Халматов А.А., Азимова Н.К., Маматислам уулу И.

КАДИМКИ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИ MAPLE ПАКЕТИНДЕ АНАЛИЗДӨӨ

Халматов А.А., Азимова Н.К., Маматислам уулу И.

АНАЛИЗ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПАКЕТЕ MAPLE

Khalmatov A., Azimova N., Mamatislam uulu I.

ANALYSIS OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS IN THE MAPLE PACKAGE

УДК: 517.928

Бүгүнкү күндө ар кандай маселени же аны чыгарууну автоматташтыруу же санариптештирүү заманбап актуалдуу маселелердин бири. Биздин кылым санариптештирүү кылымы деп аталышы да бекеринен эмес. Анткени бүгүнкү күндө бардык илимдин тармактарында, турмушта, практика санариптештирүү кеңири колдонулууда. Мисалы, электрондук капчыктар, түндүк платформасы, ж.б.у.с. Баарыбызга белгилүү болгондой табияттын тили бул математика. Табиятта болуп жаткан кубулуштар, процесстер математикалык моделдердин жардамында изилденет. Математикалык моделдердин эң кеңири таралган түрү бул дифференциалдык теңдемелер. Дифференциалдык теңдемедерди изилдөө, чыгарылыштарын табуу жалпы учурда оңой эмес. Бирок бүгүнкү күндө бир нече математикалык пакеттер иштелип чыккан. Алардын бири Maple пакети. Биз макалада дифференциалдык теңдемелерди анализдөөнү Maple пакетинде карайбыз. Maple пакетинде кантип жалпы жана жекече чыгарылыштарды тургузууну карайбыз. Maple пакетинде баштапкы жана чектик маселелердин аналитикалык, сандык жана графикалык чыгарылыштарын тургузуу изилденди.

Негизги сөздөр: Maple пакети, дифференциалдык теңдеме, так чыгарылыш, жакындаштырылган чыгарылыш, чек аралык шарттар, баштапкы маселе, чек аралык маселе, автоматташтыруу, санариптештирүү.

Автоматизация или цифровизация любой задачи или ее решение сегодня является одной из самых актуальных проблем современности. Не зря наш век называют веком цифровизации. Потому что сегодня цифровизация широко используется во всех областях науки, жизни и практики. Например, электронные кошельки, платформа тундук и т.д. Как мы все знаем, язык природы – математика. Явления и процессы, происходящие в природе, изучаются с помощью математических моделей. Наиболее распространенным типом математических моделей являются дифференциальные уравнения. Изучение дифференциальных уравнений и поиск решений в целом непростая задача. Однако сегодня разработано несколько математических пакетов. Одним из них является пакет Maple. В данной статье мы рассмотрим анализ дифференциальных уравнений в пакете Maple. Мы рассмотрим, как построит общие и частные решения дифференциальных уравнений в пакете Maple. В пакете Maple исследованы аналитическое, численное и графическое решения начальных и краевых задач.

Ключевые слова: пакет Maple, дифференциальное уравнение, точное решение, приближенное решение, граничные условия, начальная задача, краевая задача, автоматизация, цифровизация.

Automation or digitalization of any task or its solution today is one of the most pressing problems of our time. It’s not for nothing that our age is called the age of digitalization. Because today digitalization is widely used in all areas of science, life and practice. For example, electronic wallets, tunduk platform, etc. As we all know, the language of nature is mathematics. Phenomena and processes occurring in nature are studied using mathematical models. The most common type of mathematical models are differential equations. Studying differential equations and finding solutions in general is not an easy task. However, today several mathematical packages have been developed. One of them is the Maple package. In this article we will look at the analysis of differential equations in the Maple package. We will look at how to construct general and particular solutions of differential equations in the Maple package. Analytical, numerical and graphical solutions of initial and boundary value problems were studied in the Maple package.

Key words: Maple package, differential equation, exact solution, approximate solution, boundary conditions, initial problem, boundary value problem, automation, digitalization.

Киришүү. Бүгүнкү күндө ар кандай маселени же аны чыгарууну автоматташтыруу же санариптештирүү заманбап актуалдуу маселелердин бири. Биздин кылым санариптештирүү кылымы деп аталышы да бекеринен эмес. Анткени бүгүнкү күндө бардык илимдин тармактарында, турмушта,

практика санариптештирүү кеңири колдонулууда. Мисалы, электрондук капчыктар, түндүк платформасы, ж.б.у.с.

Табиятта болуп жаткан кубулуштар, процесстер математикалык моделдердин жардамында изилденет. Математикалык моделдердин эң кеңири таралган түрү бул дифференциалдык теңдемелер. Дифференциалдык теңдемелерди изилдөө, чыгарылыштарын табуу жалпы учурда оңой эмес. Бирок бүгүнкү күндө бир нече математикалык пакеттер иштелип чыккан. Алардын бири Maple пакети. Биз макалада дифференциалдык теңдемелерди анализдөөнү Maple пакетинде карайбыз. Maple пакетинде кантип жалпы жана жекече чыгарылыштарды тургузууну карайбыз. Maple пакетинде баштапкы жана чектик маселелердин аналитикалык, сандык жана графикалык чыгарылыштарын тургузууну изилдейбиз.

Белгилүү англис физиги, математиги, механиги жана астроному, классикалык физиканын жана математикалык анализдин түзүүчүлөрүнүн бири Исаак Ньютон (25.12.1642 – 20.03.1727) айткандай: – жаратылыштын мыйзамдары дифференциалдык теңдемелер менен туюнтулат. Ошондуктан дифференциалдык теңдемелерди изилдөө математиканын гана эмес физиканын жана техниканын заманбап актуалдуу маселелердин бири болуп саналат.

Бүгүнкү күндө маалыматтык технологиялар жогорку ылдамтык менен өнүгүп келе жатышат. Математик-программисттер дагы четте турбай математикалык моделдерин компьютердик моделдерин түзүү үчүн ар кандай математикалык пакеттерди иштеп чыгышууда. Мисалы, Maple, Matlab, MathCad, Mathematica, ж.б.

Бул пакеттердин ичинен биз кеңири таралган Maple пакетине токтолобуз. 1984-жылы Waterloo Maple Inc компаниясы тарабынан Maple пакети сунушталган. Maple пакетинин жардамында физиканын, математиканын, статистиканын дээрлик бардык тармактарынын маселелеринин аналитикалык, сандык жана графикалык чыгарылыштарын тургузууга болот. Интернетте Maple дин өзүнүн сайты бар https://www.maple.com/ ушул жерден пакет жөнүндө кеңири маалымат алууга болот. Мына ушул Maple пакетинде дифференциалдык теңдемелерди чыгарууну карайбыз.

Кадимки дифференциалдык теңдемелер үчүн dsolve(eq, var, options) командасы колдонобуз, мында eq – дифференциалдык теңдеме, var – белгисиз функциялар, options – параметрлер.

options параметрлерде дифференциалдык теңдемени чыгаруунун методдору көрсөтүлөт. Эгерде бул параметр көрсөтүлбөсө, анда система автоматтык түрдө (по умолчанию) аналитикалык чыгарылышты тургузат: type=exact.

Негизинен дифференциалдык теңдемелердин теориясында чыгарылыштардын фундаменталдык системасы деген өтө маанилүү түшүнүк бар. Maple пакетинде чыгарылыштардын фундаменталдык системасын (ЧФС) табуу үчүн dsolve командасынын параметрине output=basis деп жазуу керек. Мисалдар келтиребиз:

1-мисал. Maple пакетинде $y''(x)+2y'(x)+y(x)=0$ дифференциалдык теңдеменин ЧФСин тургузуу үчүн төмөнкү командалардын удаалаштыгы берилет:

$> eq1 := y''(x)+2y'(x)+y(x)=0:$

$> dsolve(eq1, y(x), output=basis);$

$$\left[e^{-x}, e^{-x}x\right]$$

Демек, ЧФС: $y_1(x)=e^{-x},\ y_2(x)=xe^{-x}$ болот.

2-мисал. Төмөнкү баштыпкы маселенин чыгарылышын табууну жана графигин тургузууну карайбыз:

$$y'(x)+xy(x)=1,\ y(0)=1.$$

Чыгаруу. а) теңдемени кийиребиз:

$> eq2 := y'(x)+xy(x)=1:$

$> dsolve(eq2, y(x)):$ # жалпы чыгарылышты алуу үчүн

$$y(x)=\left(\sqrt{\pi}\ \mathrm{erf}\left(\frac{1}{2}\sqrt{-2}x\right)+_C_1\right)e^{-\frac{x^2}{2}},$$

мында _C1 – эрктүү туруктуу, # белги коментарий жазуу үчүн колдонулат.

б) Баштапкы шартты канааттандырган жекече чыгарылышты тургузабыз:

$> ics := y(0)=1:$

> dsolve({eq2, ics});

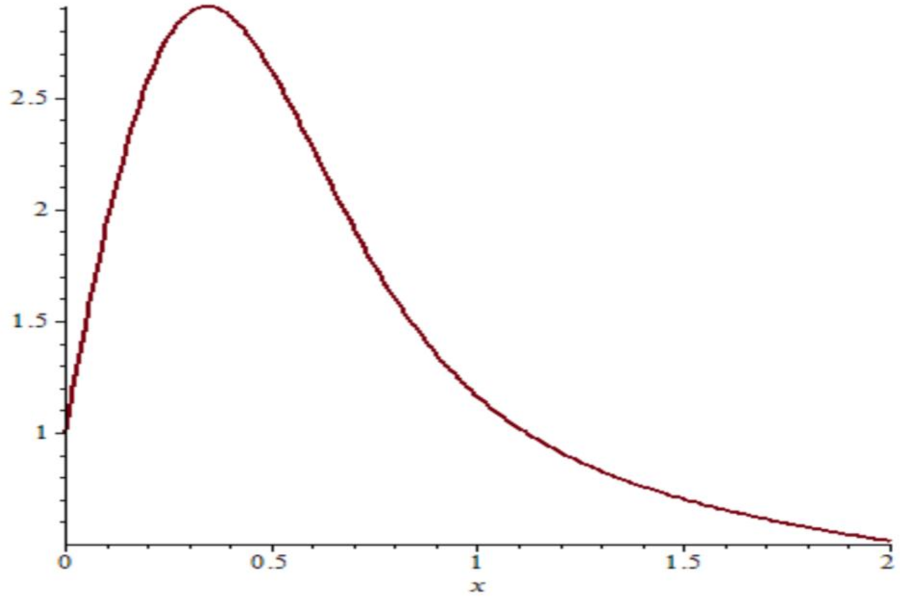
$$y(x)=\left(\sqrt{\pi}\,\mathrm{erf}\left(\frac{1}{2}\sqrt{-2}x\right)+1\right)e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Бул функциянын графигин тургузабыз:

> y1:=rhs(%):

графикти тургузуу үчүн plot командасын чакырабыз:

> plot(y1,x=0..2,thickness=2);



Maple чөйрөсүндө чек аралык маселесинин чыгарылышын табуу үчүн cond командасы колдонулат.

3-мисал. $y''(x)+y(x)=2x-\pi,\ y(0)=0, y(\pi/2)=0$ чек аралык маселесинин чыгарылышын жана анын графигин тургузабыз.

Маселени чечүү үчүн төмөнкү командаларды ирети менен кийиребиз:

> restart; de3: = diff(y(x), x$2) + y(x) = 2* – Pi:

> cond: = y (0) = 0, y(Pi/2) = 0:

> dsolve({de,cond}, y(x));

y(x) = 2x – π + π cos (x)

Жооп: y(x)=2x–π +π cos(x).

Графигин тургузабыз:

> y1: = rhs(%):

> plot (y1, x =- 10..20, thickness = 2);

4-мисал. Системаса үчүн баштапкы маселени изилдейбиз:

$$\begin{cases} x'=4x+2y-2z,\ y'=x+3y-z,\ z'=3x+3y-z, \\ x(0)=1,\ y(0)=-1,\ z(0)=3. \end{cases}$$

Чыгаруу. Төмөнкү командаларды ирети менен беребиз:

> S: = D(x)(t) = 4* x (t)+2*y(t) – 2*z(t), D(y)(t) = x(t)+3*y(t) – z(t), D(z)(t) = 3 * x(t) + 3*y(t) – z(t):

> NU: = x(0) = 1, y(0) = –1, z(0) = 3:

> dsolve({S, NU});

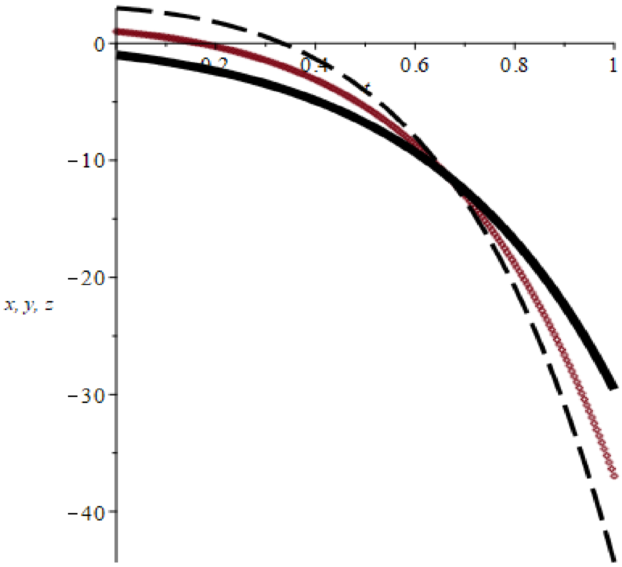
натыйжада төмөнкү жоопту алабыз:

$$\{z(t)=\mathbf{e}^{(2t)}(3-9t), x(t)=(-6t+1)\,\mathbf{e}^{(2t)}, y(t)=\mathbf{e}^{(2t)}(-1-3t)\}$$

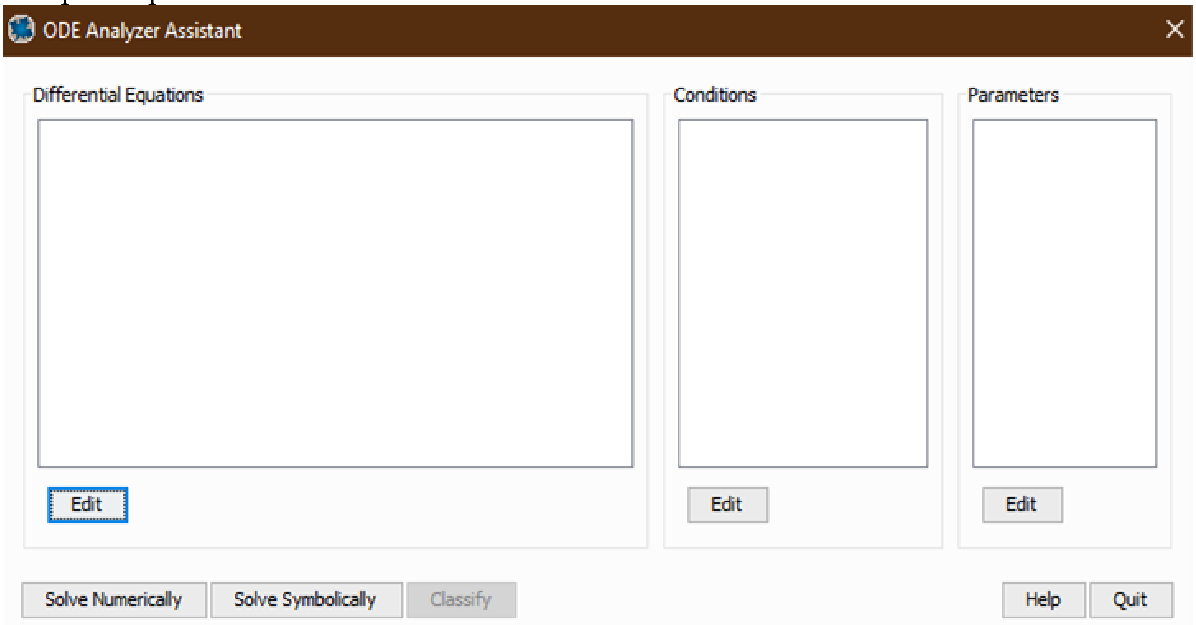
Бул системанын сандык чыгарылышын тургузса да болот, ал үчүн төмөнкү командаларды беребиз:

> R:=dsolve({S,NU}, numeric):

> with(plots): odeplot(R, [[t,x(t)], [t,y(t)], [t,z(t)]], t=0..1);



Maple пакетинде кадимки дифференциалдык теңдемелерди анализдөө үчүн атайын ODE analyzer Assistant терезеси орнотулган. Бул ассистентти жүктөө үчүн tools/Assistants/ ODE Analyzer… маршруту боюнча жүктөйбүз:



Differential Equation терезеге кадимки дифференциалдык теңдемени ассистенттин жардамында кийиребиз. Conditions терезесине баштапкы же чек аралык же башка шарттарды кийиребиз. Parameters терезесине эгерде теңдемеде кандайдыр параметрлер катышкан болсо, ошол параметрлердин маанилерин кийиребиз. Мисалы, дифференциалдык теңдеме кичи параметрди кармаган болсо, анда ошол кичи параметрдин маанилери кийирилет. Edit баскычтарынын жардамында теңдемени же шарттарды же параметрлердин маанилерин редактирлөөгө (ондоо же өзгөртүү) болот. Solve Numerically баскычынын жардамында биз сандык чыгарылышты тургуза алабыз, ал эми Solve Symbolically баскычынын жардамында аналитикалык чыгарылышты алабыз. Help – суроолор пайда болсо басабыз. Quit – терезени жаап ассистенттен чыгып кетүү.

Адабияттар:

1. Аладьев В.З., Бойко В.К., Ровба Е.А. Программирование в пакетах Maple и Mathematica: Сравнительный аспект / Монография / Гродно: Гродненский Госуниверситет, 2011, 517 с.
2. Кирсанов М. Н. Практика программирования в системе Maple. М.: Издательский дом МЭИ, 2011, 208с.
3. Кирсанов М. Н. Задачи по теоретической механике с решениями в Maple 11. М.: Физматлит, 2010, 264с.
4. Коробов В.И., Очков В.Ф. Химическая кинетика: введение с Mathcad/Maple/MCS. М.: Горячая линия-Телеком, 2009.

5. Чарльз Генри Эдвардс, Пенни Дэвид Э. Дифференциальные уравнения и краевые задачи: моделирование и вычисление с помощью Mathematica, Maple и MATLAB. 3-е издание. Киев.: Диалектика-Вильямс, 2007. ISBN 978-5-8459-1166-7.
6. Кирсанов М. Н. Графы в Maple. М.: Физматлит, 2007, 168с.
7. Аладьев В.З., Бойко В.К., Ровба Е.А. Программирование и разработка приложений в Maple. Гродно, Таллин, 2007.
8. Аладьев В.З. Основы программирования в Maple. Таллин, 2006.
9. Алексеев Е. Р., Чеснокова О. В. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9. М: НТ Пресс, 2006, 496с. ISBN: 5-477-00208-5.
10. Аладьев В.З. Системы компьютерной алгебры. MAPLE: Искусство программирования. Бином. Лаборатория знаний, 2006.
11. Дьяконов В.П. Maple 9 в математике, физике и образовании. М.: СОЛОН-Пресс, 2004.
12. Голоскоков Д.П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. С-Пб: Питер, 2004.
13. Дьяконов В.П. Maple 8 в математике, физике и образовании. М.: СОЛОН-Пресс, 2003.
14. Дадажанова Г.А. Сингулярдуу козголгон өзгөчө чекити бар биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдеменин чечиминин асимптотикасын тургузуу / Г.А. Дадажанова, К.А. Абсатар // Ош мамлекеттик университетинин Жарчысы. Математика. Физика. Техника. – 2022. – No. 1. – P. 9-15. – DOI 10.52754/16948645_2022_1_1. – EDN ILPPRM.
15. Халматов А.А. Приближенно-асимптотическое решение сингулярно возмущенной первой краевой задачи для кольца / А.А. Халматов, Т.Х. Камилова, Н.М. Мамыталиева // Вестник Ошского государственного университета. Математика. Физика. Техника. – 2022. – № 1. – С. 51-57. – DOI 10.52754/16948645_2022_1_5. – EDN HTFWNI.