бүтүндөй изилденүүчү интервалда ар кандай нукталардагы сигналдын өзгөчөлүктөрүн талдап көрүүгө мүмкүндүк алат. Бул системанын толуктоолук касиетинен улам тескери трансформацияны жасоого болот.

Стационардык эмес сигналдарды талдоодо вейвлеттер локалдуулук касиетинин эсебинен Фурье трансформациясына салыштырмалуу чоң артыкчылык алат, анткени акыркысы изилденүүчү сигналдын жыштыктары (өлчөмдөрү) жөнүндө гана жалпы маалымат берет, анткени ал жерде колдонулган функциялар системасы (синустар, косинустар же комплекстүү экспоненталар) чексиз интервалда аныкталган.

Убакыт боюнча сигналды бирдей дискреттештирүү учурунда, көп учурда чектөөсүз деп эсептелет, вейвлет түзүмү бир гана функциянын өлчөмүн өзгөртүү жана жылдыруу менен итерациялык алгоритмдин жардамы менен аныкталат. Бул өтө маанилүү көп өлчөмдүү талдоо процедурасына алып келет, ал өз кезегинде ар кандай өлчөмдөрдө локалдык мүнөздөмөлөрдү тез эсептөөгө мүмкүндүк берет. Ар бир өлчөм сигнал жөнүндө вейвлет коэффициенттер түрүндөгү өз ара байланышпаган кошумча маалыматты камтыйт, аларды тез вейвлет трансформациясы деп аталган итерациялык процедура аркылуу оңой эле эсептөөгө болот. Жыйындысында алар сигналды толук талдоо көйгөйүн чечет жана демек, аны пайда кылган айтылуу процессти диагностикалоону жеңилдетет.

Мындай анализ жүргүзүлгөндөн кийин, эгерде керек болсо кодировкаланган маалыматтардын маанилүү эмес бөлүгүн таштап салуу менен алынган маалыматтарды кысууга болот. Тыкыр жүргүзүлгөн аракет компьютердик эстутумду жана маалыматты берүүгө болгон ылдамдыгына карата талаптарды азайтуу менен чыгымдарды байкалуучу деңгээлде кыскартат. Албетте кысуу процедурасынан кийин сигналды кайрадан калыбына келтирүү сапаты мурдакыдай идеалдуу болбойт. Ошондой болсо да, кайра өзгөртүп түзүүдө (синтез) туура методдор колдонулган болсо изилденип жаткан сигналдын эң маанилүү мүнөздөмөлөрүн жеткиликтүү деңгээлде жана туруктуу кайрадан бере алат. Кысуу процедурасынын натыйжасында пайда болгон сигналды реконструкцияланган сигналдагы бузулууларды айтылуу кысууда болсо да салыштырмалуу аз кылууга болот. Анткени кайрадан берилбеген сигналдын бөлүгү көбүнесе сигналдагы ызы-чуу (шум) болот, мындай операциянын натыйжасында ызы-чуу тоскоолдуктарыдан арылуу деген тыянак чыгарылат. Демек, бул баскычта вейвлеттердин артыкчылыктары атайын өзгөчө ачык көрүнөт.

Системалык базистик сплайн вейвлеттерди түзүүнүн мисалдары

Вейвлеттерди түзүүгө болгон конструктивдүү ыкмалардын бири болуп B-сплайндарды колдонуу болуп эсептелинет.

1. Мейли, толтуруучу көп мүчөнүн даражасы нөлгө барабар дейли. Анда 1-даражадагы B-сплайн үчүн эки өлчөмдүү катыш төмөнкүчө аныкталат:

$$\varphi_0(t) = \varphi_0(2t) + \varphi_0(2t-1). \qquad (1)$$

Бул учурду тереңирээк карайлы. Мейли, $S=\{s_j\}_{j\in Z}$ – бир өлчөмдүү дискреттүү сигнал болсун дейли, мында Z – бүтүн сандардын жыйындысы. Анда (1)-ге ылайык $2j$ и $2j+1$, $j\in$Z, индекстүү ар бир жуп элемент, төмөнкү маанилерди тиешелештикке коебуз:

$$v_j = \frac{s_{2j} + s_{2j+1}}{2}, w_j = \frac{s_{2j} - s_{2j+1}}{2}.$$

Бул эки маани $V=\{v_j\}_{j\in Z}$ жана $W=\{w_j\}_{j\in Z}$ эки жаңы сигналды түзөт, алардын бири баштапкы сигналдын жөнөкөйлөтүлгөн версиясы болот (ар бир S элементтер жубуна алардын арифметикалык орточо мааниси дал келет), ал эми экинчиси баштапкы сигналды калыбына келтирүү үчүн зарыл болгон маалыматты (аны тактоочу деп атайбыз) камтыйт. Чындыгында:

$$s_{2j} = v_j + w_j,$$
$$s_{2j+1} = v_j - w_j, \; j \in Z.$$

S сигналына i_1. эркин чечүүчүлүк деңгээлин дайындайлы. Каалагандай $i_0<i_1$ чечүүчүлүк үчүн сигналдардын элементтерин эсептөө үчүн рекурренттүү формулаларды жазалы:

$$v_{i,j} = \frac{v_{i+1,2j} + v_{i+1,2j+1}}{2}, w_{i,j} = \frac{v_{i+1,2j} - v_{i+1,2j+1}}{2},$$
$$i = i_1 - 1, i_1 - 2, \ldots, i_0, v_{i_1,j} = s_j, \; j \in Z. \quad (2)$$

Сигналды калыбына келтирүү төмөнкү формулалар боюнча аткарылат:

$$v_{i+1,2j} = v_{i,j} + w_{i,j}, w_{i+1,2j+1} = v_{i,j} - w_{i,j}, \; j \in Z,$$
$$i = i_0, i_0 + 1, \ldots, i_1 - 1. \quad (3)$$

(2) жана (3) формулалары тийиштүү түрдө, бир өлчөмдүү дискреттүү сигналдын Хаар түз жана кайра өзгөртүп түзүүсүн кандай ар кандай чечүүчүлүк деңгээлинде аныктайт. $w_{i,j}$ – жыйналуучулук коэффициенттери – вейвлет коэффициенттери деп аталат. Бул вейвлеттер класы Хаар вейвлеттери [3-4] деп аталат (1а-сүрөт).

$$w_H(t) = \varphi_0(2t) - \varphi_0(2t-1). \quad (4)$$

(1), (4) теңдемелер системасы так түрдө чечмеленет жана төмөнкүдөй тескери катышты берет:

$$\varphi_0(2x) = \frac{1}{2}(\varphi_0(x) + w_H(x)). \quad (5)$$

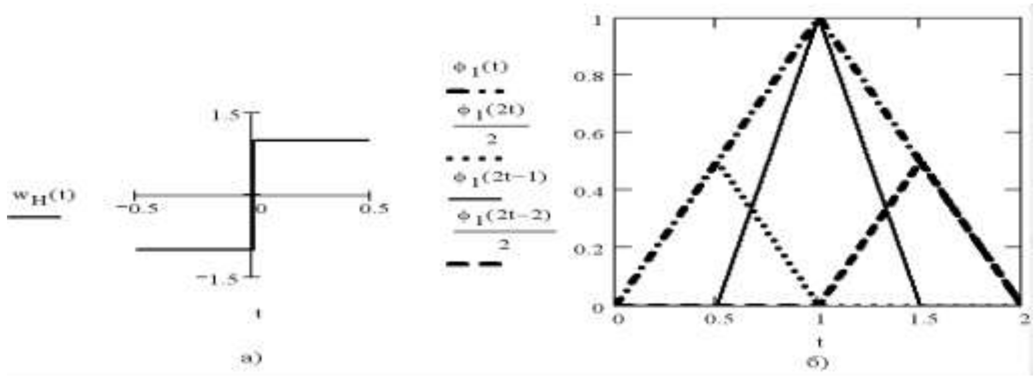
Бул жерде (5) катышы тыгыз тордогу сплайндар кеңдигин ортогоналдуу жыйналуучулук мейкиндигин аныктайт жана вейвлеттер мейкиндигин бөлүштүрүүнү билдирет. Вейвлет теориясында бул касиет жарым ортогоналдуулук шарты деп аталат. Кошумча түрдө, Хаар вейвлети ортонормалдуулук касиеттерине ээ, башкача айтканда

$$\int w_H(x-l) w_H(x-k) dx = \delta_k^l = \begin{cases} 1, k = l, \\ 0, k \neq l. \end{cases}$$

Практикалык жактан алганда, нормалдаштыруу ортогоналдуу жыйналуучулукка тиешелүү коэффициентинин чоңдугу боюнча тийиштүү спектралдык жыштыктардын маанилүүлүгү жөнүндө пикир түзүү үчүн керек. Маанилүү эместер маалыматты кысуу максатында алынып салынат. Бул учурда пайда болгон каталар алынып салынган вейвлет коэффициенттеринин чоңдугу менен пропорционалдуу болот.

2. Толтуруучу полиномдун көп мүчөсү бирге барабар деп алалы. 2-даражадагы В-сплайн үчүн эки өлчөмдүү байланыш төмөнкүдөй түргө ээ (1б-сүрөт):

$$\varphi_1(t) = \frac{1}{2}\varphi_1(2t) + \varphi_1(2t-1) + \frac{1}{2}\varphi_1(2t-2)\,. \qquad (6)$$



1-сүрөт. а) $w_H(t)$ функциясынын графиги.

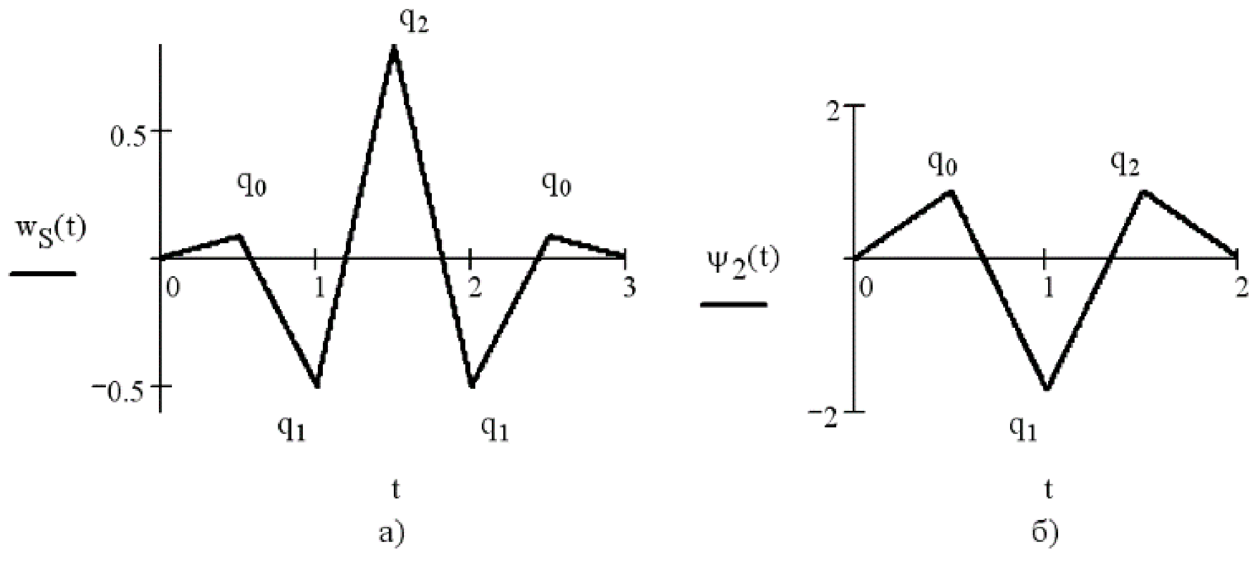
б) $\varphi_1(t)$, $\frac{1}{2}\varphi_1(2t)$, $\varphi_1(2t-1)$, $\frac{1}{2}\varphi_1(2t-2)$ функцияларынын графиктери.

Тиешелүү жарым ортогоналдуу вейвлеттердин классы кээде Стремберг вейвлеттери [3] деп аталат (2а -сүрөт):

$$w_S(t) = \frac{1}{12}\left(10\varphi_1(2t-2) - 6\left(\varphi_1(2t-1) + \varphi_1(2t-3)\right) + \varphi_1(2t) + \varphi_1(2t-4)\right).$$

Тилекке каршы, Хаардын учурунан айырмаланып, (4), (5) түрүндөгү сигналды жыйналуучулук жана калыбына келтирүүнүн так формулалары жок. Ошондуктан жыйналуучулуктун негизги коэффициенттери үчүн жакындатылган түрдө байланыштарга [4] же MATLAB пакетинде ишке ашырылган матрицалык иштетүү ыкмаларына кайрылууга туура келет [5].

Жарым ортогоналдуулук касиетине ээ болгон вейвлеттерди [4] ишинде m - сплайндын тартибине жараша [0, 2m-1] мүнөздүү таянычта түзүүгө болот деп көрсөтүлгөн. Атап айтканда, m=2 үчүн [0, 3] сегменти алынат. Бул Хаар вейвлети үчүн [0, 1] жана [0, 2] сегменттеринен турган таянычка карама-каршы келет. Ошондуктан андан ары [0, 2] жана [0, 3] аралыгында кичинекей таяныч менен $\Psi_2(x)$ вейвлетин түзүүгө аракет жасалат (2б-сүрөт).



2-сүрөт. а) $w_S(t)$ функциясынын графиги. б) $\Psi_2(t)$ функциясынын болжолдуу графиги.

Симметрия шарттары аткарылды деп эсептөө менен $\Psi_2(x)$ функциясынын аналитикалык туюнтмасын төмөнкү түрдө жазууга болот:

$$\Psi_2(x)=\begin{cases}2q_0x,\ 0\le x\le\frac{1}{2},\\ 2q_0(1-x)+2q_1(2x-1),\frac{1}{2}\le x\le 1,\\ \Psi_2(2-x),1\le x\le 2.\end{cases}$$

Ортогоналдуулук байланышы төмөнкү түрдү алат:

$$\int_1^2\Psi_2(x)\Psi_2(x-1)dx=0.$$

Жыйналуучулук байланышынын (7) аналогу төмөнкү түрдө кабыл алынат:

$$\sum_{i=-2}^{2}a_i\varphi_1(2x-i)=\sum_{j=-1}^{0}b_j\Psi_2(x-j)+\sum_{k=-1}^{0}c_k\varphi_1(x-k).$$

Симметриялуу учурда, $b_{-1}=b_0$, $c_{-1}=c_0$ болгондо, төмөнкүдөй теңдемелер системасы алынат:

$$\begin{cases}a_0=2b_0q_0+c_0,\\ a_1=-2b_0q_0+c_0,\\ a_2=b_0q_0+\frac{1}{2}c_0,\end{cases}$$

бул система ачык түрдө төмөнкүдөй жуп жана так эмес индекстер үчүн жыйналуучулук байланыштарына алып келет:

$$\varphi_1(2x-2)+2\varphi_1(2x)+\varphi_1(2x+2)=\frac{1}{2q_0}\left[\Psi_2(x-1)+\Psi_2(x)\right]+\varphi_1(x-1)+\varphi_1(x),$$

$$\varphi_1(2x-1)=\frac{-1}{4q_0}\Psi_2(x)+\frac{1}{2}\varphi_1(x).$$

Калган q_0 эркин параметри орточо жана четки индекстер үчүн нормалдаштыруу шарттарынан аныкталат. Жогоруда алынган жыйынтыктарды (2), (3) гө аналогиялуу түрдө сигналды жыйналуучулук жана калыбына келтирүү алгоритми катары баяндоого болот.

ТЕОРЕМА. Мейли, $S=\{s_j\}$, $j=0,1,\ldots,m$, $m=2^k$, $k\ge1$ бир өлчөмдүү дискреттүү сигнал бар деп алалы, анда (6) га ылайык төмөнкү маанилер эсептелет:

$$v_0 = \frac{2s_0 + s_1}{4}, w_0 = \sqrt{6}\,\frac{s_1 - 2s_0}{4},$$

$$v_j = \frac{s_{2j-1} + 2s_{2j} + s_{2j+1}}{4}, w_j = \sqrt{3}\,\frac{s_{2j-2} - 2s_{2j} + s_{2j+1}}{4},$$

$$j = 1,2,\ldots,\frac{m}{2} - 1, \tag{7}$$

$$v_{\frac{m}{2}} = \frac{2s_m + s_{m-1}}{4}, w_{\frac{m}{2}} = \sqrt{6}\,\frac{s_{m-1} - 2s_m}{4}.$$

Бул маанилер V={v_j} и W={w_j}, j=0,1, …, 2^{m-1} эки жаңы сигналды түзөт, алардын бири баштапкы сигналдын жөнөкөйлөтүлгөн нускасы болсо, экинчиси баштапкы сигналды төмөндөгү формулаларга ылайык калыбына келтирүү үчүн зарыл болгон тактоочу маалыматты камтыйт:

$$s_0 = v_0 - \frac{w_0}{\sqrt{6}},\ s_m = v_{\frac{m}{2}} - \frac{1}{\sqrt{6}} w_{\frac{m}{2}},$$

$$s_{2j} = v_j - \frac{w_j}{\sqrt{3}},\ j = 1,2,\ldots,\frac{m}{2} - 1, \tag{8}$$

$$s_1 = v_0 + v_1 + \frac{w_0 + w_1}{\sqrt{6}},\ \text{åñëè}\ m = 2.$$

Жетишпеген маанилер үч диагональдуу теңдемелер системасынын жардамы менен аныкталат.:

$$s_1 + \frac{1}{2}s_3 = v_0 + v_1 + \frac{w_0}{\sqrt{6}} + \frac{w_1}{\sqrt{3}},$$

$$\frac{1}{2}s_{2j-1} + s_{2j+1} + \frac{1}{2}s_{2j+3} = v_j + v_{j+1} + \frac{w_j + w_{j+1}}{\sqrt{3}},\ j = 1,2,\ldots,\frac{m}{2} - 2, \tag{9}$$

$$\frac{1}{2}s_{m-3} + s_{m-1} = v_{\frac{m}{2}-1} + v_{\frac{m}{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} w_{\frac{m}{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{6}} w_{\frac{m}{2}}.$$

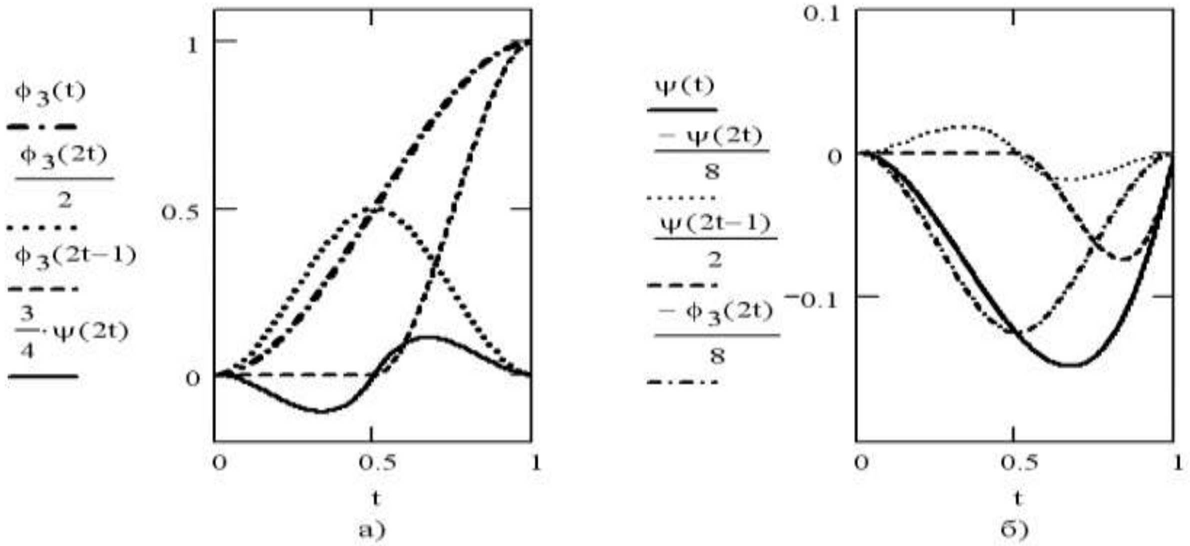
Далилдөө теңдемелер системасынын (9) теңдемелер системасынын биринчи жана акыркы катарларындагы чыныгы катуу диагоналдык үстөмдүк (наличие строгого диагонального преобладания) менен жыйынтыкталат. (7) жана (8), (9) формулалары тийишелүү түрдө бир өлчөмдүү дискреттүү сигналдын түз жана кайра өзгөртүп түзүү каалагандай уруксат берңң деңгээлинде аныкталат.

Мүчөлөргө ажыратуу коэффициенттери w_j - вейвлет коэффициенттери деп аталат. Белгилүү адабияттарда [1-4] бул вейвлеттер класы жөнүндө эч нерсе айтылган эмес.

3. Эми толтуруучу көп мүчөнүн даражасы үчкө барабар деп алалы. Жогорудагы (1), (6) катыштары тең салмаксыз точо учурунда да сактала тургандыгы оңой байкалат. Бул багытта андан ары өнүктүрүү негизинен тең салмактуу сетка учурундагы базистик функциялардын симметрия касиетине таянат. Салмаксыз дискреттештирүү учуру вейвлет теориясында практикалык жактан эч нерсе белгисиз стационардык эмес схемаларга таандык [3]. Ошондуктан эрмиттик сплайндардын учуру каралат [6]. Негизги эрмиттик сплайндардын 3-даражасы үчүн эки өлчөмдүү байланыштарды төмөнкүдөй түрдө алууга болот (3-сүрөт):

$$\varphi_3(t) = \frac{1}{2}\varphi_3(2t) + \varphi_3(2t-1) + \frac{1}{2}\varphi_3(2t-2) + \frac{3}{4}\big(\psi(2t) - \psi(2t-2)\big),$$

$$\psi(t) = \frac{1}{2}\psi(2t-1) - \frac{1}{8}\psi(2t) - \frac{1}{8}\psi(2t-2) - \frac{1}{8}\big(\varphi_3(2t) - \varphi_3(2t-2)\big).$$



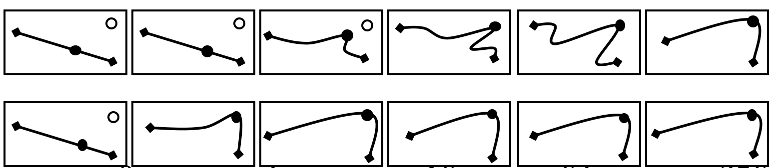
3-сүрөт. Функциялардын графиктери: а) $\varphi_3(t)$, $\frac{1}{2}\varphi_3(2t)$, $\varphi_3(2t-1)$, $\frac{3}{4}\psi(2t)$; б) $\psi(t)$, $-\frac{1}{8}\psi(2t)$, $\frac{1}{2}\psi(2t-1)$, (Симметриянын эсебинен ар бир сүрөттүн жарымы гана көрсөтүлгөн).

Андан ары түзүү салмактуу тордогу сплайндар кеңдигин салмаксыз тордогу сплайндардын жыйналуучулук кеңдигин толуктоого негизги базисти табууга келеип такалат [7].

Жекече учурда, В-сплайндарынын базисинин жай таралуучулугу 4-сүрөттүн жогорку катарындагы сүрөттөр менен иллюстрацияланат ([3], 202-б). Анда ийри минималдык энергия үчүн вариациялык чечим 1024 итерациядан кийин гана жай таралуучулукка ээ экендиги варияциялык чечим экендиги көрсөтүлгөн. Вейвлеттер базиси учурунда ийри чечимге тез таралат жана акыркы формага жакын чечимге жакындап, 64 итерациядан кийин эле акыркысына жакын форманы кабыл алат. Мындай негизди алмаштыруудан улам пайда болгон натыйжа 4-сүрөттүн төмөнкү катарындагы сүрөттөр менен иллюстрацияланган.

B-сплайн:

Вейвлет:



Кайталоо саны: 0 4 16 64 256 1024

4-сүрөт. Үч чектөөгө жооп берген минималдуу энергиялуу ийриге конвергенцияланган итерациялардын катары. Жогорку катар В-сплайндарынын негизин колдонуудан улам пайда болгон жай таралуучулукту чагылдырат; төмөнкү катар вейвлеттердин негизин пайдалануу менен жакшырган таралуучулукту көрсөтөт.

Эрмиттик вейвлеттерди пайдаланууда ар бир итерацияда эсептөөлөрдүн ылдамдыгынын кошумча жогорулашы күтүлөт, анткени негизги вейвлеттин таянычы [0, 7] дан [0, 2] га чейин кыскарат.

Вейвлеттердин кеңири колдонула тургандыгын белгилеп кетүү зарыл. Мисалы, маалыматтарды фильтрлөө жана алдын-ала иштетүү; биржалардагы абалды анализдөө жана кырдаалды божомолдоо үчүн; образдарды таануу; ар түрдүү сигналдарды (сөздүк, медициналык) иштетүү жана синтездөө; сүрөттөрдү кысуу жана иштетүү маселелерин чечүү; нейро тармактарын окутууда.

Бул саналган баардык маселелерде сигналды туруктуу деңгээлдин бөлүктөрүндө алдын ала бөлүштүрүү жана стационардык эмес вейвлеттерди колдонуу берилген маалыматты билинээрлик деңгеелде кыскартууга алып келет жана спектралдык компоненттерди ажыратуу баскычындагы эсептөө операцияларынын санын кыскартат.

Колдонулган адабияттардын тизмеси

1. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – М: РХД, 2001. – С.332.
2. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. – СПб: ВУС, 1999. – С. 290.
3. Столниц Э., ДеРоуз Т., Салезин Д., Вейвлеты в компьютерной графике: Пер. с англ.– Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. – С.272.
4. Чуи Ч. Введение в вейвлеты: Пер. с англ. – М.: Мир, 2001. – С. 412.
5. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. – М.: СОЛОН-Р. – С.448.
6. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. – М.: Наука, 1980. – С.352.
7. Шумилов Б.М., Эшаров Э.А. Построение эрмитовых сплайн-вейвлетов // Вестник Томского государственного университета. Сер.,Математика. Кибернетика. Информатика. Приложение. – 2006. – №19. – С. 260-266.

Рецензент: физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент Сабитов Б.Р.