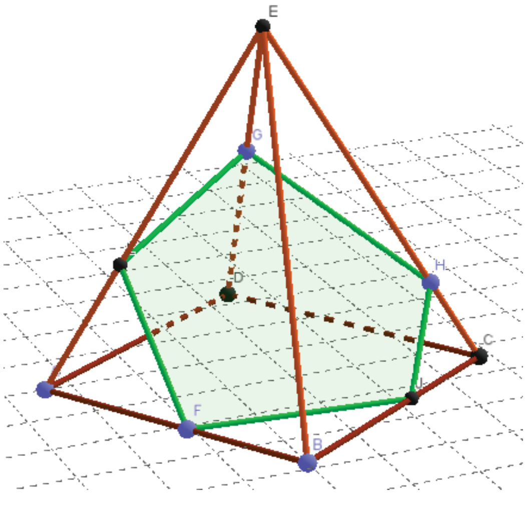
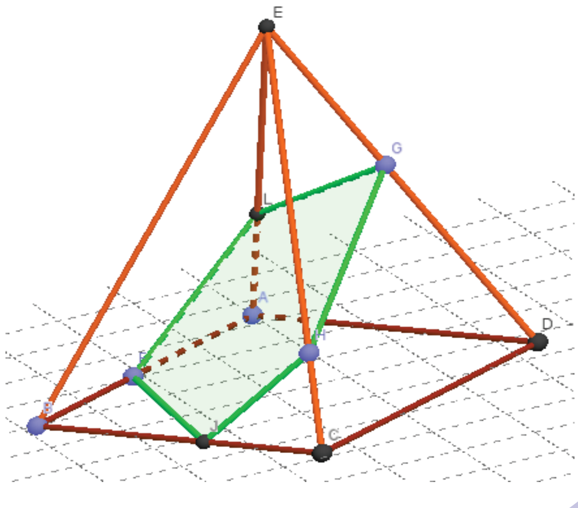
**БАЙБОЛОТОВ Б.А., ДЖАПАРОВА С.Н.,
МАДАНБЕКОВА Э.Э.**

ГЕОМЕТРИЯ
КУРСУН ОКУТУУДА МААЛЫМАТТЫК ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫН КОЛДОНУЛУШУ





Каракол 2024

Касым Тыныстанов атындагы Ысык-Көл мамлекеттик университети

БАЙБОЛОТОВ Б.А., ДЖАПАРОВА С.Н., МАДАНБЕКОВА Э.Э.

ГЕОМЕТРИЯ КУРСУН ОКУТУУДА МААЛЫМАТТЫК ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫН КОЛДОНУЛУШУ

Окуу методикалык колдонмо

Каракол 2024

УДК 524
ББК 42.25
Б 45

Рецензенттер:

Бекежанов М.М., С. Нааматов ат. Нарын мамлекеттик университетинин доценти., п.и.к.;

Исабеков К.А., К. Тыныстанов ат. Ысык-Көл мамлекеттик университетинин доценти, ф-м.и.к., Каракол шаары

Байболотов Б.А., Джапарова С.Н., Маданбекова Э.Э.

Б Геометрия курсун окутууда маалыматтык технологиялардын колдонулушу. *Окуу методикалык колдонмо. – Б.:* 2024-ж. 100 б.

ISBN 9967-312-45-74-1

Окуу методикалык колдонмодо геометриялык маселелерди чыгарууда көрсөтмө катарында ***GeoGebra*** программасы менен ар түрдүү геометриялык чиймелер чийилип көрсөтүлөт. Чийменин конструктивдүү элементтеринин негизги касиеттери, кесиндинин узундугу, бурчтун чоңдугу, көп бурчтуктун аянты, чекиттин координаталары, түз сызык же айлананын теңдемеси сыяктуу объекттер панелинде автоматтык түрдө (объекттер кайсыл тилде жазылгандыгына карабастан) баяндалат.

ISBN 9967-312-45-74-1

УДК 524
ББК 42.25
© Авторлор коллективи, 2024

КИРИШҮҮ

Азыркы учурда мектепте компьютердик технологиялар жана бүткүл дүйнөлүк Интернет желеси, информатика сабагында гана эмес, башка окуу предметтеринде колдонулууда. Окуу процессинде компьютердик технологияларды колдонуу учурдун талабы. Маалыматтык технологиялардын коомдун бардык чөйрөлөрүнө, анын ичинде билим берүү чөйрөсүнө да жайылышы өз таасирин тийгизүүдө.

Геометрияны салттуу окутуунун методикасы ой жүгүртүүнүн логикалык компоненттерин өнүктүрүүгө байланыштуу азыркы учурда жакшы натыйжа бербей келет. Учурда геометрияны жеткиликтүү жана көрсөтмөлүү окутууга ылайыктуу атайын интерактивдүү геометриялык чөйрөлөр (ИГЧ) иштелип чыгууда. Ушундай программалардын бири ***GeoGebra*** - билим берүүнүн бардык баскычтарында математикалык моделдерди түзүүгө жана визуалдаштырууга, графикалык жана сандык эксперименттерди жүргүзүүгө жана математикалык маселелерди аткарууга негизделген акысыз кроссплатформалык (бир нече аракеттер системалары үчүн) динамикалык математикалык программа болуп эсептелет.

Программанын эң жакшы мүмкүнчүлүктөрүнүн бири орнотулган тил буйруктары аркылуу ар түрдүү математикалык эсептөөлөрдү аткаруудан сырткары орнотулган тил буйруктары аркылуу башкарууга жана геометриялык түзүүлөрдү аткарууга болот.

Программа Маркус Хохенвартер жана Эл аралык программисттер коому тарабынан ***Java*** программалоо тилинде жазылган жана бир нече аракеттер системаларында иштейт. Учурда 39 тилге которулуп, программаны өркүндөтүп, жаңы мүмкүнчүлүктөр менен толуктоонун үстүндө иш алып барышууда.

Биз төмөндө кыскача котормолорду берели:

№	Орусчасы	Кыргызчасы
1.	Анимациялоо	анимировать
2.	Аты жана эн тамга	имя и значок
3.	Ачуу	открыт
4.	Аяктоо	завершить
5.	Байланыш	диалог
6.	Буйрутма	команда
7.	Бүктөмө	вкладка
8.	Жардамчы сап	описание
9.	Жөндөөлөр	настройки
10.	Жылдыргыч	ползунок
11.	Каражаттарды башкаруу	управление инструментами
12.	Кантип сактоо	сохранит как
13.	Каражат	инструмент
14.	Кеңейтүү	расширение
15.	Кыстырма	закладка
16.	Объектилердин катышы	отношение объектов
17.	Эн тамга	значок
18.	Сызыктардын стили	стиль линии
19.	Түс	цвет
20.	Фондун түсү	цвет полотна
21.	Чычкан	мышь

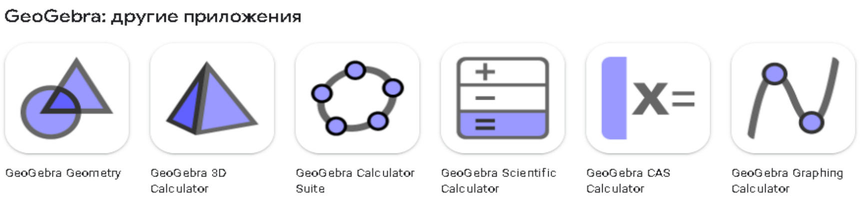
I БӨЛҮМ. GEOGEBRA ИНТЕРАКТИВДҮҮ ГЕОМЕТРИЯЛЫК ЧӨЙРӨНҮН МҮМКҮНЧҮЛҮГҮ

Геометрияны окутуу процессинде ***Geogebra*** интерактивдүү геометриялык чөйрөлөрдүн колдонуунун ыңгайлуулугу, алардын иш тутумунун мүнөздүү операциялары, геометриянын өзүнүн иш тутумуна дал келиши (чекит аркылуу өткөн түз сызыкты түзүү; берилген чекит жана радиус аркылуу айлананы сызуу ж.б.) менен аныкталат.

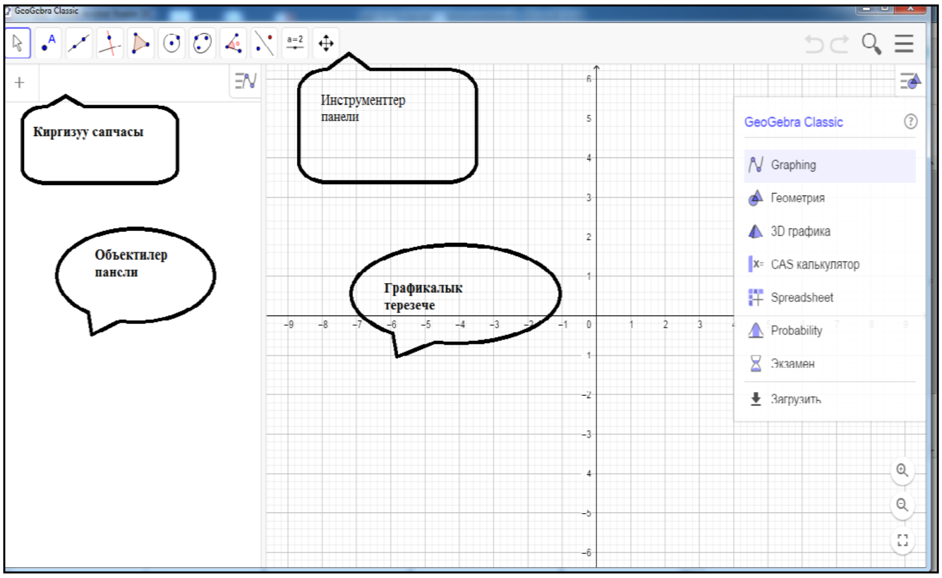
Мындан тышкары, бир кыйла татаал операцияларды жүргүзүү интерактивдүү геометриялык чөйрөлөр аспаптарынын жардамы менен түзүү аркылуу геометриялык курууларды оңой аткарууга мүмкүндүк берет (мисалы, кесиндини экиге бөлүү, айлананын ичине үч бурчтукту жайгаштыруу, ж.б.у.с.)

Интерактивдүү геометриялык чөйрөлөрдүн негизги артыкчылыгы - бул чиймелерди жана тексттерди динамикалык түзүү мүмкүнчүлүгү, геометриялык фигуралардын касиеттерин динамикалык туруктуулугун жана өзгөрүлмөлүүлүгүн көрүнүктүү чагылдыруусу. Учурда билим берүү процессинде интерактивдүү геометриялык чөйрөлөрдү натыйжалуу колдонуу жолдорун издөө жана ылайыктуу окутуу технологияларын иштеп чыгуу актуалдуу болуп саналат.

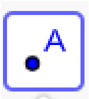
Программаны орнотуу үчүн https://www.geogebra.org/download дарегине кирип, программаны орнотуунун кадамдарын аткаруу керек.



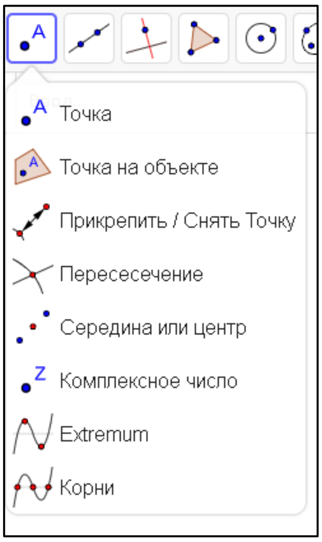
GeoGebra программа жүктөлгөндөн кийин, төмөндөгүдөй интерфейстеги терезе ачылат (1-сүрөт):



1-сүрөт

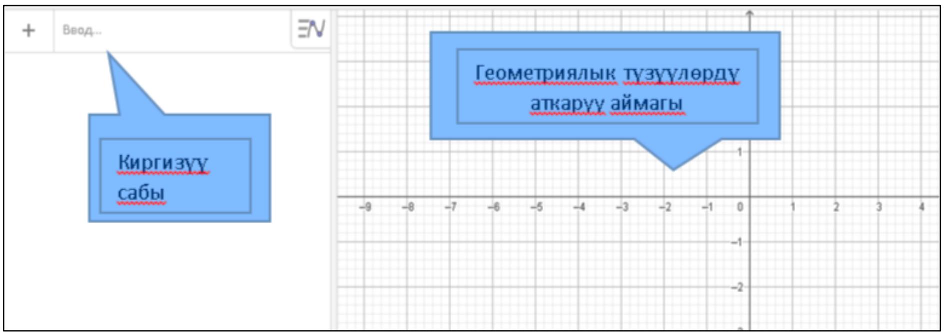


Мисалы, чекит каражаты



Чекитке байланыштуу каражаттын топтомун камтыйт. Бул топтун башка каражатын тандоодо, каражат панелинде чекит каражатынын ордуна тандалган каражат жайгашып калат.

1. Жумушчу областы эки бөлүктөн турат:
   1) Киргизүү сабы;
   2) Геометриялык түзүүлөрдү аткаруу аймагы



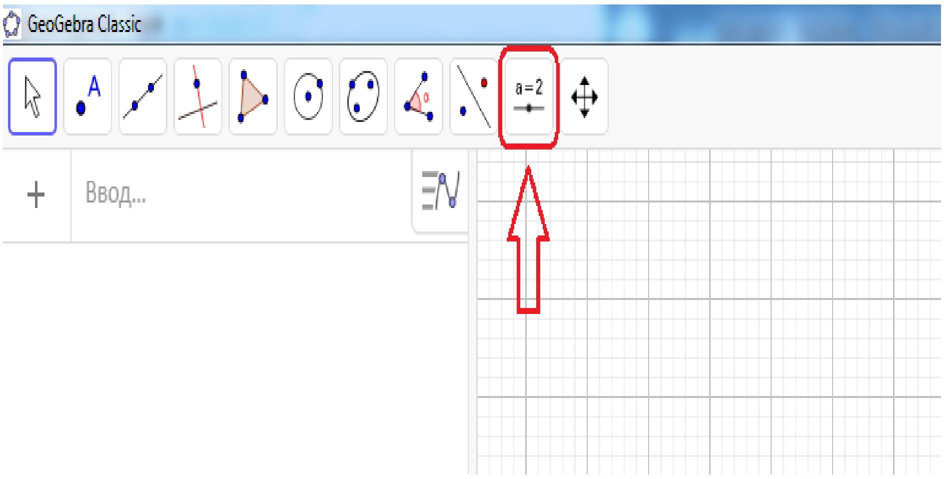
2-сүрөт

- *Каражаттар панели* – графикалык панелде аткаруу үчүн геометриялык структураларды чычкандын жардамы менен түзүүчү каражаттардын жыйындысы;
- *Графикалык терезе* – геометриялык түзүлүштөрдү аткаруу аймагы;
- *Объектилер панели* – геометриялык маалыматты аткаруу аймагы, геометриялык курууда колдонулуучу объекттен жана түзүмдөр (алардын түрлөрү, символдору, координаталары же теңдемелери);
- *Киргизүү сапчасы* – геометриялык чекиттерди берүүчү жана алгебралык теңдемелерди киргизүүчү же көчүрүүчү талаа. Алгебралык тендемени киргизип, ***Enter*** баскычын баскандан кийин объекттер панелинде геометриялык объект жөнүндө маалымат пайда болот, ал эми графикалык терезеде геометриялык объекттин сүрөттөлүшү көрүнөт.

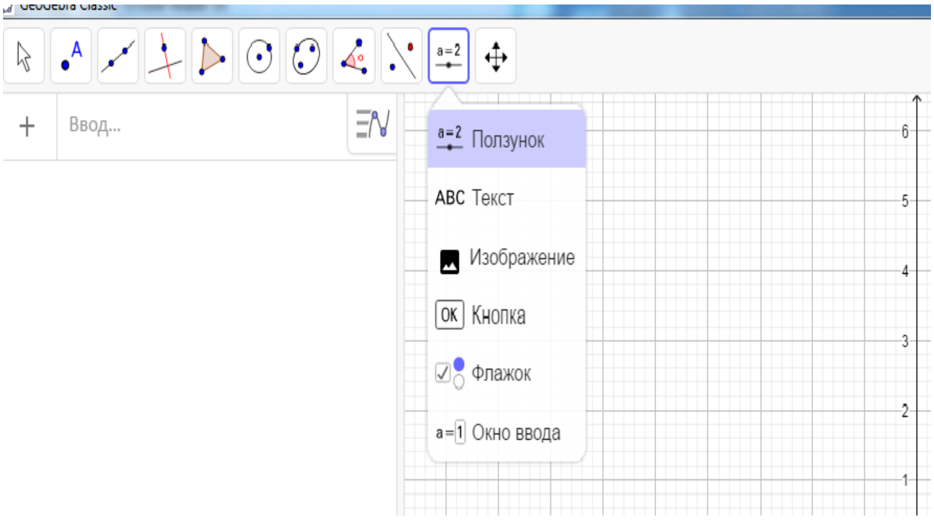
§1. Динамикалык чиймелерди түзүү

GeoGebra программасынын негизги өзгөчөлүгү динамикалык чиймелерди түзүү болуп саналат. Параметрлердин бир же бир нече геометриялык чоңдуктарын өзгөртүү менен геометриялык конструкциялардын түзүү алгоритмин сактоодо колдонууга болот.

Параметрлердин маанисин өзгөртүүгө мүмкүнчүлүк берген курал - бул жылдыргыч (3-сүрөт).



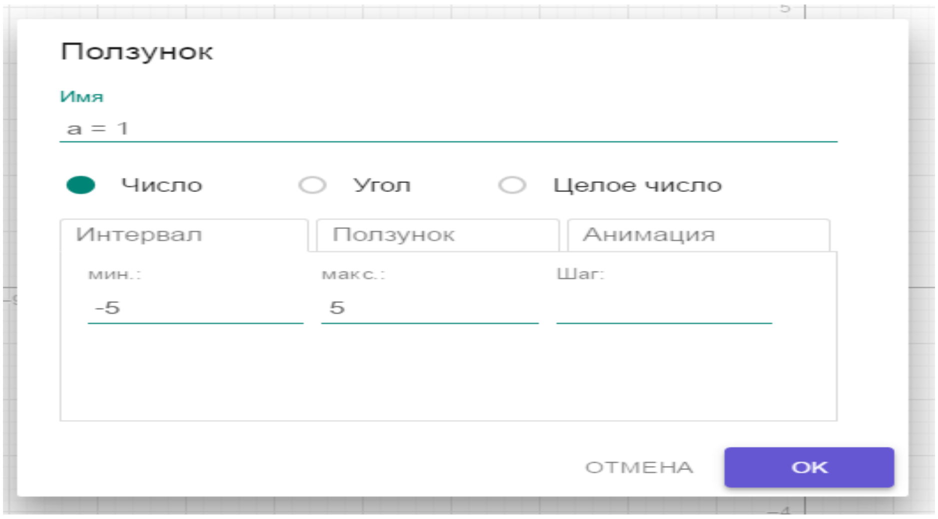
3-сүрөт



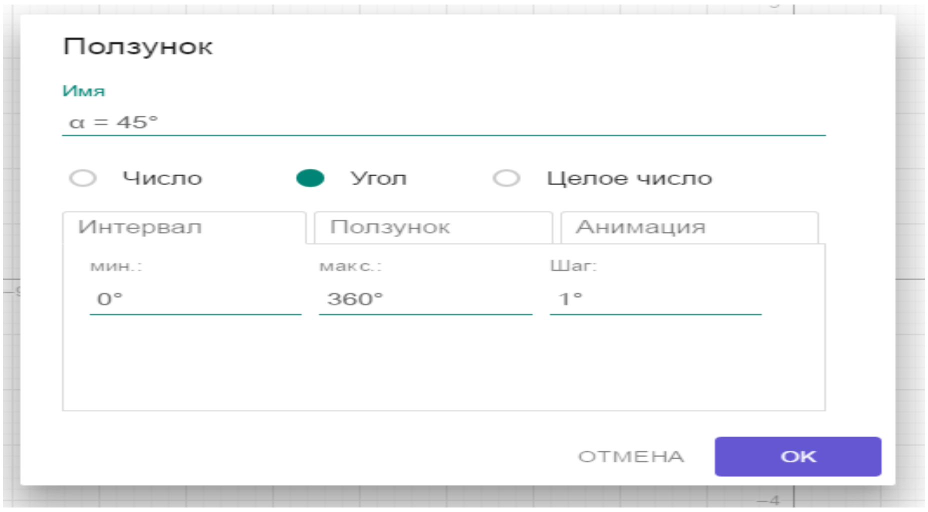
4-сүрөт

Жылдыргыч куралын басууда куралдардын жогорудагыдай тизмеси ачылат (4-сүрөт).

Жылдыргыч куралы тандалгандан кийин, графикалык терезенин каалаган жеринде чычкандын сол баскычын басыңыз. Натыйжада, байланыш терезечеси пайда болот. Жылдыргычтын мүнөздөмөлөрүн орнотуу керек (5,6-сүрөттөр), параметрлердин типтери экиге бөлүнөт (биричиси ***a*** сандык автоматтык түрдө -5тен 5ке чейин, экинчиси ***α*** бурч боюнча градустук чен 0^0 дон 360^0ка чейин).



5-сүрөт



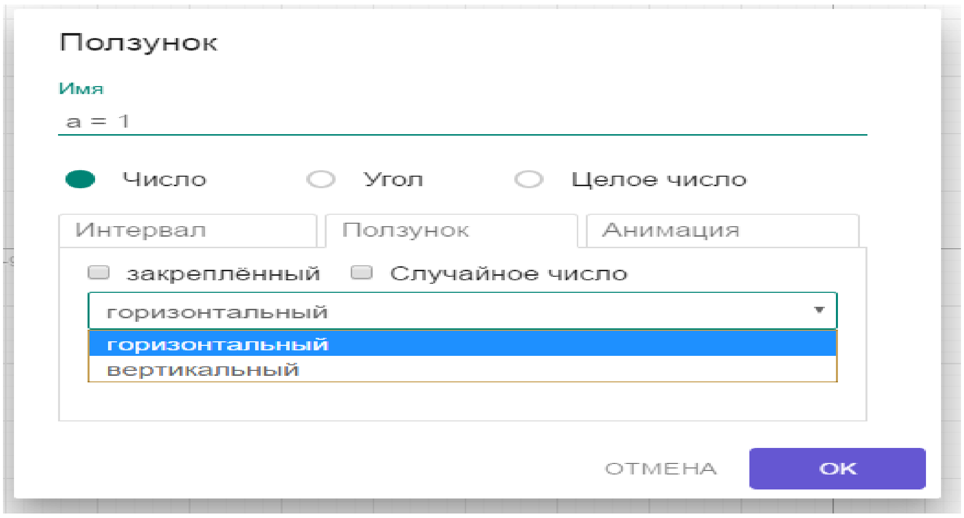
6- сүрөт

Белгилей кетчү нерсе, "*сан*" деген мааниде айтылган каалаган кесиндинин узундугун жөндөө, ал эми "*бурчта*" – параметрди бурчтук ченде көрсөтүүгө болот. Параметрдин минималдуу жана максималдуу мааниси параметрдин мүмкүн болгон маанилеринин диапазону аркылуу аныкталат. Маселен, "кесиндинин узундугу", "бурчтун мааниси" жана маселенин шартынан келип чыкккан табигый чектөөлөр болушу керек.

Эгерде параметр бурчтун маанисин аныктаса (6-сүрөт), анда анын берилген маанилеринин диапазону жана өзгөрүү кадамы

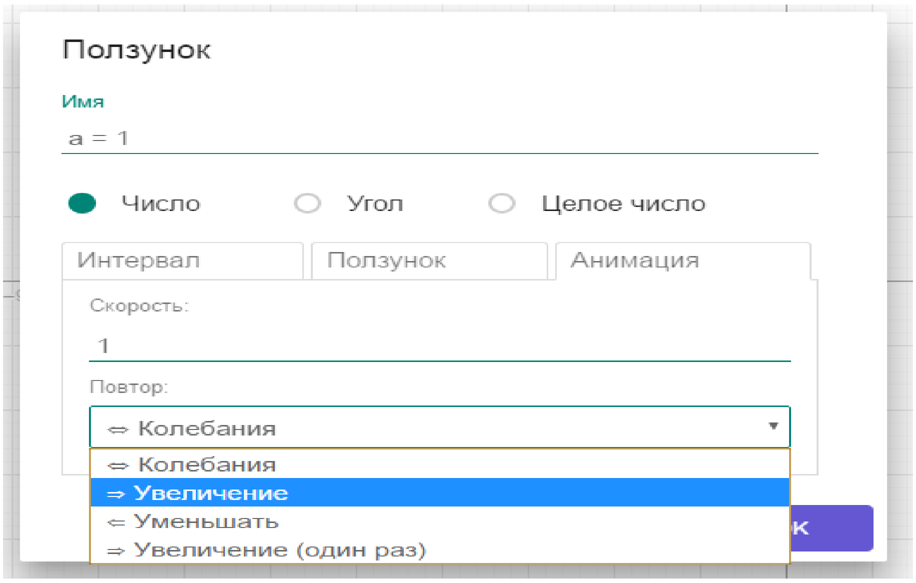
градус жана радиан (кантип градустан радианга өтүү керек?) менен да көрсөтүлүшү мүмкүн.

Байланыш терезечесинен жогорудан сырткары кошумча мүнөздөмөлөрдү дагы ондоого болот. Терезечеде кошумча жылдыргыч жана анимация кыстырмалар каралган (7-сүрөт).



7-сүрөт

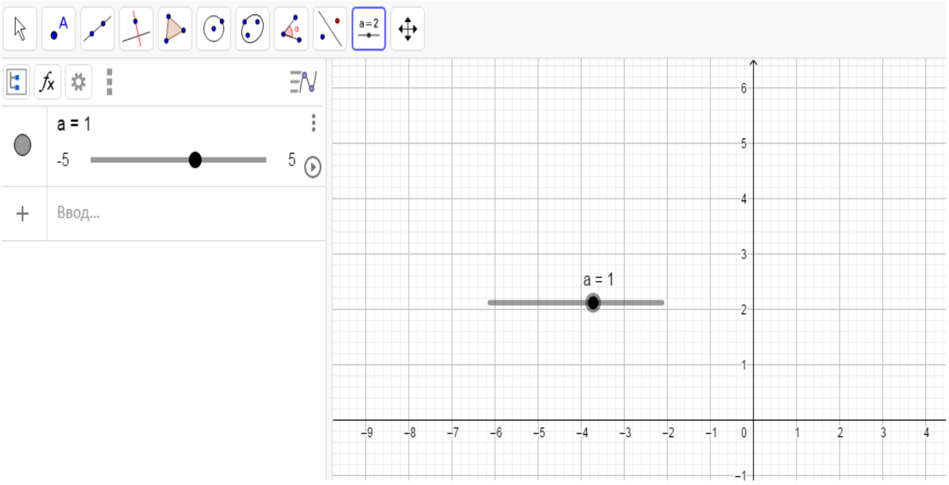
Жылдыргыч кыстырмасынан жылдыргычтын вертикалдуу же горизонталдуу абалын тандап алууга болот (7-сүрөт), чычкандын көрсөткүчү менен графикалык терезеде жылдырууга тыюу салуу же уруксат берүүгө болот (*бекитилип берилген “чымчыкчасын” коюу*).



8-сүрөт

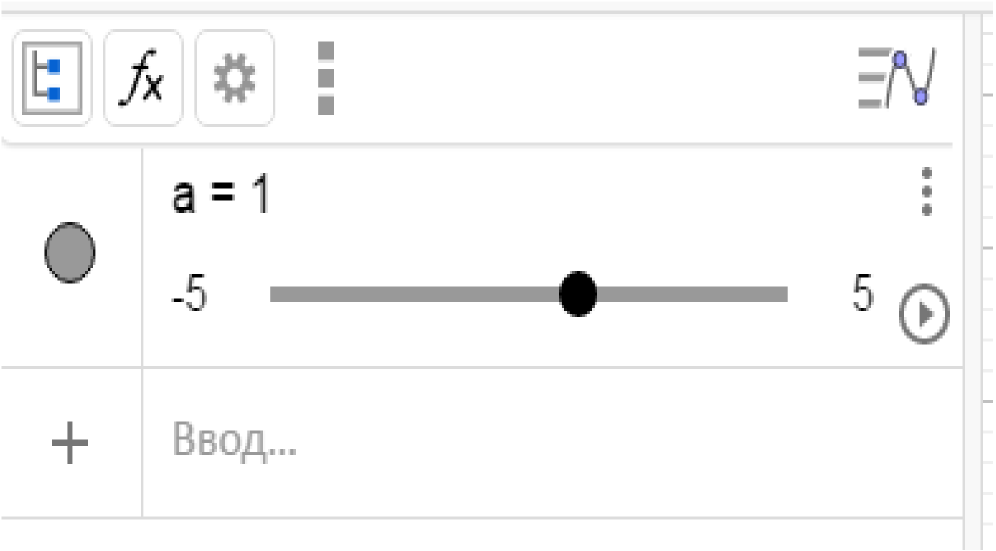
Анимация бүктөмөсүнүн мүмкүнчүлүктөрү (8-сүрөт) "Анимацияны түзүү" бөлүмүндө каралат.

Жылдыргычтын бардык мүнөздөмөлөрүн аныктап, ***ok*** баскычын баскандан кийин, графикалык терезеде объектилер панелиндеги жылдыргыч эркин объект (параметрдин баштапкы мааниси жана белгиси) пайда болот (9-сүрөт).



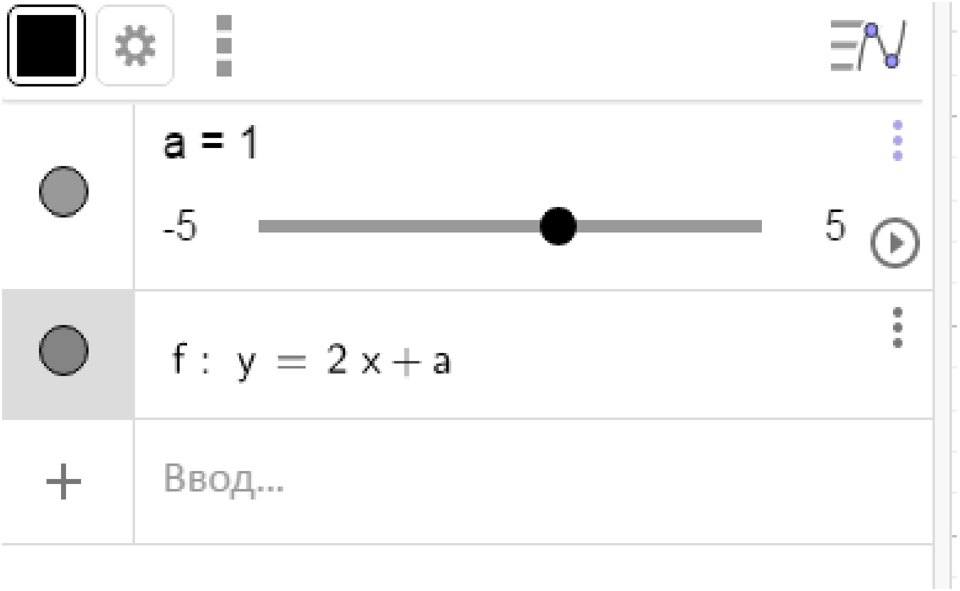
9-сүрөт

Параметрдин баштапкы маанисин өзгөртүү үчүн, чычканды колдонуңуз, ошондой эле объектилер *панелинен* дагы ***a*** нын маанилерин өзгөртсө болот (10-сүрөт).



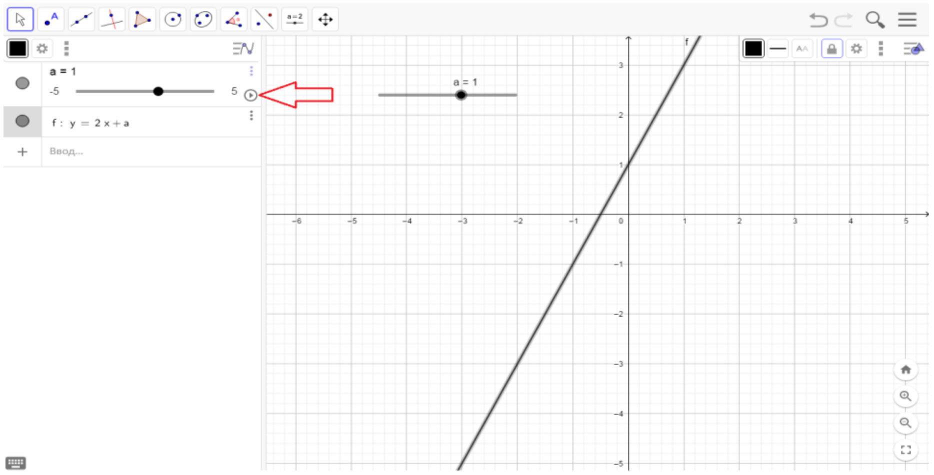
10–сүрөт

Жылдыргыч менен коюлган параметрлерди теңдемелер менен түзүлгөн геометриялык түзүмдөрдү сүрөттөөдө колдонсо болот. Бул үчүн, киргизүү сабына ***a*** параметрди камтыган теңдемени жазуу жетиштүү (11-сүрөт).



11-сүрөт

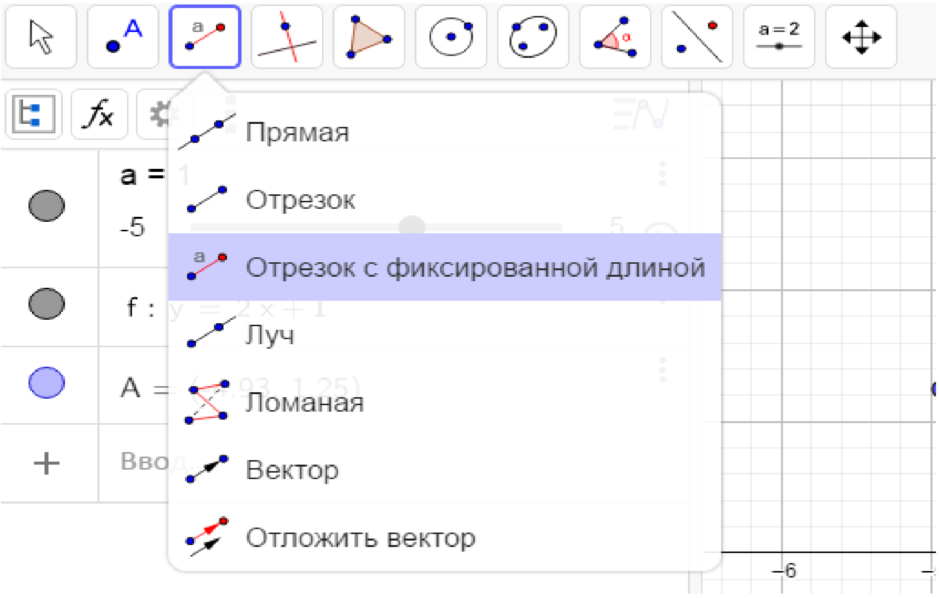
Ошентип, графикалык терезечеде ***f*** функциясынын графиги пайда болот, андан кийин ***play*** баскычын бассак, параметрдин маанисине карата график кыймылга келет (12-сүрөт). Мындан тышкары, каражаттардын жардамы менен геометриялык конструкцияларды куруу үчүн параметрлерди колдонсо болот.



12-сүрөт

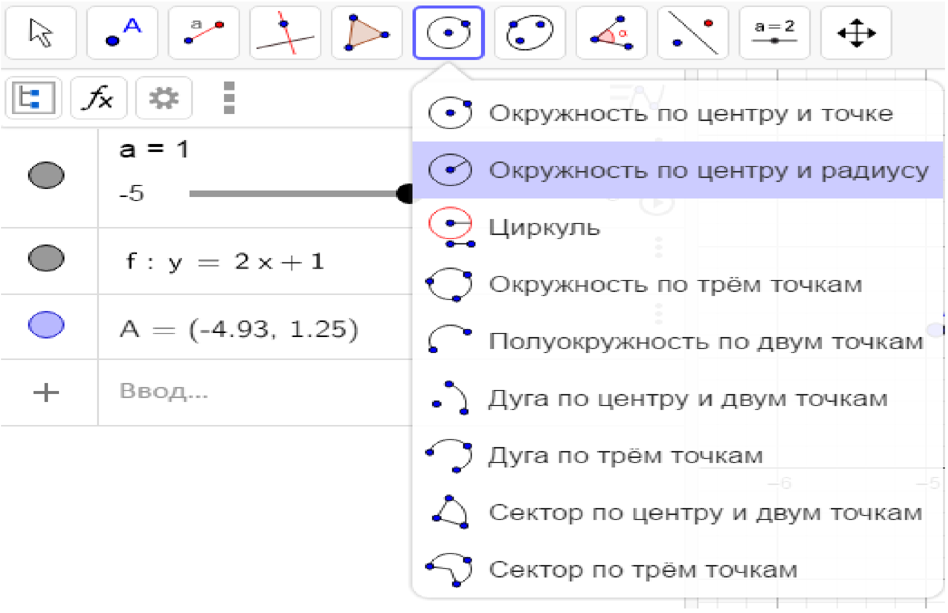
Сандык параметрлерди төмөнкү каражаттарда колдонушат:

- *берилген узундуктагы кесинди* (кесиндинин учтарынын бири жана анын узундугун көрсөтүү; сандык параметр болуп анын узундугу саналат)



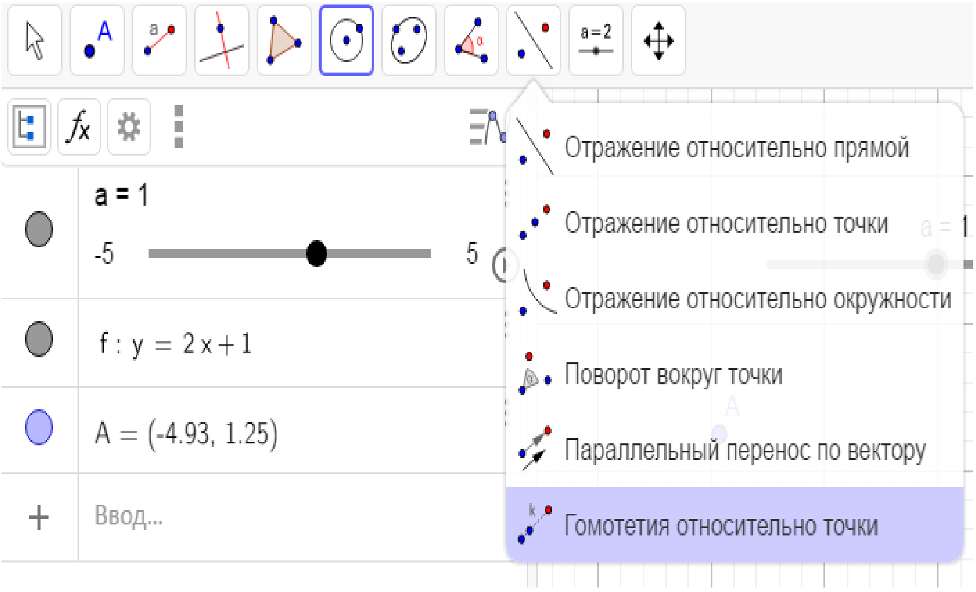
13-сүрөт

- *борбору жана радиусу боюнча айлана түзүү* (түзүүгө айлананын борбору жана радиусун көрсөтүү керек; сандык параметр болуп анын радиусу саналат).



14-сүрөт

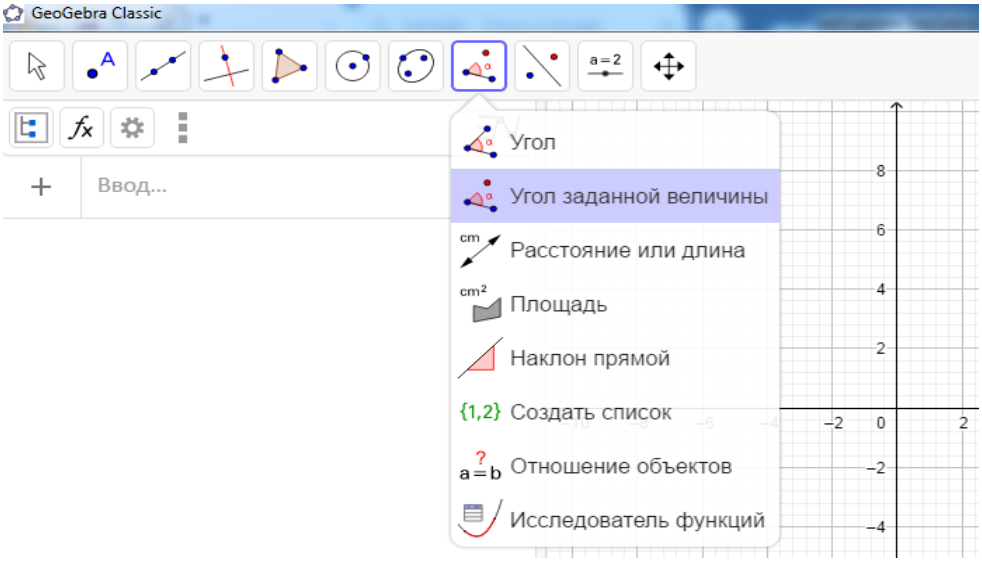
- *чекитке карата гомотетия* (болжолдонгон объектини, борборун жана гомотетия коэффициентин көрсөтүү керек; сандык параметр – гомотетия коэффициенти) (15-сүрөт).



15-сүрөт

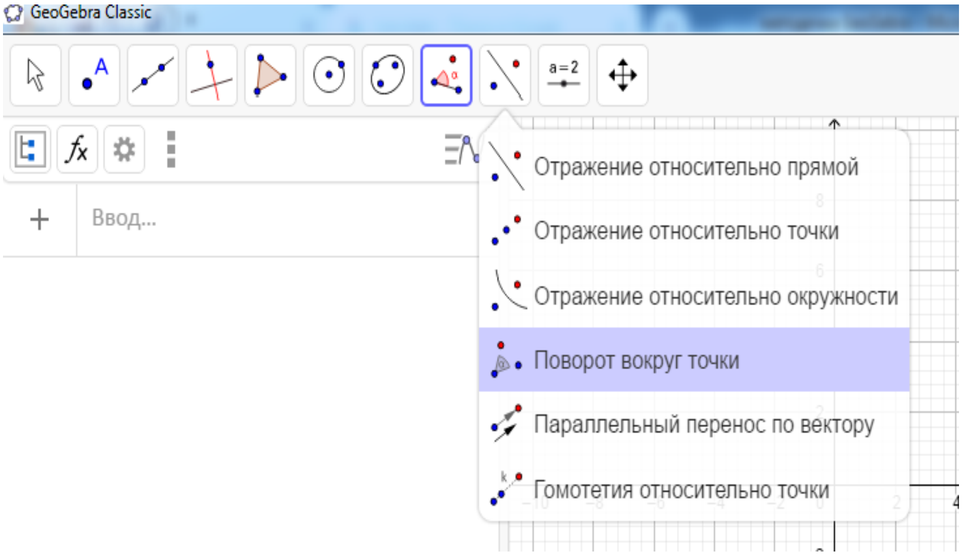
Бурчтук чоңдуктар үчүн төмөндөгү каражаттарды колдонууга болот:

- *берилген бурчутун чоңдугу* (бурчтун бир жагы жана бурчтун чоңдугу – көрсөтүү боюнча тургузулат; бурчтук параметр – бурчтун мааниси) (16-сүрөт);



16-сүрөт

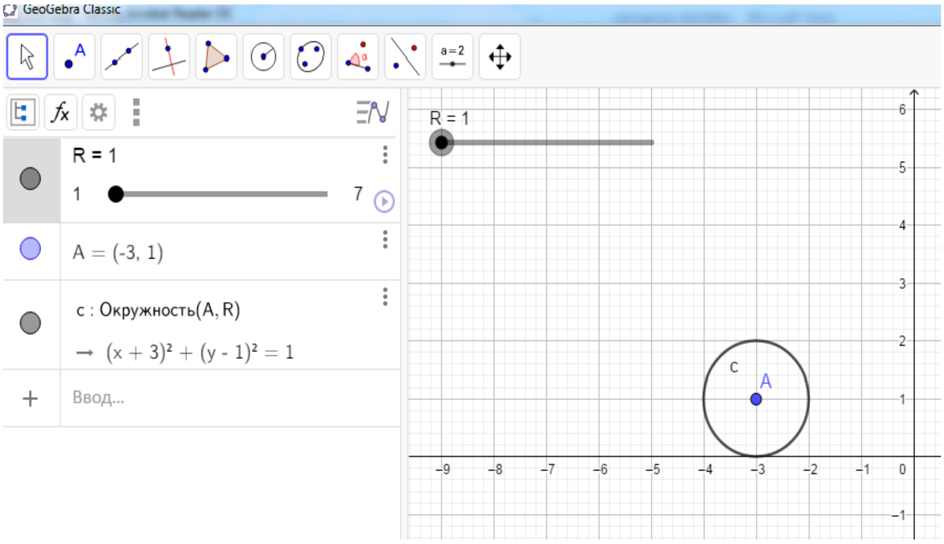
- *бурч боюнча чекиттин айланасында* айлануу (курулган баштапкы объектилер, айлануу борборун жана бурулуу бурчун көрсөтүү менен түзүлөт; бурчтук параметри – айлануу бурчу) (17- сүрөт).



17- сүрөт

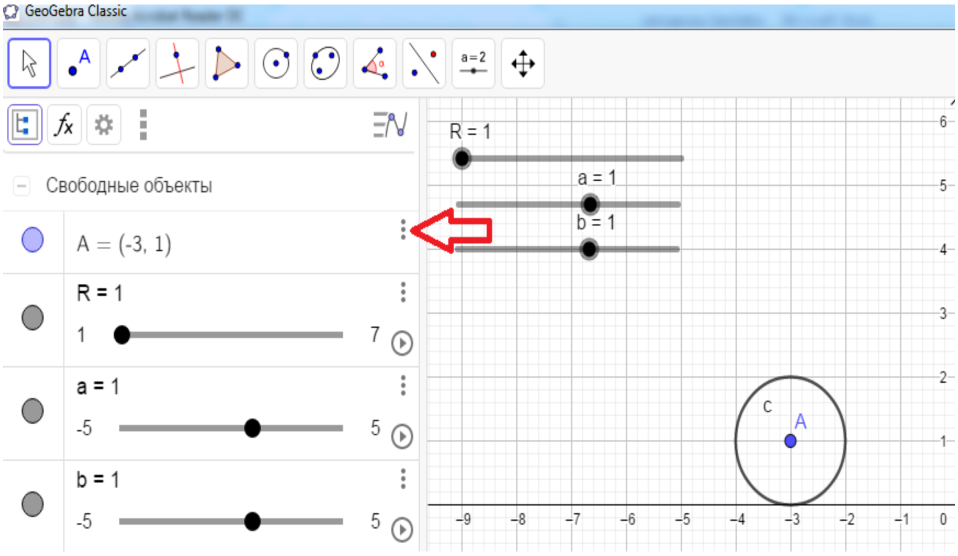
Динамикалык сүрөт түзүү үчүн жылдыргычты кантип колдонууну көрсөтөлү. Мисалы, айлананын борбору абсциссасы жана ординатасы *-5*тен *5*ке чейин, ал эми радиусу өзгөрүлмөлүү болуп, *1*ден *7*ге чейинки диапазондо өзгөрүшү мүмкүн.

Бул динамикалык сүрөттү ***GeoGebra*** программасында ишке ашыруу үчүн, алгач айлананын радиусун (***R***) өзгөртүү үчүн жооптуу жылдыргычты *1*ден *7*ге чейин *0,1* кадам менен өзгөргөндөй кылып түзөбүз. Андан кийин каражаттар панелинен айлананы борбору жана радиусу куралын тандаңыз, графикалык терезеченин каалаган жеринде чычкан менен көрсөтүңүз, ал айлананын борбору болот, андан кийин пайда болгон айлананын борбору жана радиусу байланыш терезечеден радиус киргизүү талаасына ***R*** параметрин көрсөтөбүз (18-сүрөт).



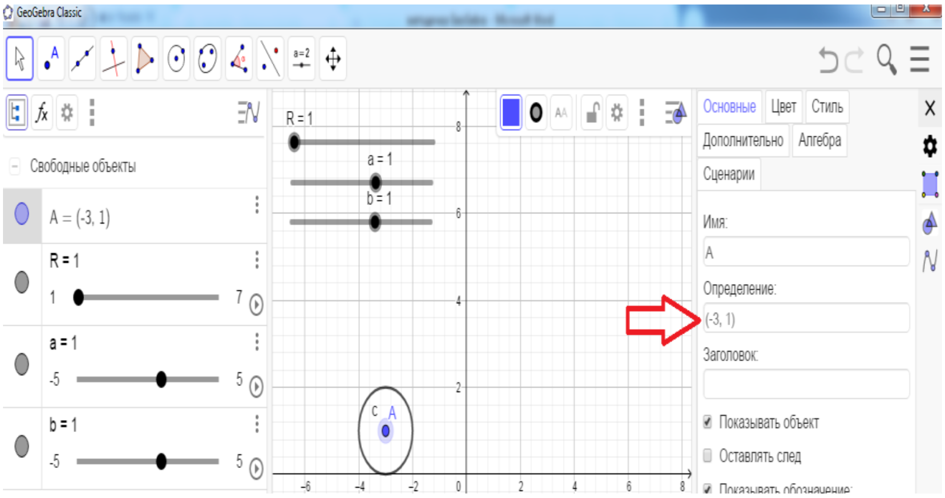
18-сүрөт

Натыйжада, объекттер панелинде эки көз карандысыз (***A*** чекити жана ***R*** саны) объектилер жөнүндө жана бир көз каранды объект (*Окружность*) маалыматы көрсөтүлөт. Эми биз өзгөртүү үчүн жооп бере турган дагы эки жылдыргыч айлананын борбору абсциссага (***a*** *параметрин*) жана ординатага (*b параметрин*) кошобуз. Мындан кийин объектилер панелиндеги ***A*** чекитинин оң баскычын басыңыз жана пайда болгон контексттик менюдан касиеттерди тандаңыз(19-сүрөт).



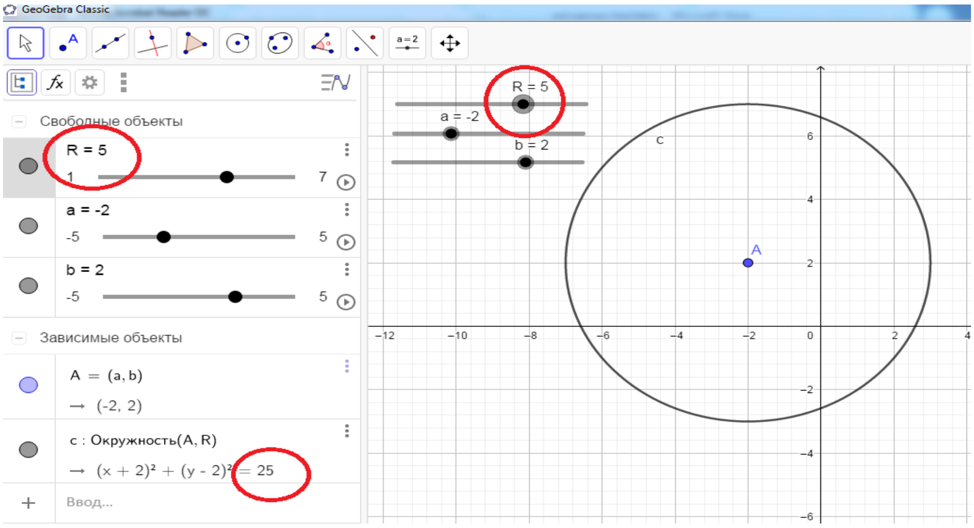
19-сүрөт

Бул терезенин маани киргизүү талаасында сизге керек ***A*** чекитинин көрсөтүлгөн конкреттүү координаталарынын ордуна абсциссага жооптуу ***a*** жана ординатасы ***b*** параметрлерин (***a***, ***b***) деп, б.а. -*3*түн ордуна ***a*** ны жана *1 дин* ордуна ***b*** ны киргизиңиз (20-сүрөт).



20-сүрөт

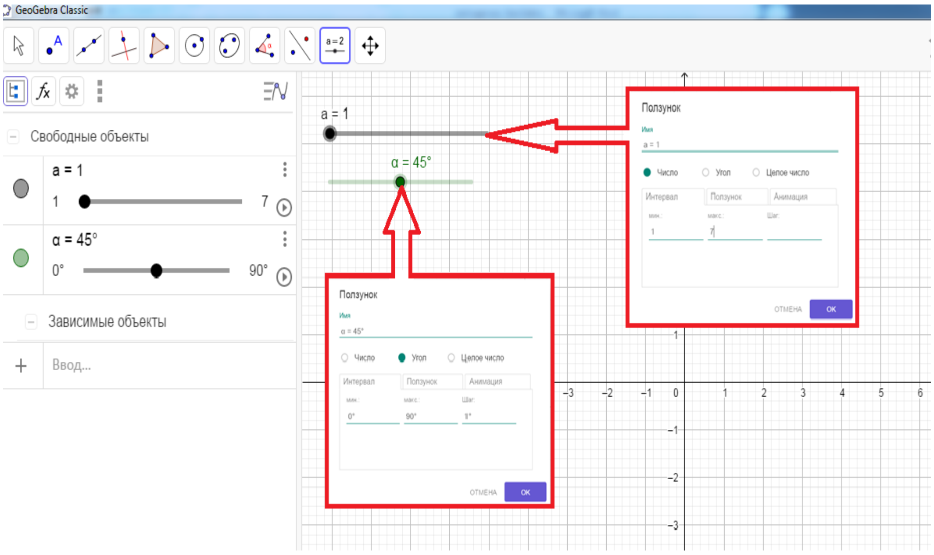
Байланыш терезесиндеги жабуу баскычын баскандан кийин, ***A*** чекити көз карандысыз объектилер категориясынан көз каранды объект категориясына которулат. Жылдыргычтын жардамы менен ***A*** чекитинин координаталары ***a*** жана ***b*** маанилерин ылайыктуу тандоого болот. Ушул сыяктуу эле, ***R*** жылдыргычын жылдыруу менен айлананын радиусун да өзгөртүүгө мүмкүн (21-сүрөт).



21-сүрөт

Берилген тапшырманы түздөн-түз $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ айлананын теңдемесин киргизүү сапчасына киргизүү менен ишке ашырса болот. Жыйынтык графикалык терезеде көрсөтүлгөндөй болот. Ар бир жылдыргычтагы ***play*** баскычын басуу менен сүрөттөлүш кыймылга келерин көрөбүз.

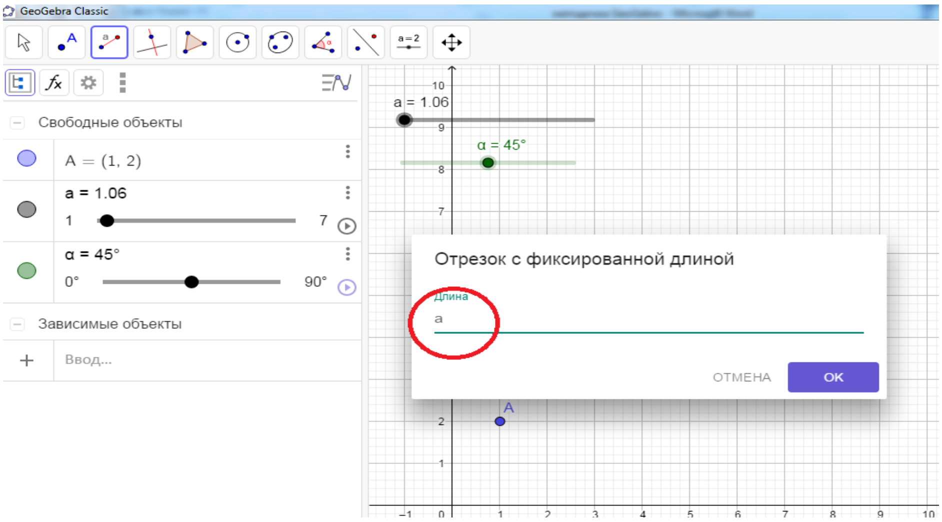
Бурчтук параметрлерди колдонууну карап көрүү үчүн, негизи *a* жана каптал жагы менен негизинин бурчу ***α*** барабар болгон тең капталдуу үч бурчтук түзүүгө дагы мисал келтирели. Мындай учурда, негизи *1*ден *7* ге чейин, ал эми негизи менен каптал жагынын бурчу *0° тан 90°*ка чейин өзгөрүлсүн (тең капталдуу үч бурчтуктун негизиндеги бурч болгондуктан, ал тар бурч гана болушу мүмкүн). Тең капталдуу үч бурчтукту түзүү үчүн, алгач бизге графикалык терезеге негизи ***a*** га жана бурчтук параметр ***α*** га болгон эки жылдыргыч жайгаштырабыз (22-сүрөт).



22-сүрөт

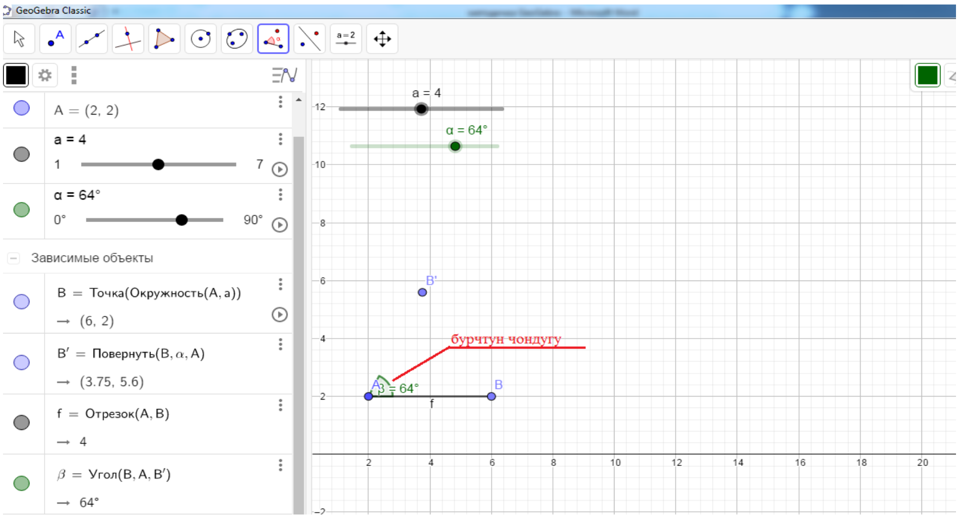
Андан кийин, графикалык терезеге "узундугу бекитилген кесинди" (Отрезок с фиксированной длины) куралын колдонуп, ***A*** кесиндисинин баштапкы чекитин белгилейбиз, андан кийин пайда

болгон байланыш терезесиндеги кесиндинин узундугу сапчасына ***a*** параметрин жазабыз (23-сүрөт).



23-сүрөт

Натыйжада, узундугу ***a*** болгон ***AB*** кесиндиси түзүлөт. Андан кийин, *"Берилген чоңдуктагы бурч"* (угол заданной величины) каражатын колдонуп ***AB*** кесиндисинин негизинде ***A*** жана ***B*** чекиттериндеги эки бурчтун чокуларын түзүшүбүз керек.



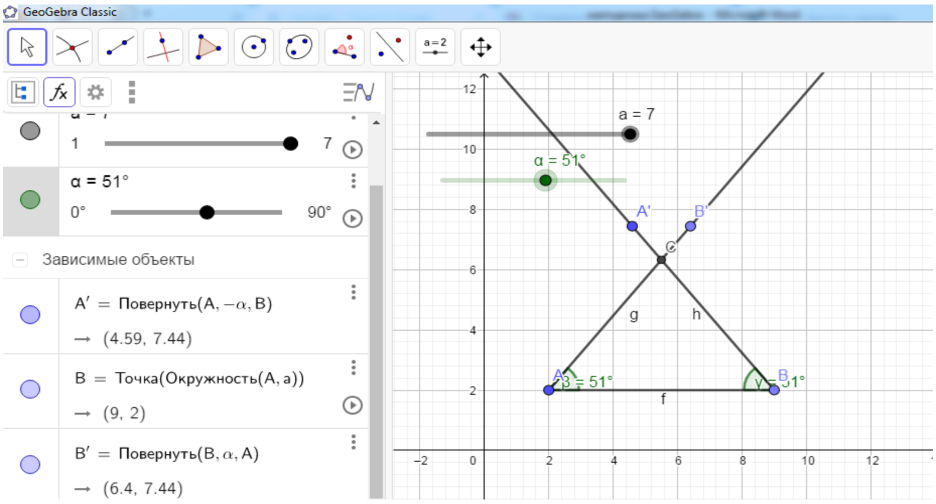
24-сүрөт

Бурчтарды графикалык терезеде жайгаштырып жатканда, сөзсүз түрдө биринчи бурчтун капталындагы чекитти белгилеңиз (мисалы, ***B*** чекитин), андан кийин бурчтун чокусун белгилеңиз (мисалы, ***A*** чекитинде) жана акыркы баскычта байланыш терезечесинде

көрсөтүлгөн маанини бурч киргизүү талаасында $\boldsymbol{\alpha}$ параметрди көрсөтүңүз (24-сүрөт). Ошентип $\boldsymbol{BAB'}$ бурчуна ээ болобуз.

Экинчи бурч $\boldsymbol{ABA'}$ны дагы ушундай жол менен түзөбүз. Болгон айырмачылыгы анын багытынын өзгөрүшү: байланыш терезесинде "*сааттын жебесине каршы*" чекиттин ордуна" *саат жебеси боюнча*" чекитин белгилөө жетиштүү.

Эми тең капталдуу үч бурчтуктун C чокусун белгилешиңиз керек, ал $\boldsymbol{AB'}$ жана $\boldsymbol{BA'}$ шоолаларынын кесилиш чекити катары аныкталат. Шоолаларды түзүү үчүн, "*эки чекит аркылуу шоола*" (луч по двум точкам) каражатын, ырааттуу түрдө шооланын баштапкы жана шооладагы чекитти колдонобуз. Шоолаларды түзүүдө, $\boldsymbol{AB'}$ шооласы үчүн $\boldsymbol{A}$ жана $\boldsymbol{B'}$ чекиттерин, $\boldsymbol{BA'}$ шооласы үчүн, $\boldsymbol{B}$ жана $\boldsymbol{A'}$ чекиттерин ырааттуу көрсөтүү жетиштүү. Шоолалардын кесилиши "*кесилиш*" (пересечение) каражаты менен аныкталат, аны кесилишүүчү эки, $\boldsymbol{AB'}$ жана $\boldsymbol{BA'}$ объектисин ырааттуу көрсөтүү менен табабыз же жөн эле кесилиш чекитин көрсөтүү жетиштүү.

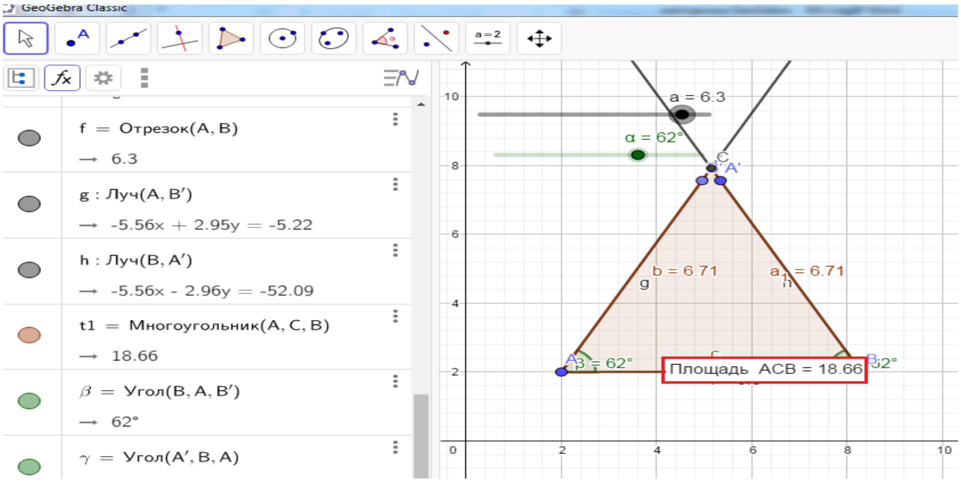


25-сүрөт

Жыйынтыгында, тең капталдуу үч бурчтуктун *C* чокусуна ээ болобуз (25-сүрөт).

Үч бурчтукту түзүүдө анын периметри жана аянтын эсептөө бизди өтө кызыктырат. Бул чоңдуктарды табуу үчүн, эң биринчи, каражатардын жардамы менен “*көп бурчтук*” түзүү объектисин колдонобуз. Бул каражатты колдонуу үчүн ***A, B*** жана ***C*** чекиттерин (үч бурчтуктун чокулары), үчөөнү тең ырааттуу тандаңыз, андан кийин дагы ***A*** чекитин көрсөтүңүз.

Түзүлгөн тең капталдуу үч бурчтуктун аянтын жана периметрин табууга болот. Ал үчүн алгач көп бурчтукту тандап, каражаттын ичинен “*аянт*” жана “*аралыкты*” тандап алуу жетиштүү. Эгерде “*аянт”* каражатын тандап алган болсок, анда ***“Площадь ABC=18.66”*** деген жазуу пайда болот. Эгерде ***a*** жана ***α*** *жылдыргычтарын* жылдырган болсок, анда тиешелүү түрдө аянт жана периметр дагы өзгөрөт (26-сүрөт).



26-сүрөт

§2. Маалыматтардын интерпретациясы жана касиеттери

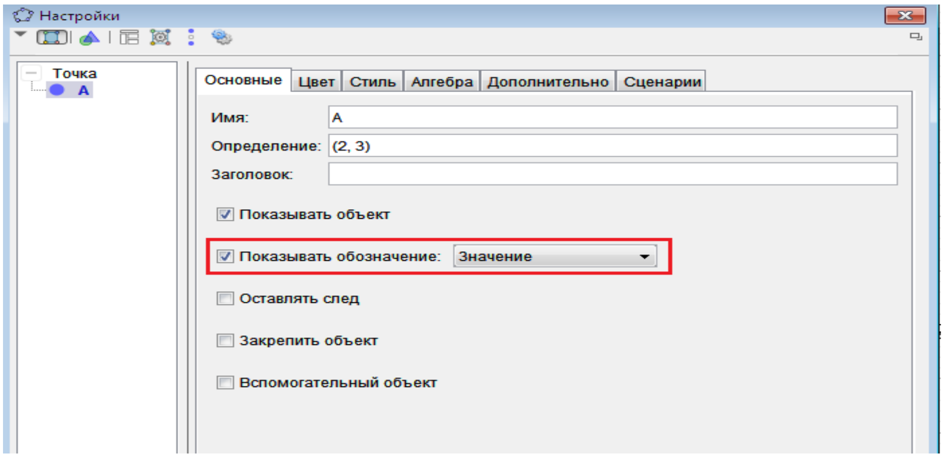
GeoGebra программасы динамикалык интерактивдүү чиймелерди түзүүдөн башка дагы мүмкүнчүлүктөргө ээ:

- *сүрөттөлгөн геометриялык объектилердин* кошумча касиеттерин аныктоо (метрикалык дагы, позициялык дагы);
- *касиеттерин чечмелөө*, б.а., алардын сүрөттөө тилин өзгөртүү: геометриялык, алгебралык, вектордук же координаталык.

Чийменин конструктивдүү элементтеринин негизги касиеттери, кесиндинин узундугу, бурчтун чоңдугу, көп бурчтуктун аянты, чекиттин координаталары, түз сызык же айлананын теңдемеси сыяктуу объектилер панелинде автоматтык түрдө (объекттер кайсыл тилде жазылгандыгына карабастан) баяндалат.

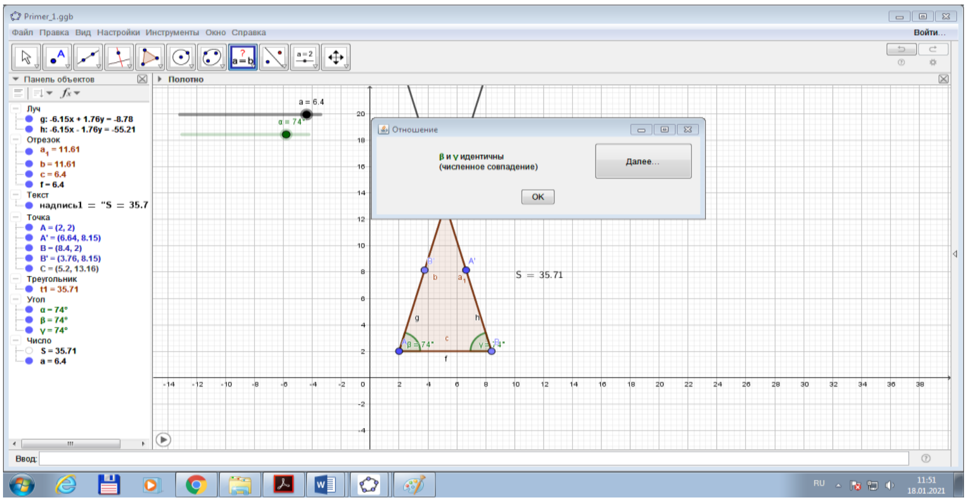
Графикалык терезеде көп бурчтуктун кошумча аянт жана периметри, айлана же жаанын узундугу жөнүндө маалыматка ээ болушу үчүн тиешелүү каражаттарды колдонуу оңой.

Эгерде элементтердин керектүү касиеттери объектилер панелинде мурунтан эле көрсөтүлгөн болсо, анда аларды графикалык терезечеден көрсөтүүгө болот. Ал үчүн “*Свойства*” байланыш терезечесинен “*Показывать обозначение*”нин алдына «чымчыкчаны» коюу жетиштүү. Координаттарды, кесиндинин узундугу же бурчтун маанисин көрсөтүү үчүн ачылуучу тизмеден “*Значение*”пунктун тандаңыз (27-сүрөт)



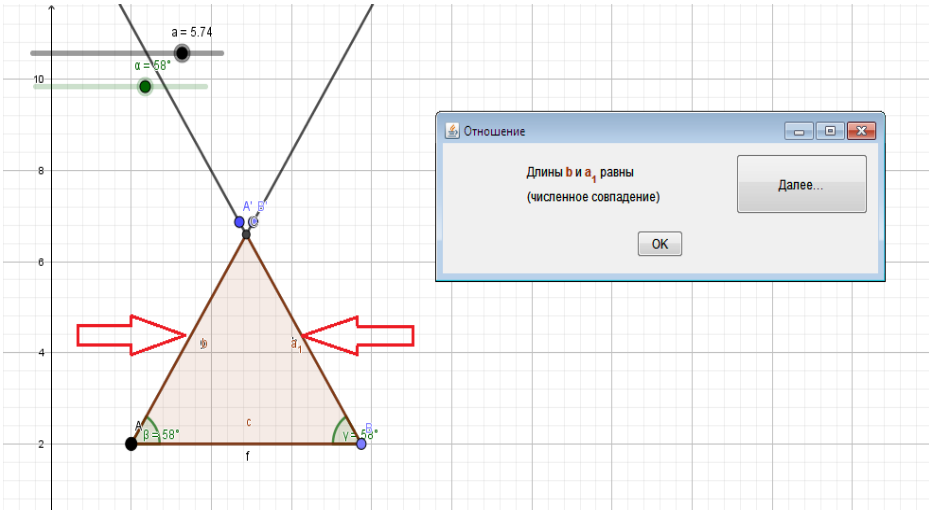
27-сүрөт

Метрикалык жана позициялык касиеттердин өз ара байланышы жөнүндө маалымат алуу үчүн, “*Отношение объектов*” каражатын колдонобуз. Бул каражатты тандап алгандан кийин, графикалык терезеде же объектилер панелинде эки объектини ырааттуу көрсөтүү керек. Көрсөтүлгөн объектилердин касиеттери талданып анализденет. ***ABC*** үч бурчтугунун эки бурчун салыштыралы: бурч ***CAB*** (бурч **β**) жана ***CBA*** (бурч **γ**). Бул үчүн, чычканчаны колдонуп, графикалык терезеден кезеги менен **β** жана **γ** бурчтарын көрсөтөбүз.



28-сүрөт

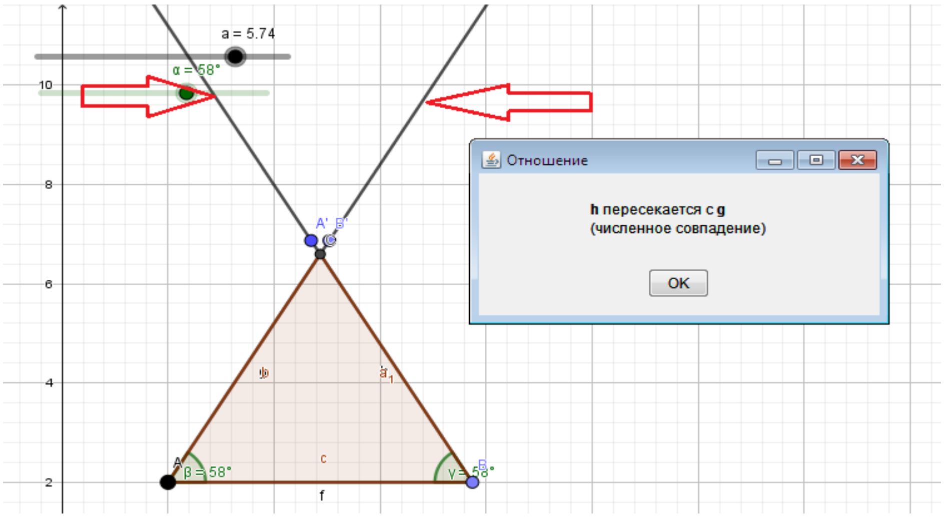
Натыйжада, байланыш терезесинде төмөндөгүдөй билдирүү көрсөтүлөт (28-сүрөт).



29-сүрөт

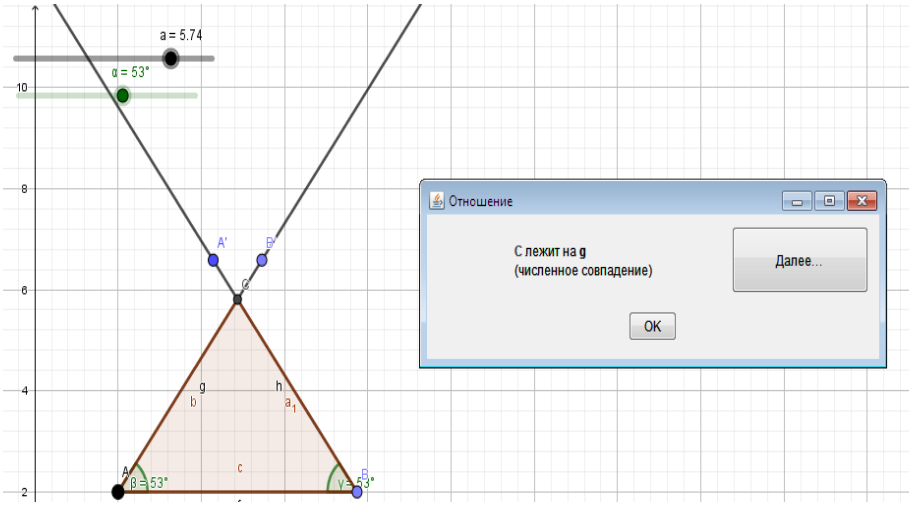
Ушул сыяктуу эле, үч бурчтуктун ***AC*** жана ***BC*** жактарын салыштырууга болот. Бул кесиндилердин жайгашкан жерлери ар башка болгондуктан, алар бирдей эмес. Бирок алардын узундуктары барабар. Тиешелүү билдирүү ***GeoGebra*** тарабынан байланыш терезечесинде маалымат катары берилет (29-сүрөт).

Эгерде салыштыруу үчүн ***AC*** жана ***BC*** шоолаларын тандап алган болсок, анда "*шоолалар кесилишет*" деген билдирүү чыгат (30-сүрөт).



30-сүрөт

Салыштыруу үчүн, ар кандай типтеги объектилерди тандап алууга болот.



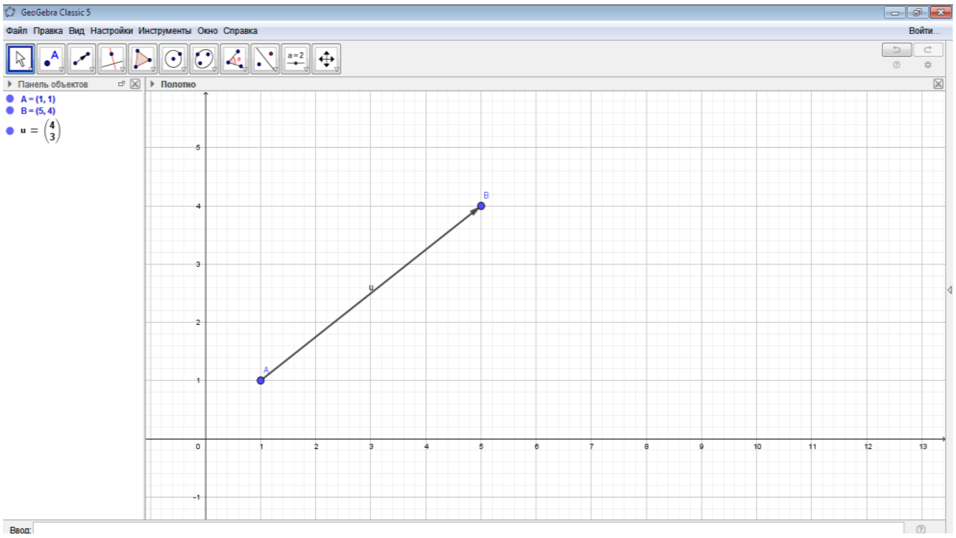
31-сүрөт

Мисалы, эгер салыштыруу үчүн ***AC*** шооласын жана ***C*** чекитин тандасаңыз, анда "***C*** *чекити* ***g*** *шоолага тиешелүү*" жөнүндө билдирүү көрсөтүлөт (31-сүрөт).

Ошентип, объектилердин байланыш каражатын колдонуу колдонуучуга геометриялык куруунун натыйжаларын баалоого жана тийиштүү жыйынтык чыгарууга мүмкүндүк берет.

Эми программанын интерпретациялык мүмкүнчүлүктөрүн карап көрөлү.

Объектинин касиеттерин чагылдыруу мүмкүнчүлүгүнө кайрадан кайрылалы, анын контексттик менюсунан касиеттерди тандоо байланыш терезеси аркылуу башкарабыз. Бул байланыш терезесинин алгебра бүктөмү аркылуу берилет. Бүктөм чекит, вектор, сызык, шоола, айлана, эллипс, парабола, гипербола объектилерине гана жеткиликтүү. Алгебра бүктөмү менен объектилердин касиеттерин чечмелөө мүмкүнчүлүктөрүн карап чыгалык.

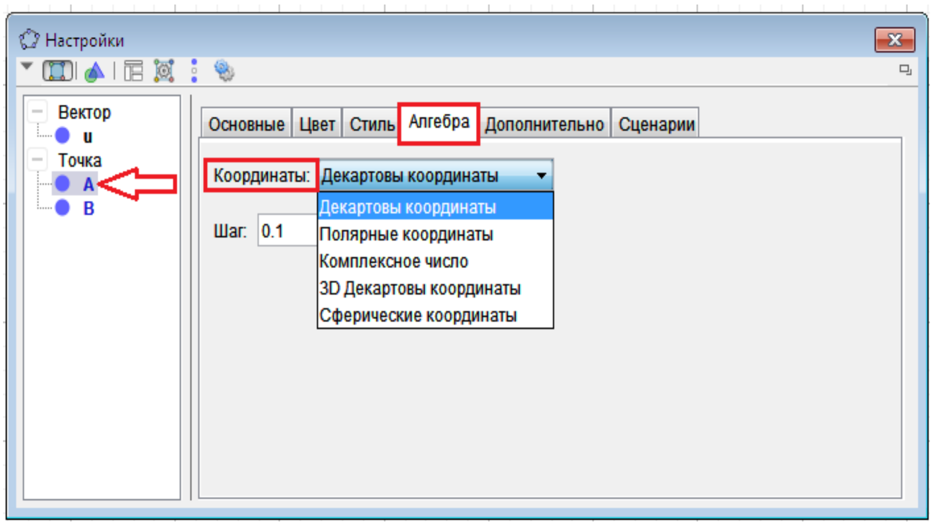


32-сүрөт

Эки чекит аркылуу вектор түзөлү. Ал үчүн каражаттар панелинен тиешелүү баскычты тандайбыз да, графикалык терезеде

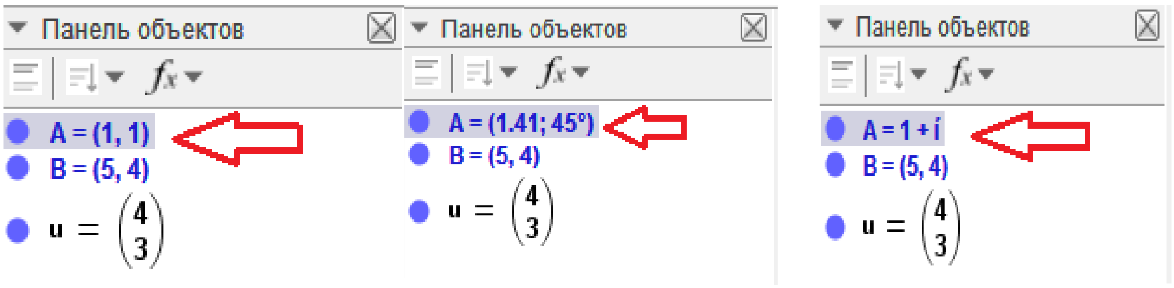
эки ***A*** жана ***B*** чекиттерин ыктыярдуу түрдө белгилейбиз. ***AB*** векторун түзүүнүн натыйжасы 32-сүрөттө көрсөтүлгөн.

Графикалык терезеде же объектилер панелинде А чекитин тандоо менен, контексттик менюнун жардамы менен, ушул объектинин касиеттер байланыш терезечесин чакырабыз.



33-сүрөт

Алгебра бүктөмөсүндө координаталар тизмесинен, форматты тандай аласыз, берилген чекиттин абалын сүрөттөө үчүн жеткиликтүү координаттар тутуму көрсөтүлөт: декарттык координаталар, уюлдук координаталар, комплекстүү сан, ***3d*** координаталар жана сфералык координаталар (34-сүрөт).

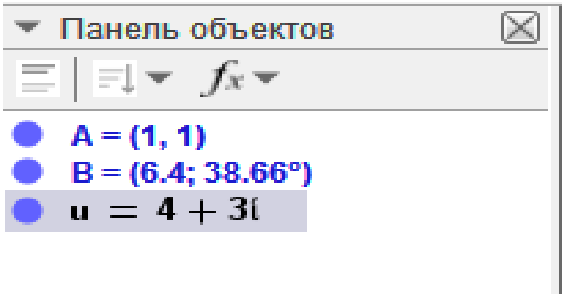


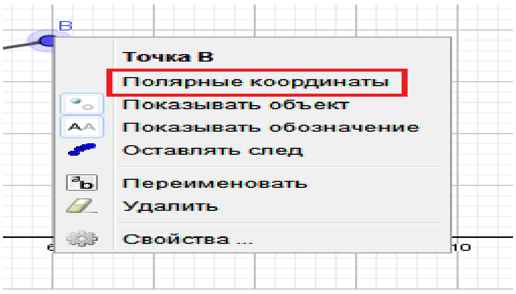
а) декарттык координаталар | б) уюлдук координаталар | в)комплекстүү сандар

34-сүрөт

Координаталар тутумун тандап, панелдеги *жабуу* баскычын баскандан кийин, объектилер тандалган тутумда чекиттин координаталарын көрсөтөт.

Ушул сыяктуу эле, координаталар системасын ***AB*** вектору үчүн дагы берүүгө болот (объектилер панелиндеги ***u*** вектору). Векторлорго, ошол эле чекиттер үчүн кабыл алынган координаталар системалары колдонулат. Чиймедеги ар бир объект үчүн, ар кандай координаталар системасы колдонулушу мүмкүн. Мисалы, ***A*** чекитинин координаталары үчүн – декарттык, ***B*** чекитинин координаталары үчүн – уюлдук координаталар системасы колдонулган, ал эми ***AB*** векторунун координаталары үчүн – комплекстүү сандар колдонулгандыгы көрсөтүлгөн (35-сүрөт).



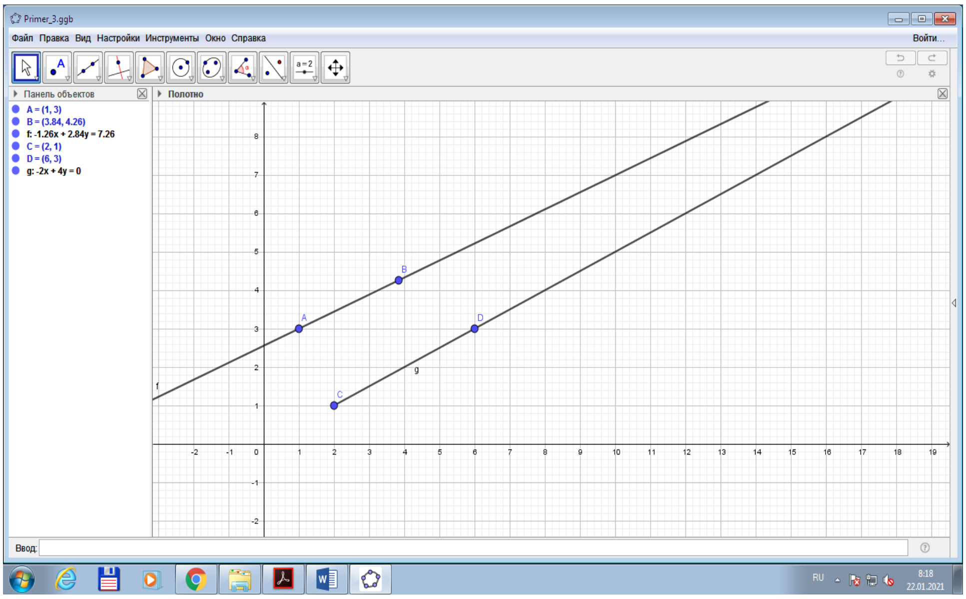


35-сүрөт

Мындан тышкары, ***GeoGebra*** программасы координаталар системасын тез которуу мүмкүнчүлүгүн камсыз кылат, чекиттин же вектордун контексттик менюсунан алардын бир системадан экинчисине (декарттык системадан уюлдукка, же тескерисинче) алмаштырууга болот (36-сүрөт).

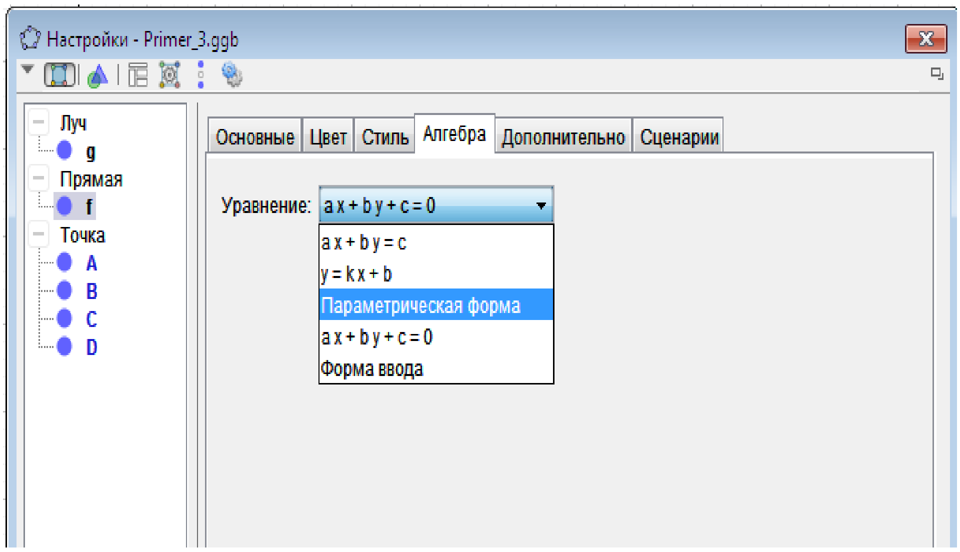
Чекиттин же векторлордун координаталарын өзгөртүү үчүн, чычкандын көрсөткүчүн (*объектилер панелинен*) объектиге алып барып, эки жолу бассаныз өзгөртүү абалына ээ болосуз, же

графикалык терезеден чычкандын көрсөткүчүн келтирип, *Сол* баскычты басып коё бербестен каалаган жерге жылдырууга болот.



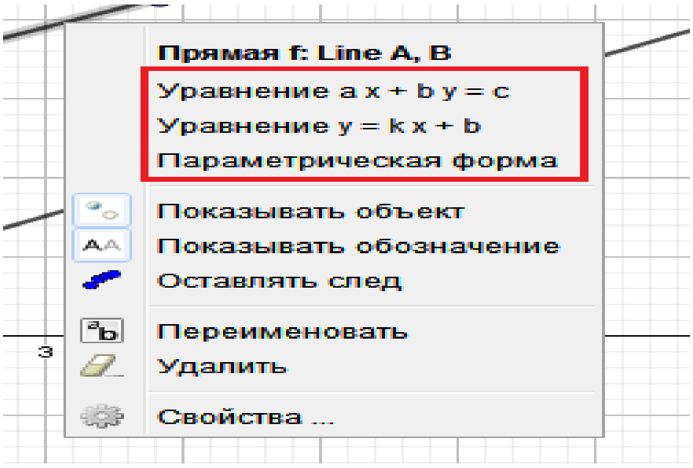
36-сүрөт

Түз сызык жана шоола объектилеринин *касиет* байланыш терезесинин алгебра бүктөмүндө көрсөтүлгөн маалыматты карап көрөлү. Тиешелүү түрдө бул объектилерди тургузуу үчүн көрсөтүлгөн каражаттар менен эки чекитти ырааттуу көрсөтүү керек. 37-сүрөттө түз сызык ***AB*** жана ***CD*** шооланы түзүүнүн жыйынтыгы көрсөтүлгөн.



37-сүрөт

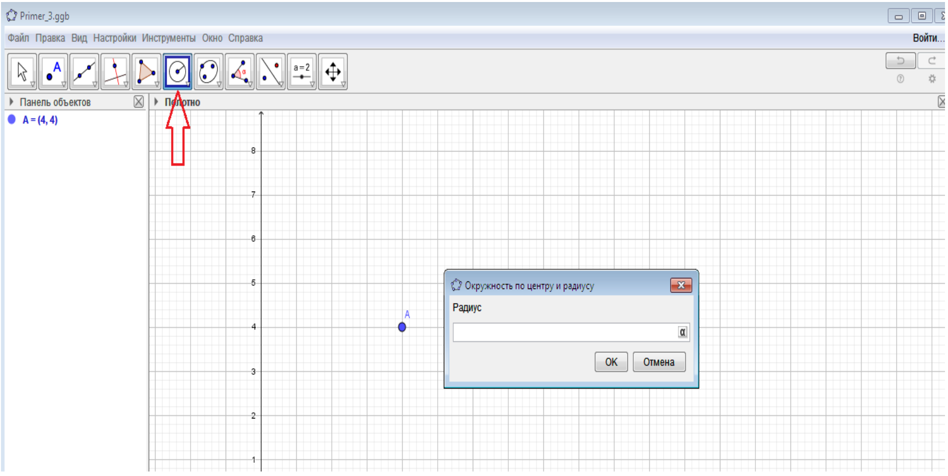
Бул объектилердин контексттик менюсу аркылуу *касиеттер* байланыш терезеси чакырылышы мүмкүн, анын ичинен *алгебра* бүктөмүнөн сиз түз сызыктын теңдемесин түзүүнүн формасын тандай аласыз ($ax+by=c$, $y=mx+b$, же параметрдик). Түз сызык жана шооланын алгебра бүктөмүндө көрүнүш формасы бирдей (38-сүрөт).



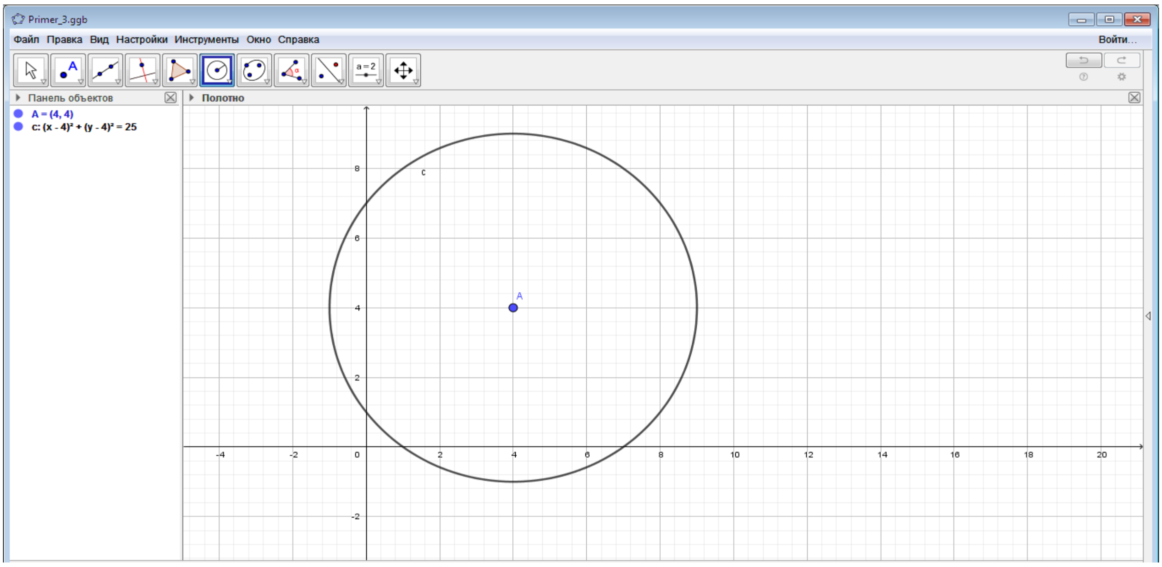
38-сүрөт

Объектинин контексттик менюсунан *түз сызыктын* теңдемесин тез өзгөртүүнү дагы жүргүзсө болот (38-сүрөт).

Айлана үчүн теңдеменин ар кандай формаларын дагы тандап алуу мүмкүн. Айлана каражатын колдонуп, графикалык терезеде борборду (***A*** чекитин) ырааттуу көрсөтүү менен жана байланыш терезесине радиустун маанисин киргизүү менен түзүлөт (39-сүрөт).

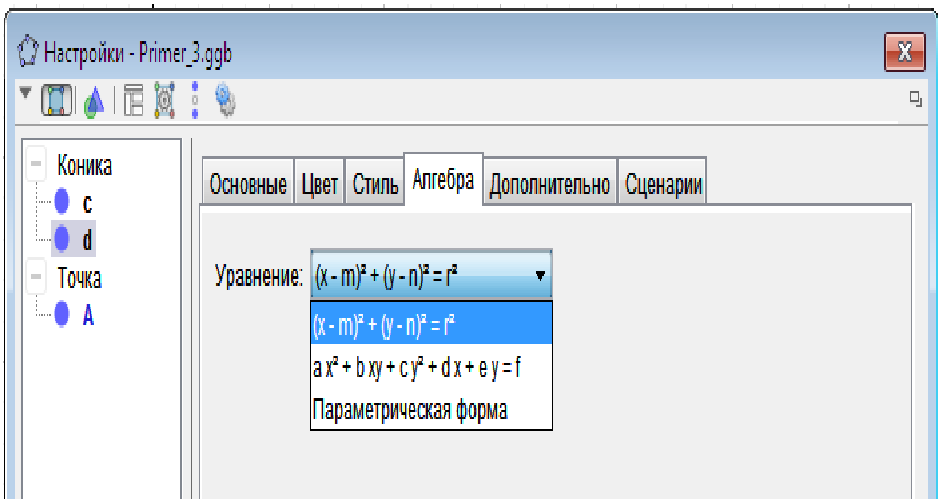


39-сүрөт



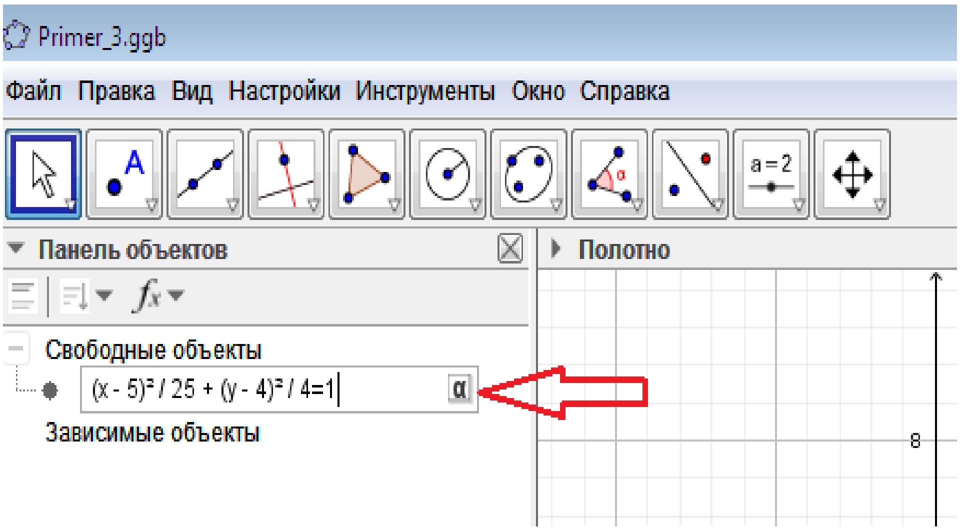
40-сүрөт

Айлананын касиеттер байланыш терезесинде, алгебра бүктөмү айлананын теңдемесин жазуунун эки формасын тандап алуу мүмкүнчүлүгүн камсыз кылат: $(x-m)^2+(y-n)^2=r^2$ же $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey=f$ (41-сүрөт). Объектинин контексттик менюсунан айлананын теңдемелеринин формасын дагы өзгөртүп алууга болот.

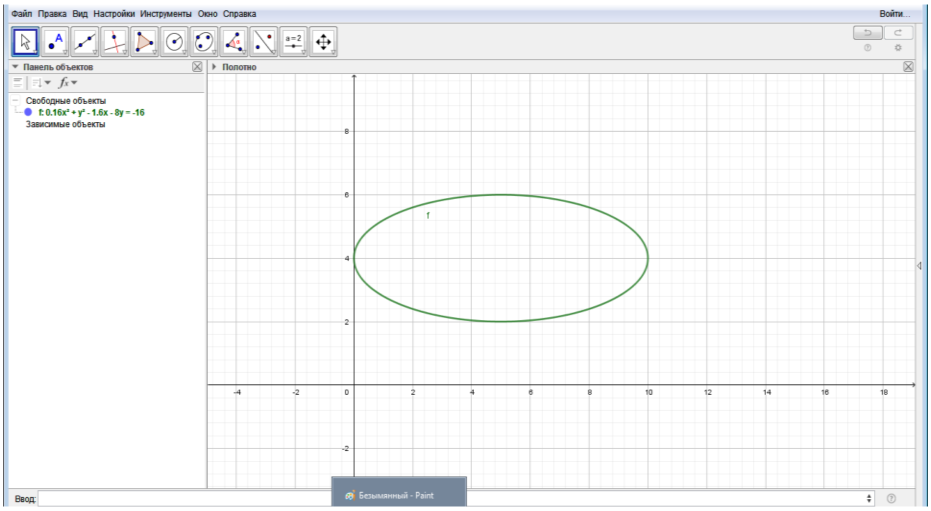


41-сүрөт

Эллипс теңдемесинин киргизүү сабы аркылуу түздөн-түз жазылышы мүмкүн, мисалы $\frac{(x-5)^2}{25}+\frac{(x-4)^2}{4}=1$ дайым киргизилет.



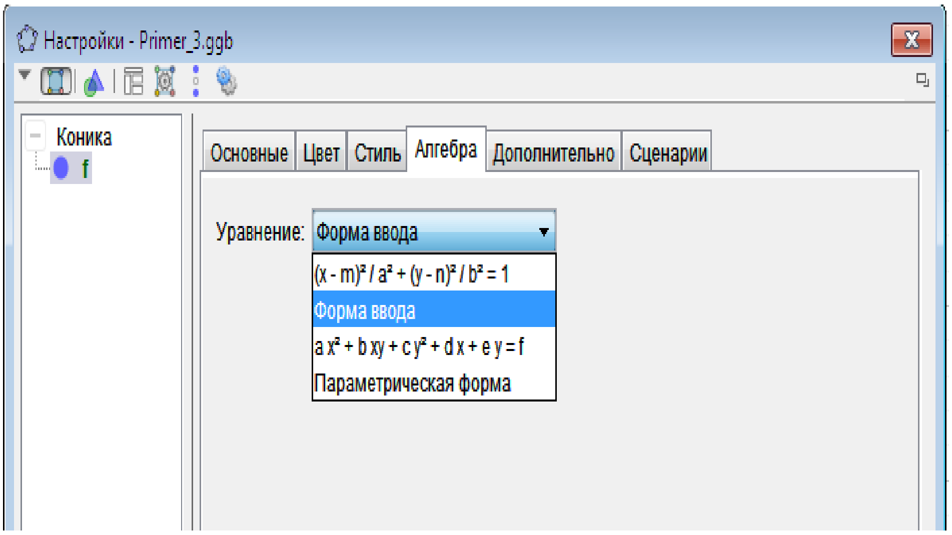
42-сүрөт



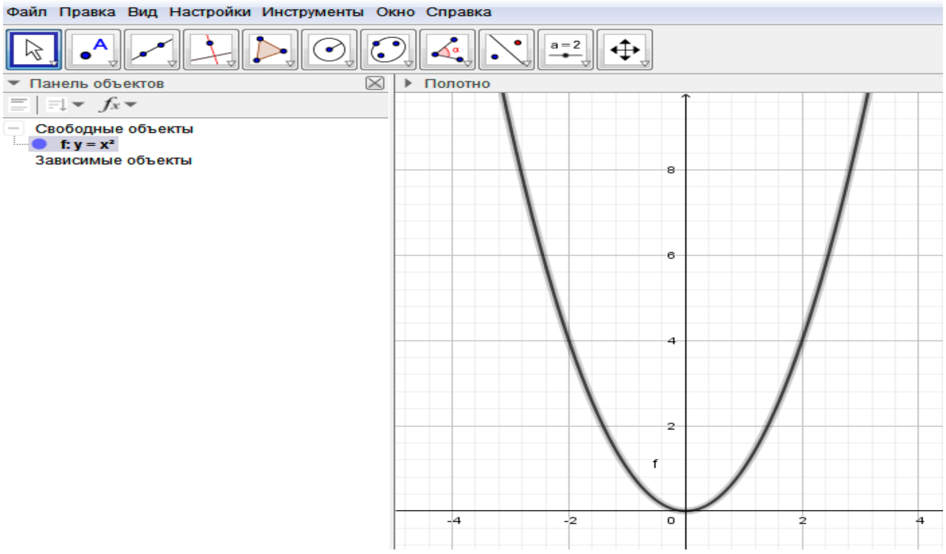
43-сүрөт

Enter баскычын басууда графикалык терезеде эллипс пайда болот (43-сүрөт).

Эллипстин касиеттер байланыш терезесинин алгебра бүктөмүндө эллипстин теңдемесин жазуунун эки формада тандап алуу мүмкүнчүлүгү бар: $\frac{(x-m)^2}{a^2}+\frac{(y-n)^2}{b^2}=r^2$ же $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey=f$ (44-сүрөт). Объектинин контексттик менюсунан эллипстин теңдемелеринин формасын дагы өзгөртүп алууга болот.



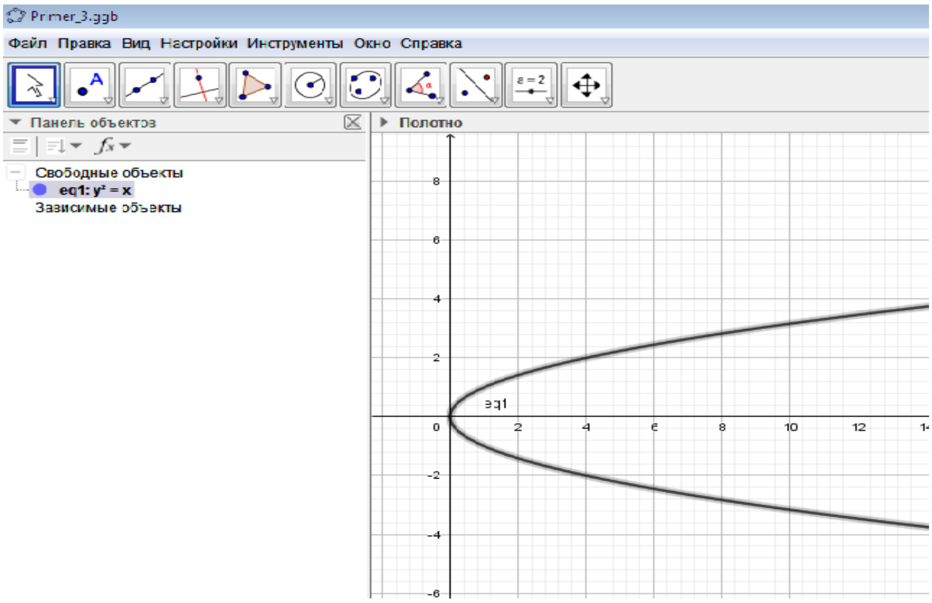
44-сүрөт



45-сүрөт

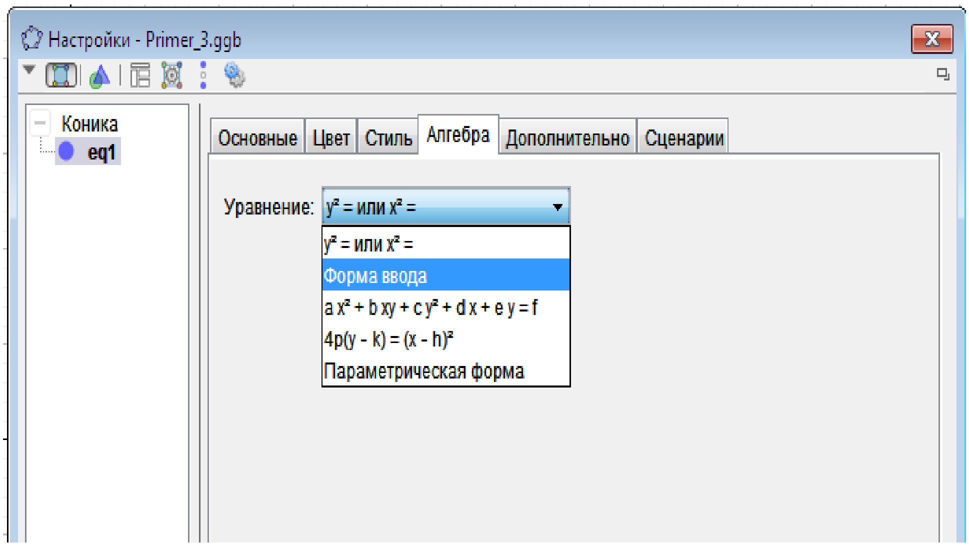
Параболаларды жана гиперболаларды түзүү үчүн, алардын теңдемелерин түздөн-түз киргизүү жолу менен жүзөгө ашырылууга болот.

45-46-сүрөттөрдө $y = x^2$ жана $x = y^2$ теңдемелери менен берилген параболалардын сүрөттөлүшү көрсөтүлгөн.



46-сүрөт

Алгебра бүктөмүндө параболанын теңдемесин жазуунун ар кандай формасын тандап алуу мүмкүнчүлүгү бар: (47-сүрөт).



47-сүрөт

Жогоруда айтылган алгоритмдер боюнча гиппербоданы дагы түзүүгө болот. Бул боюнча өз алдынча иштеп көрүңүз.

§3. Жаңы каражаттарды түзүү

Каражаттар панели колдонуучуга интерактивдүү режимде ар кандай функционалдуу геометриялык объектилерди түзүү мүмкүнчүлүгүн берет. Бирок, көпчүлүк учурда колдонуучу

программаны өзүнүн конкреттүү максаттары үчүн жөндөөгө болот. Маселен, геометриялык модель түзүү тең капталдуу үч бурчтуктарды жетиштүү деңгээлде көп түзүш керек болот деп коёлу, ал үчүн үч бурчтуктун негизинин бир чокусу, негизинин узундугу жана негизинин бурчу белгилүү болсун.

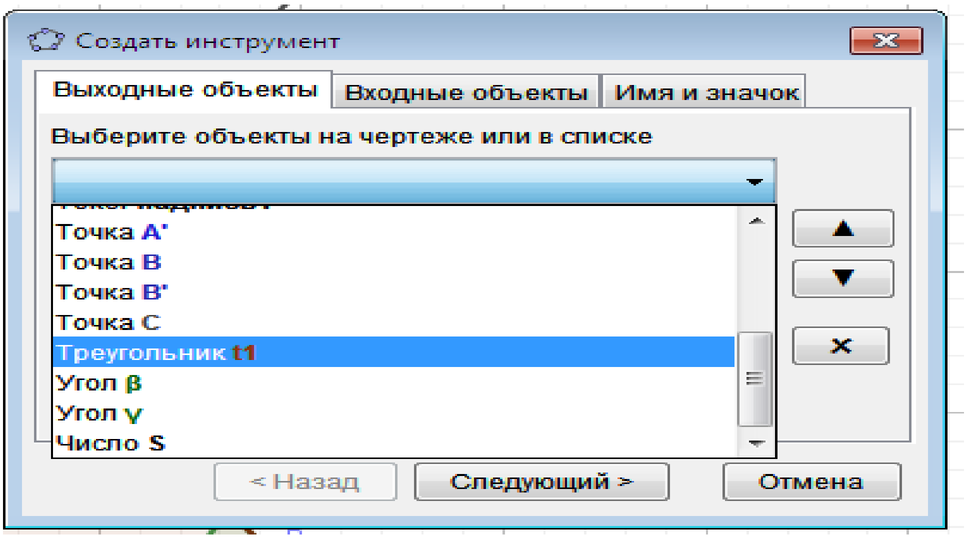
Мындай үч бурчтукту түзүү процессин биз жогоруда жетиштүү деңгээлде майда-чүйдөсүнө чейин карадык. Түзүү бир нече кадамдардан турат, бири-бири менен байланышкан үч бурчтуктун негизи, бурчтар, шоолалар, шоолалардын кесилишүү чекитин аныктоо жана акырында үч чоку боюнча көп бурчтукту (үч бурчтукту) түзүү. Ар бир үч бурчтук түзүүдө, бул кадамдарды кайталоо керек болот.

Колдонуучунун объектисин түзүү үчүн ***GeoGebra*** программасы өз алдынча каражат түзүү мүмкүнчүлүгүн сунуш кылат. Мындай *каражаттарды панелде* жайгаштырып, аларды кийин көп жолу колдонуу мүмкүнчүлүгү бар.

Мисалы, тең капталдуу үч бурчтукту түзүүнүн каражатын түзүү технологиясын карап көрөлү. ***GeoGebra*** программасында тең капталдуу үч бурчтуктун сүрөтүн тартуу үчүн анын негизиндеги чокусу, негиздин узундугу жана жанындагы бурч колдонулат (же программада мурун сакталган сүрөттү кайра ачып карайбыз).

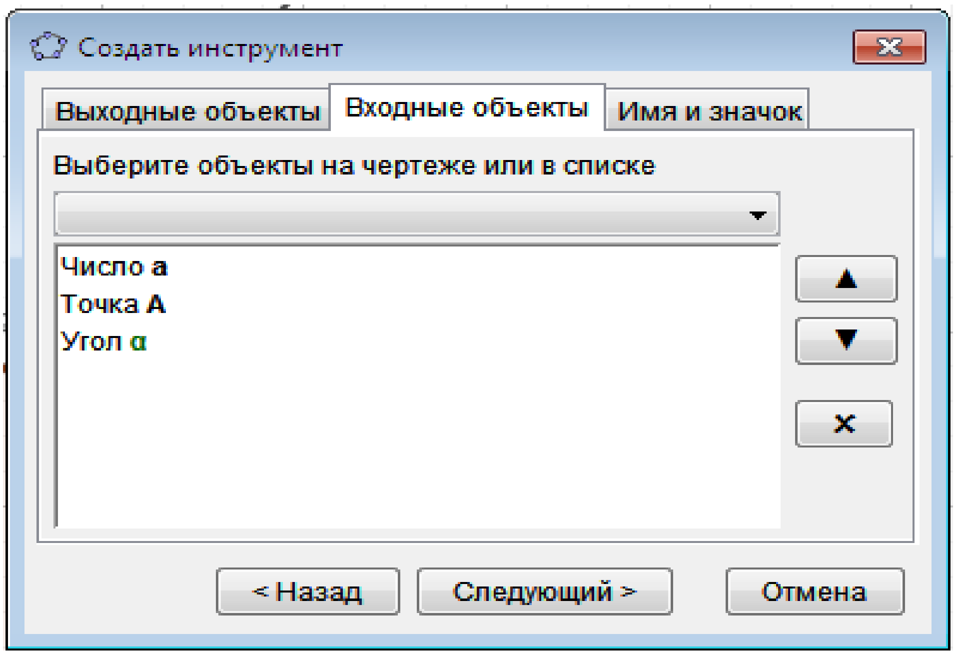
Негизги менюдан – каражат түзүүнү тандаңыз. Натыйжада, пайда болгон байланыш терезесинен кадам артынан кадам жасоо менен жаңы каражат түзүлөт. Бул байланыш терезесинде башында Чыгуучу объектилер бүктөмү активдүү болот, сиз ачылуучу тизмеден бул түзүүнүн натыйжасы боло турган объектилерди

тандашыңыз керек. Биздин учурда, мындай объект ***Треугольник t1*** (48-сүрөт).



48-сүрөт

Чыгуучу объектини тандап, кийинки баскычты баскандан соң, киргизүү бүктөмү активдүү болот. Жаңы каражатты түзүүнүн ушул кадамында чыгуучу объектинин негизинде, кирүүчү объектилердин тизмеси көрсөтүлөт. Биздин учурда, бул “*Число а*”, “*Точка А*” жана “*Угол α*” Кирүүчү объектилеринин тизмеси автоматтык түрдө GeoGebra программасы тарабынан түзүлөт. Интерактивдүү режимде геометриялык объектини түзүүдө кирүүчү объектилеринин жайгашуусу аткарылышынын ырааттуулугуна таасир берет. Ошондуктан биздин учурда, адегенде, логикалык жактан караганда, биринчи үч бурчтуктун чокусун, андан кийин гана негиздин узундугу жана негизиндеги бурч көрсөтүлөт. Керектүү объектини белгилеп, жогору жана төмөн баскычтарын колдонуп, тизмедеги киргизүү объектилеринин жайгашкан жерин өзгөртө аласыз (49-сүрөт).

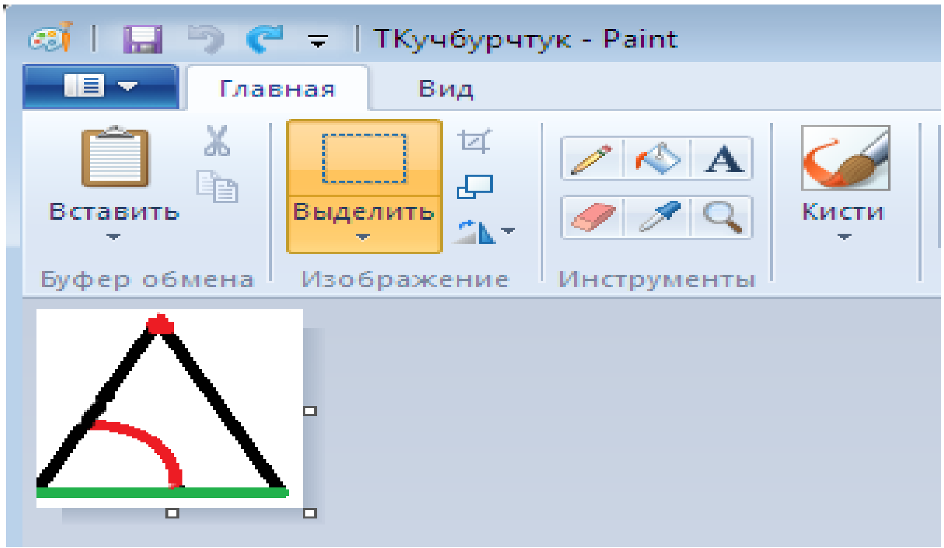


49-сүрөт

Кийинки баскычын басууда кезектеги аты жана эн тамга бүктөмү активдүү болуп. Бул бүктөмдө сиз төмөнкү мүнөздөмөлөрдү көрсөтүшүңүз керек:

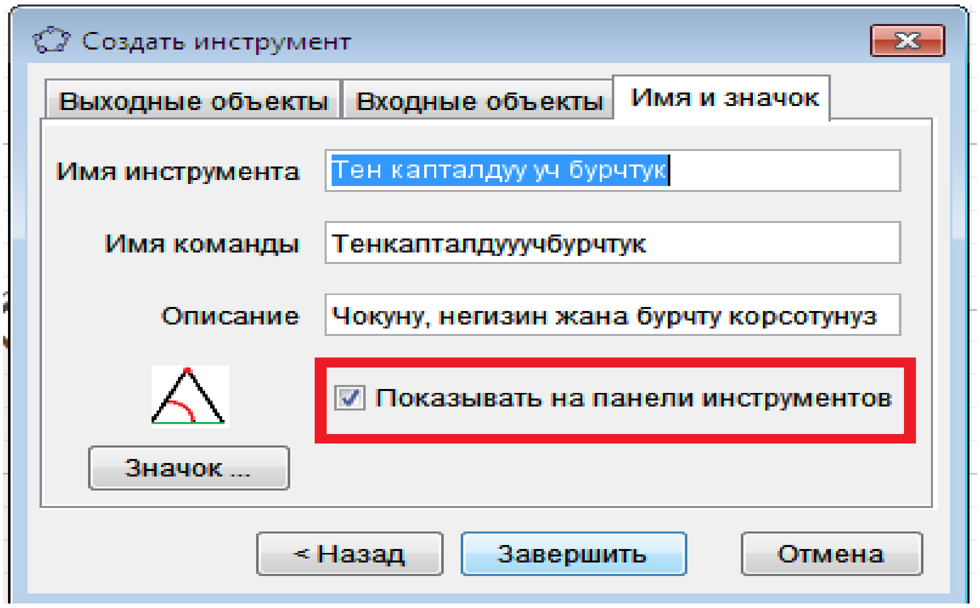
- Каражаттар панелинде көрсөтүлө турган куралдын аталышы;
- Чыгуучу объектини түзүүгө боло турган жана түздөн-түз киргизүү сабына жазылуучу буйруктун аталышы.
- Интерактивдүү режимде киргизүүнү ырааттуулугун көрсөтүүчү жардамчы сап.

Жаңы каражат үчүн, ***GeoGebra*** программасы стандарттуу көрүнүш эн тамгасын колдонууну сунуштайт. Бул сүрөттү башка менен алмаштырууга болот. Мисалы, Microsoft Paint программасында мурун түзүлгөн же Интернет булактарынан тандалып көчүрүлгөн сүрөттөр болушу мүмкүн (50-сүрөт).



50-сүрөт

Microsoft Paint программасында түзүлгөн сүрөт дискке файл катары, кийинчерээк жаңы түзүлгөн каражаттын эн тамгасы катары колдонуу үчүн сакталууга тийиш. ***GeoGebra*** пограммасы сизге эн тамга катары ***.gif, *.jpeg, *.jpg, *.tif, *.png, *.bmp*** түрдөгү файлдарды колдонууга мүмкүнчүлүк берет (51-сүрөт).

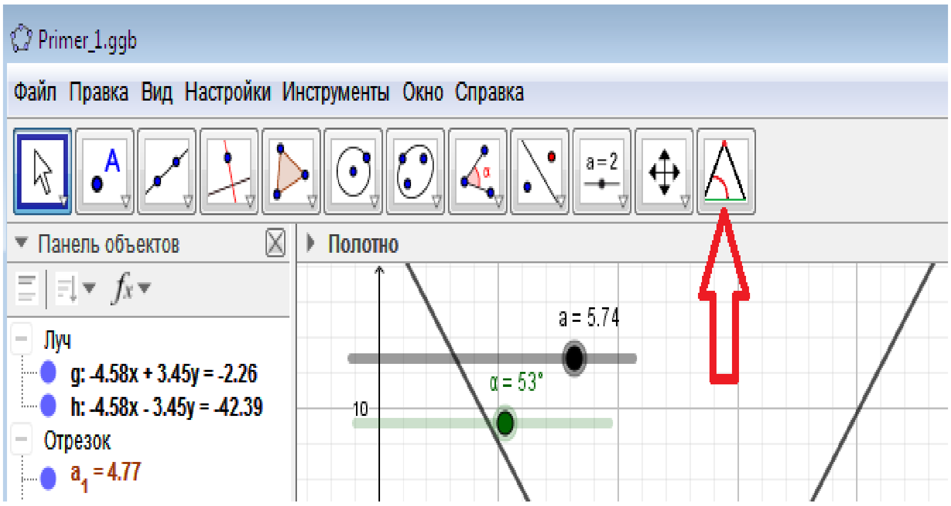


51-сүрөт

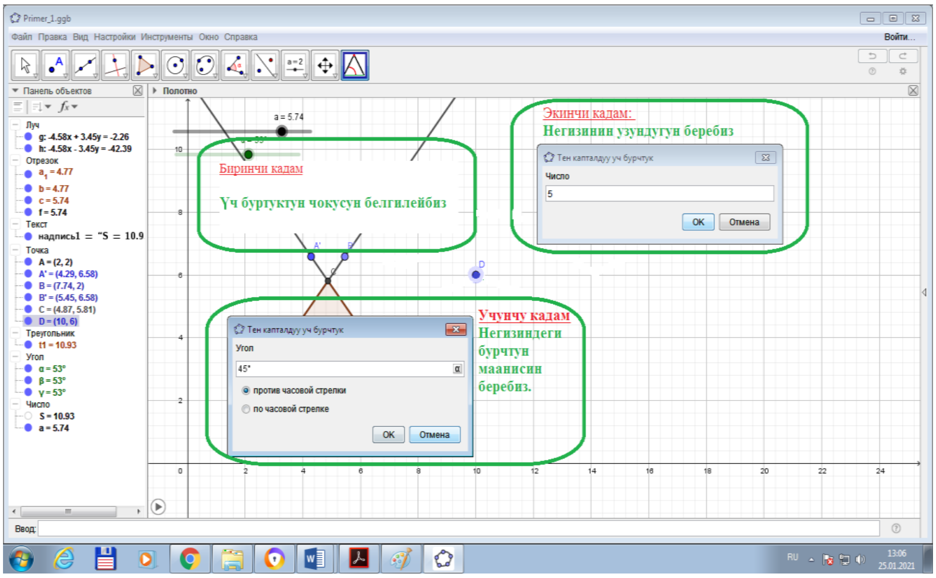
GeoGebra программасында сөлөкөт сүрөттү камтыган файлды тандоо үчүн байланыш терезечесинен эн тамга баскычынын жардамы менен стандарттуу файлды ачуу жүзөгө ашырылат.

Ошондой эле кутучаны белгилөөнү унутпоо керек, анткени каражаттар панелинде орнотуу болбосо, баскыч каражаттар панелинде көрүнбөй калат.

Аяктоо баскычын баскандан кийин, ийгиликтүү болгонун билдирүүчү байланыш терезече пайда болот, каражат түзүлүп, каражаттар панелинде жаңы каражат пайда болот (52- сүрөт).



52- сүрөт



53-сүрөт

Эгер сиз бул куралды тандасаңыз, анда графикалык терезеден үч кадам жасоо менен тең капталдуу үч бурчтуктун чокусун ыктыярдуу тандап, негиздин узундугун жана негизиндеги бурчун байланыш

терезесиндеги киргизүү сабына маанилерин берүү менен ээ болосуз (53-сүрөт).

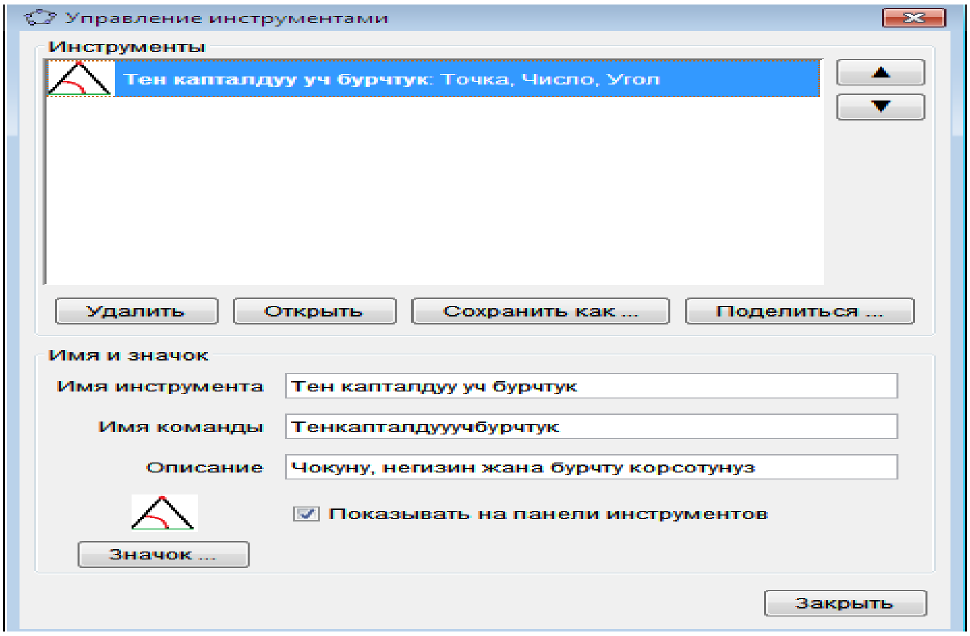
Мындан тышкары, түздөн-түз киргизүү сапчасына тең капталдуу үч бурчтуктун буйрутмасынан үч бурчтуктун чокусун, негиздин узундугун жана негизиндеги бурч көрсөтүү менен ээ болосуз.

Түзүлгөн жаңы каражаттар ***GeoGebra*** программасы жабылган убакка чейин колдонууга болот. Кийинки жолу программаны ачканда бул каражат жок болот. Ошондуктан, негизги менюдагы жөндөөлөр пунктунан жөндөөлөрдү сактоону тандап коюнуз.

Көп учурда ошол эле жаңы каражаттар ***GeoGebra*** программасы орнотулган башка компьютерлерде колдонуунун зарылдыгы келип чыгат. Ар бир компьютерде каражаттарды колдонуу үчүн, бардык кадамдарды сүрөт тартуу жана андан кийин каражаттарды түзүү иш-аракеттерин кайталабоо үчүн, бир компьютерден экинчи компьютерге жаңы каражатты көчүрүп бере аласыз. Жаңы каражат жөнүндө маалымат дискке файл катары ***GeoGebra*** программасынын ****.ggt*** кеңейтүүсүндө сакталышы керек.

Жаңы каражат жөнүндө маалыматты дискке сактоо үчүн, негизги менюдан каражаттар пунктун тандоо керек, пайда болгон каражаттарды башкаруу байланыш терезесинде тизмедеги каражатты басып, кантип сактоо баскычын басыңыз (54-сүрөт).

Ушундай жол менен түзүлгөн каражаттардын маалымат файлы башка колдонуучулардын компьютерлерине орнотууга жана жумушта пайдалануу үчүн көчүрүлүп берилет.



54-сүрөт

Каражатты **.ggt*** кеңейтилишиндеги файлынан башка компьютерге орнотуу үчүн, GeoGebra программанын негизги менюсунан файлды басып, ичинен ачууну тандап тизмеден файлды ачыңыз. Натыйжада, каражаттар панелинде пайда болот. Андан ары башкы менюдагы жөндөөлөр пунктунан жөндөөлөрдү сактоону тандап коюнуз. Мындан кийин, каражаттар панелинде ар бир жолу ***GeoGebra*** программасын жүктөөдө көчүрүлүп, жаңы каражат чыгып турат, ****.ggt*** кеңейилиши бар файлдын өзү эми кереги жок болот.

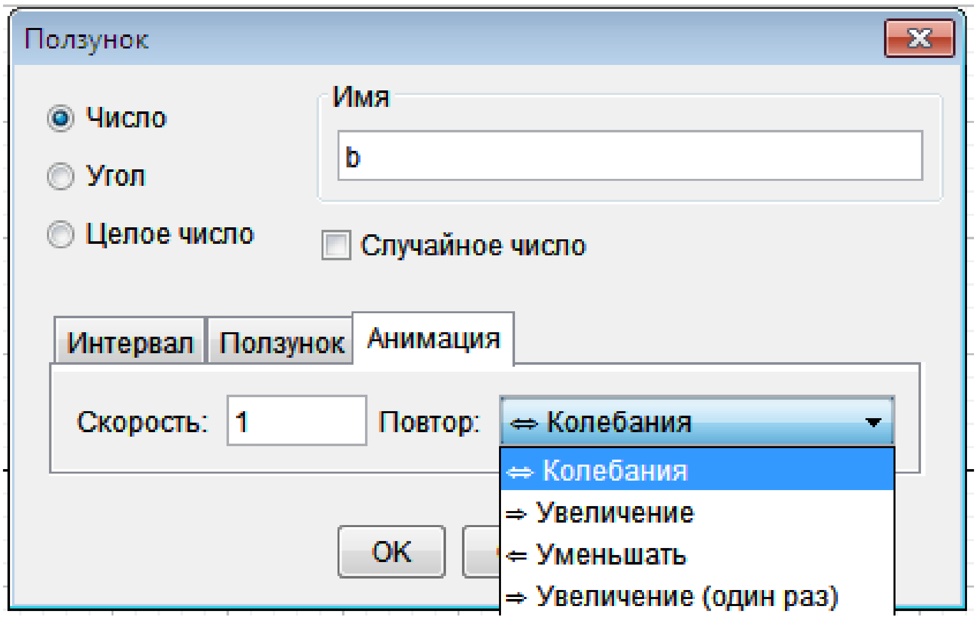
§4. Анимацияны түзүү

Түзүлгөн геометриялык объектилерге ***GeoGebra*** программасында кыймылдуу сүрөттөлүштөрдү колдонуу – анимация деп аталат. Анимация түзүү жылдыргыч жана динамикалык сүрөттөрдү түзүү менен тыгыз байланышта.

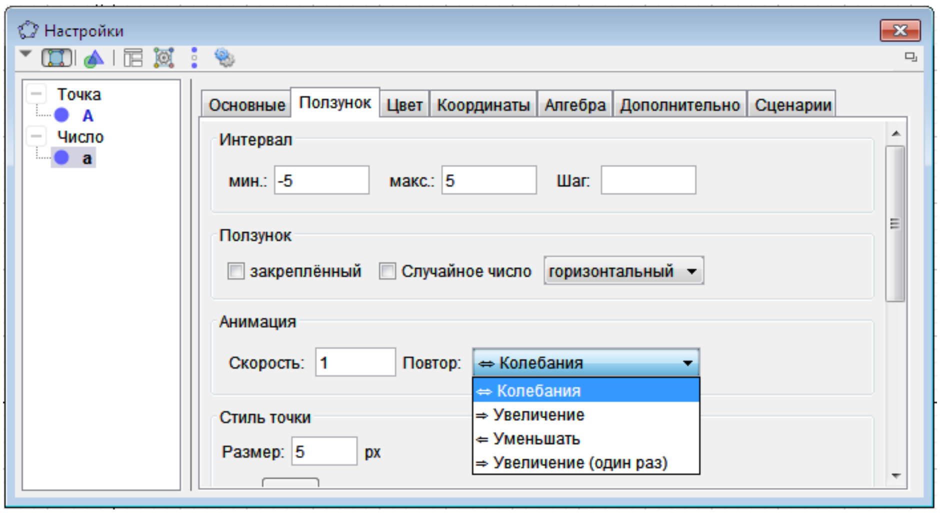
Жылдыргычтарды колдонуу менен сандык жана / же бурчтук параметрлердин маанилерин өзгөрткөндө геометриялык көрүнүштүн өзгөрүшү динамикалык чийменин өзгөчөлүгү болуп саналат.

Параметрлерди өзгөртүү үчүн колдонуучу тарабынан чекитти жылдыргыч боюнча колго, чычкан же клавиатурадагы (жебе баскычтары) жардамы менен жылдыра алабыз. ***GeoGebra*** программасында сиз автоматтык анимацияны уюштура аласыз. Анимацияны иштетүү үчүн ***play*** баскычын басуу жетиштүү. Эми автоматтык анимация уюштуруу маселелерин кеңири карап чыгалы.

Жылдыргыч түзүүдө байланыш терезесиндеги анимация бүктөмүндө контексттик менюсу аркылуу циклдик өзгөрүшүнүн түрү жана өзгөрүү ылдамдыгынын мүнөздөмөлөрүн көрсөтүүгө болот. 55-56-сүрөттө жылдыргычты түзүү жана аны редакциялоо үчүн байланыш терезеси көрсөтүлгөн, мында анимациянын мүнөздөмөлөрү коюла турган параметрлер берилет.



55-сүрөт



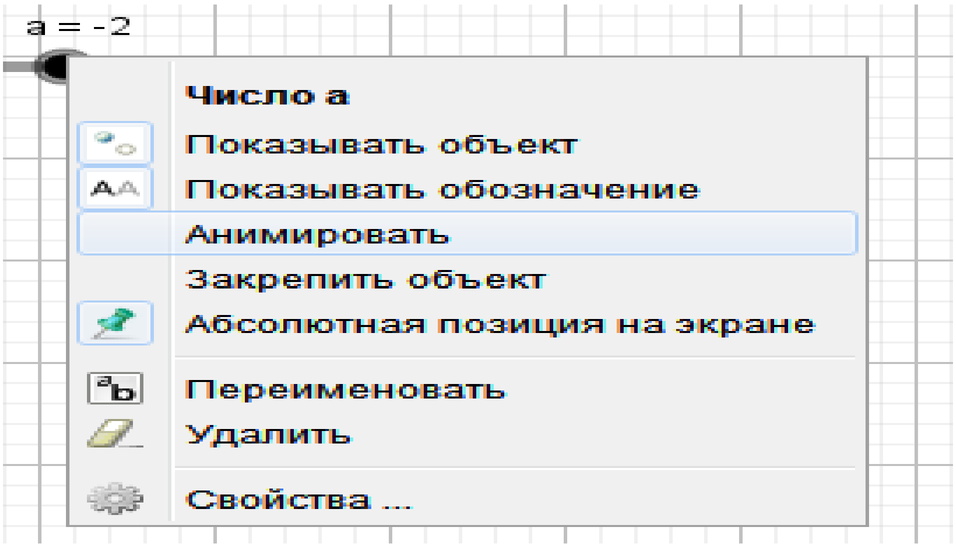
56 – сүрөт

Бул байланыш терезесинен циклдик параметрдин төмөнкү түрлөрүнүн бирин тизмеден тандай аласыз:

- *термелүүлөр* (циклдик өзгөрүүсү параметрдин маанисинин минимумдан максимумга өсүп жана кайра артка түшөт);
- *жогорулатуу* (циклдик өзгөрүүсү параметрдин маанисинин минимумдан максимумга чейин; максималдуу мааниге жеткенде кайра минимумга кескин өтүү);
- *төмөндөө* (циклдик өзгөрүүсү параметрдин маанисинин максимумдан минимумга чейин; минимумга мааниге жеткенде кайра максимумга кескин өтүү);

Ылдамдыкты киргизүү сапчасы ылдамдыкты өзгөртүүгө мүмкүндүк берет, башкача айтканда анимациянын ылдамдыгы өзгөрөт. Эгерде ылдамдыгы 1ге барабар болсо, анда анын бүт мүмкүн болгон интервалында болжол менен 10 секунд ичинде өтөт.

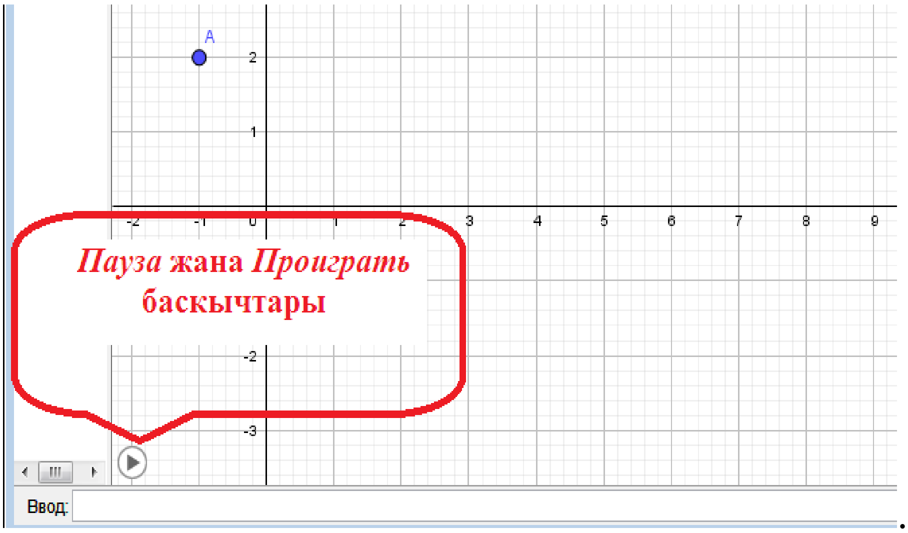
Автоматтык режимде анимацияны баштоо үчүн жылдыргычтын контексттик менюсунан анимациялоо сөзүнүн алдына чымчыкчаны коюнуз (57-сүрөт).



57-сүрөт

Натыйжада, анимациянын мүнөздөмөлөрү көрсөтүлгөн параметрге ылайык автоматтык түрдө өзгөрө баштайт. Ал эми тескерисинче анимацияны токтотуу үчүн, жылдыргычтын контексттик менюсунан анимациялоо сөзүнүн алдына чымчыкчаны алып салуу жетиштүү.

Эгерде динамикалык чийме анимацияга негизделген жана бир нече параметрлерден көз каранды болсо, анда сиз ар бир өзүнчө параметрдин циклдик өзгөрүүсүн токтотуп, кайра жандандырсаныз болот (58-сүрөт).



58-сүрөт

II БӨЛҮМ.ГЕОМЕТРИЯНЫ ОКУТУУДА ИНТЕРАКТИВДҮҮ ГЕОМЕТРИЯЛЫК КУРАЛДЫ КОЛДОНУУНУН АРТЫКЧЫЛЫКТАРЫ

§5. GeoGebra программасын колдонуу менен геометриялык далилдөөлөрдү үйрөтүү

Геометриялык фигуралардын касиеттери тууралуу сүйлөмдөрдү далилдөөнү үйрөнүү - мектептин геометрия курсунун негизги максаттарынын бири. Мектептин окуу китептеринин мазмунунда бул максатты ишке ашыруу геометриялык теоремалардын далилдөөлөрүнүн үлгүлөрүн, далилдөөгө берилген маселелерин киргизүү менен, ошондой эле эсептөө жана түзүү маселелерин чыгаруунун негизги учурларын негиздөө талабы менен камсыздалат.

Адатта, далилдөөнү үйрөтүү, айтылыштардын чындыгы жана чыгарылыштын тууралыгы жөнүндөгү дедуктивдик мүнөздөгү логикалык ырастоо көндүмдүктөрүн калыптандыруу менен ишке ашырылат. Математиканын өнүгүү мезгилинен бери логикалык ой жүгүртүүнүн жыйынтыктары негизделгенде гана ишенимдүү жана туруктуу деп эсептелген бул салт уламдан-улам күчөп баратат. Бүгүнкү күндө компьютердик технологиянын таасири астында логикалык далилдөөгө математиктердин мамилеси бара-бара өзгөрүүдө.

Мындай компьютерде геометриялык түзүүлөрдү, сүрөттөрдү, объектилерди аткарууга мүмкүндүк берген программалардын бири болуп GeoGebra саналат.

GeoGebra геометриялык чөйрөсүндө компьютердик далилдөөлөрдүн мүмкүнчүлүктөрүн колдонуу биздин көз караш

боюнча 7-класстын окуучуларына далилдөөнү үйрөнүүнүн алгачкы этаптарындагы баштапкы көптөгөн кыйынчылыктарды жоюуга жардам берет деп ойлойбуз.

Маселен, бизге жандаш бурчтардын суммасы 180^0 барабар экенин далилдөө керек.

Берилди:

$\angle BCB'$ жана $\angle B'CA$ – жандаш бурчтар

Далилдөө керек:

$\angle BCB' + \angle B'CA = 180^o$

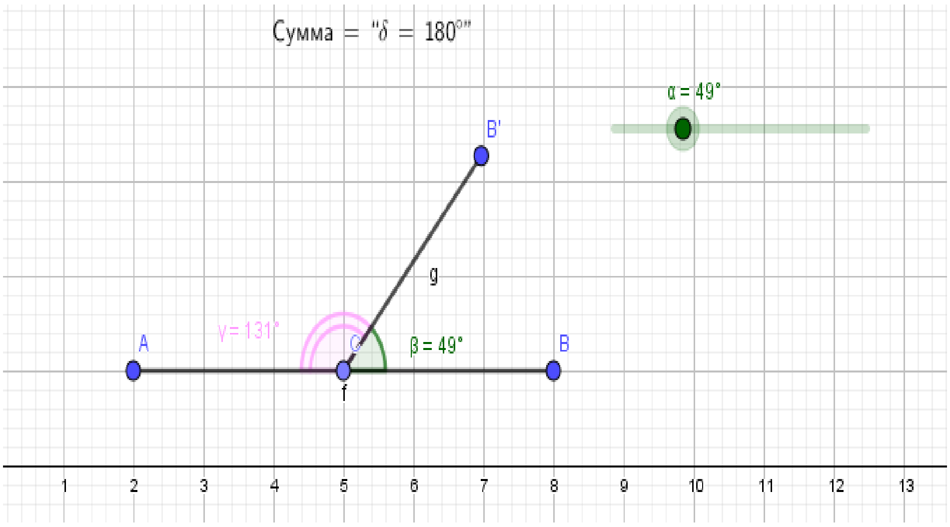
Компьютердик эксперимент ***GeoGebra*** программасынын жардамы менен бурчтардын өзгөрүшүнөн $\angle BCB' + \angle B'CA$ суммасы көз каранды эмес экендигин көрсөтүү.

I. Динамикалык чиймени түзүү.

1. Программадан *AB* кесиндисин каалагандай жайгаштырабыз.
2. Кесиндинини ортосунан *C* чекитин белгилейбиз.
3. Жылдыргыч жардамы менен α бурчунун өзгөрүү интервалын беребиз (0^0 дон 180^0 чейин)
4. Белгиленген чекиттен α чондугу боюнча $\angle BCB'$ бурчту түзөбүз.
5. Экранга $\angle BCB'$ жана $\angle B'CA$ бурчтарынын жана алардын суммасын жайгаштырабыз (59-сүрөт).

II. Эксперименттин жүрүшү.

α *бурчун* 0^0 тан 180^0 ка чейин өзгөргөндөй кылып жылдыргычты жылдырабыз. Эгерде жылдыргычтын контексттик менюсунан анимациялоо сөзүнүн алдына чымчыкчаны койсок, анда бурч кыймылга келет.



59- сүрөт

Мында биз бурч канчалык өзгөрсө дагы, жандаш бурчтардын суммасы 180^0 ка барабар экендигин, компьютердик эксперимент менен көрсөтмөлүү түрдө далилдедик.

Эксперимент үчүн динамикалык чиймелерди түзөлү: маселен, “*эки параллель түз сызыкты үчүнчү түз сызык менен кескенде алардын ички кайчылаш бурчтары барабар болот*” теоремасын карап көрөлү.

Берилди:

a || ***b***аларды кесип өткөн ***l*** түз сызыгы жана$\angle$ ***F*** жана$\angle$ ***E***–ички кайчылаш бурчтар

Далилдөө керек:

$\angle F = \angle E$

Динамикалык чиймени түзүү.

1. ***a*** түз сызыгын түзөбүз.

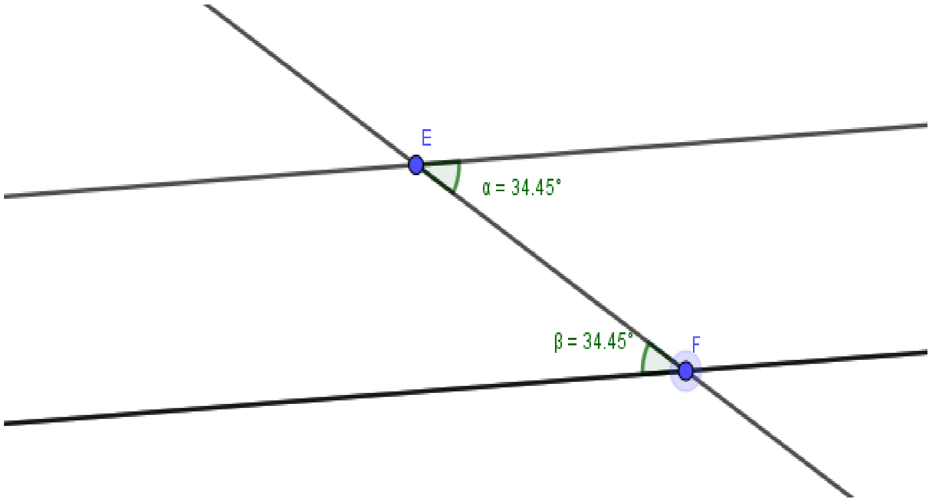
2. ***E*** чекитин ***a*** да жатпагандай белгилейбиз.

3. ***E*** чекити аркылуу өткөндөй ***b*** || ***a*** түзөбүз.

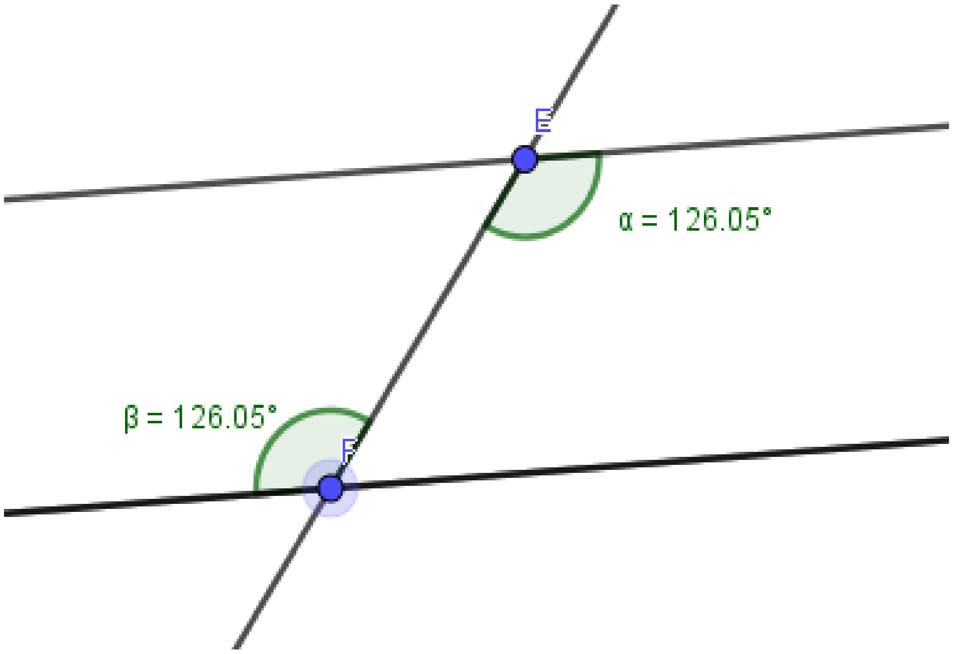
4. ***в*** түз сызыгы менен ***l*** түз сызыгынын ортосундагы ***α*** бурчун жайгаштырабыз.

5. ***B*** бурчун түзөбүз.

Ошентип графикалык терезеде төмөндөгүдөй сүрөттөлүш пайда болот. Буларды чекиттер аркылуу ар кандай жылдыруулар менен жогоруда айтылган теореманын компьютердик далилине күбө болобуз (60-61 - сүрөттөр).



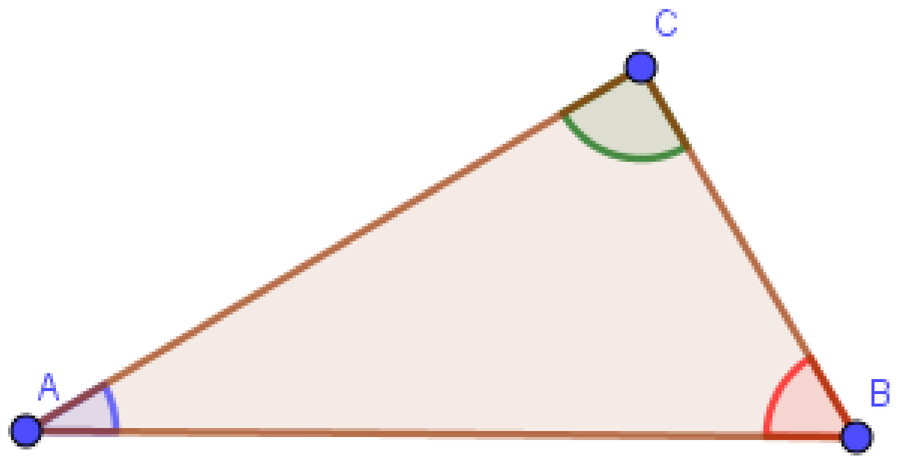
60 – сүрөт



61-сүрөт

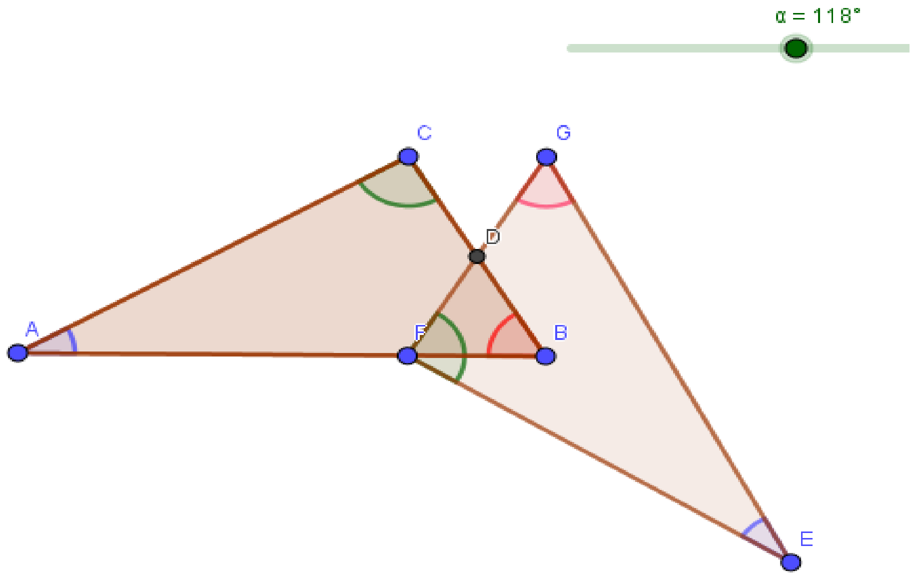
Дагы бир мисал, “*үч бурчтуктун ички бурчтарынын суммасы 180^0 ка барабар”*деген теореманын далилдөөсүн динамикалык сүрөттүн анимациясы аркылуу карап көрөлүк.

1. ***ABC*** үч бурчтугу берилсин (62 - сүрөт).

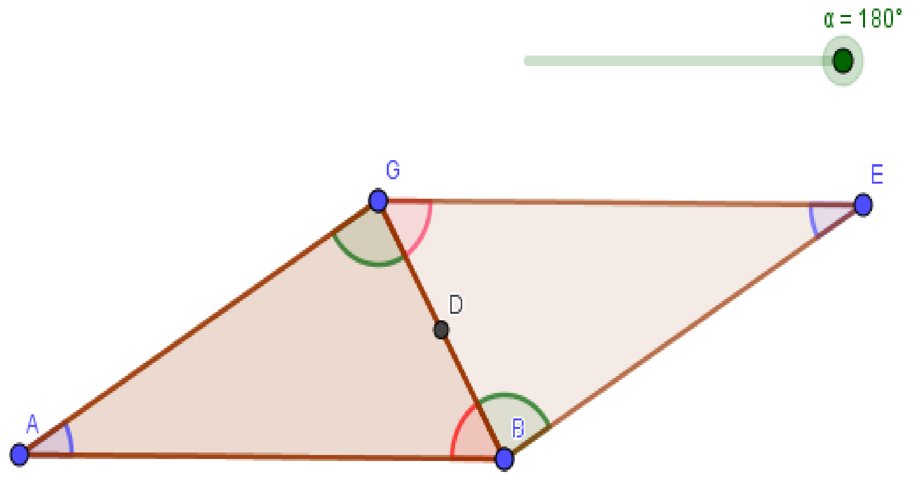


62– сүрөт

2. ***ABC*** үч бурчтугунун ***BC*** жагынын тең ортосунан ***D*** чекитин белгилейбиз дагы, ушул чекиттин айланасында 180^0 ка ***EGF*** *көчүрмөсүн* (*копиясын*) айландырабыз. Ошондо ***C*** чокусунда үч бурчтуктун ***∠ABC*** жана ***∠EGF*** бурчтарынын *суммасына ээ болобуз* (63-64-сүрөттөр).

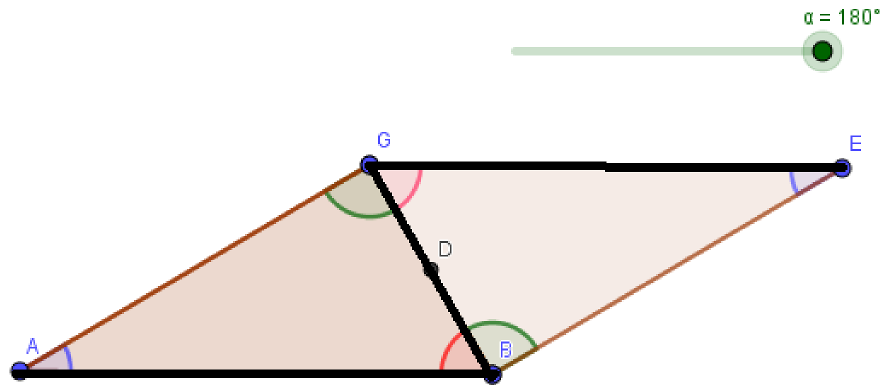


63-сүрөт



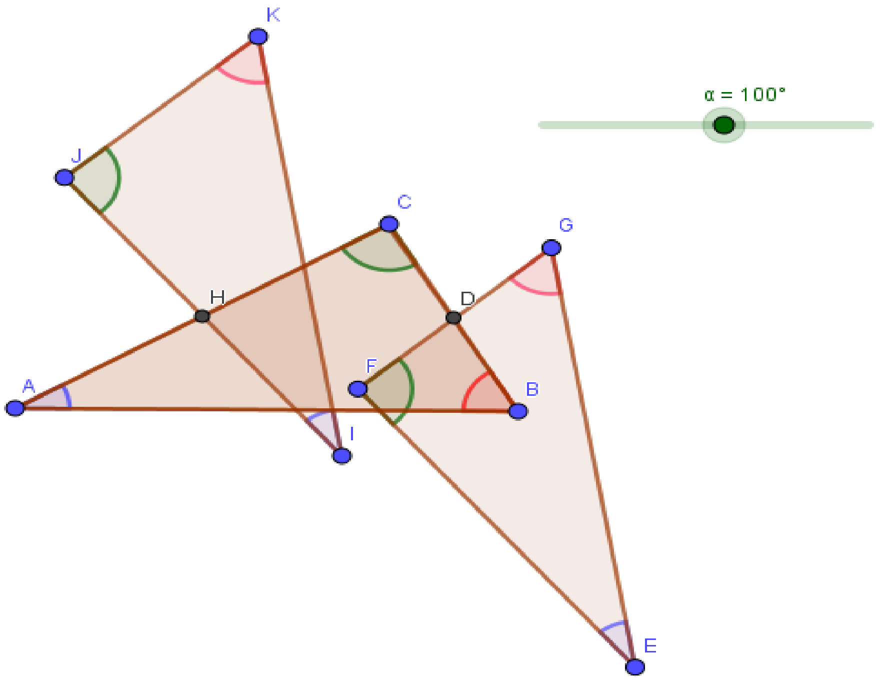
64-сүрөт

AB жана ***GE*** түз сызыктарын кесип өткөн ***BC*** түз сызыгынын ички кайчылыш бурчтары барабар болгондуктан, бул эки түз сызык параллель(65-сүрөт).



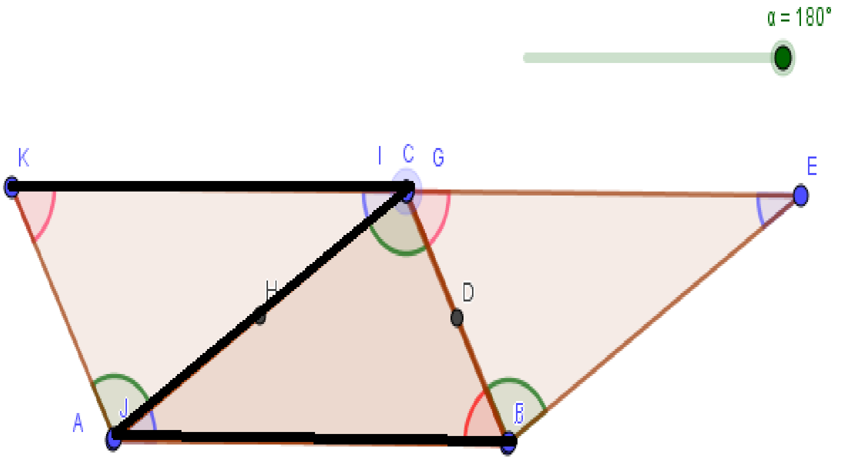
65-сүрөт

3. Эми ***ABC*** үч бурчтугунун ***AC*** жагынын тең ортосунан ***H*** чекитин белгилейбиз дагы, ушул чекиттин айланасында 180^0 ка ***IKJ*** көчүрмөсүн айландырабыз. Акырында ***C*** чокусунда ***ABC*** үч бурчтугунун үч чокусунун суммасына барабар болгон ***KCE*** бурчка ээ болобуз (66-сүрөт).



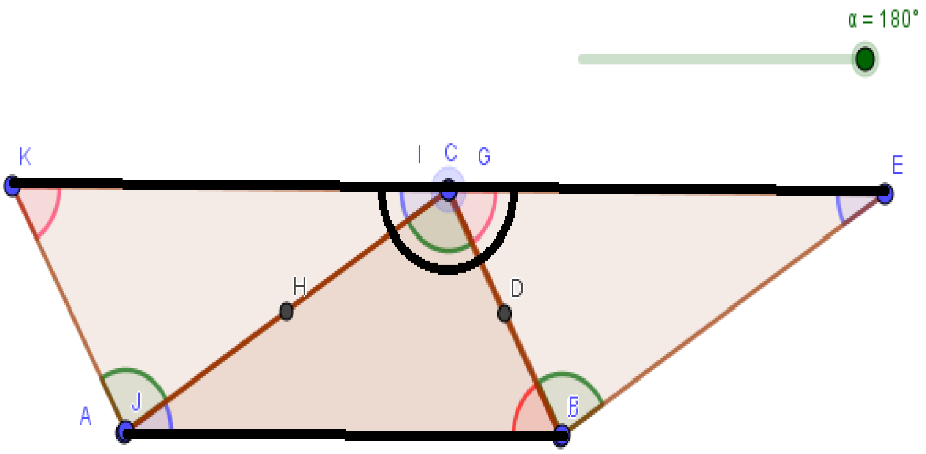
66-сүрөт

4. ***AB*** жана ***KI*** түз сызыктарын кесип өткөн ***AC***түз сызыгынын ички кайчылыш бурчтары барабар болгондуктан, бул эки түз сызык параллель(67-сүрөт).



67-сүрөт

5. ***C*** чекити аркылуу ***AB*** параллель эки түз сызык түзүлдү, анда ***K, E*** жана ***C*** чекиттери бир түз сызыкта жатышат. Демек ***KEC*** бурчу– жайылган бурч жана үч бурчтуктун бурчтарынын суммасы 180°ка барабар (68-сүрөт).



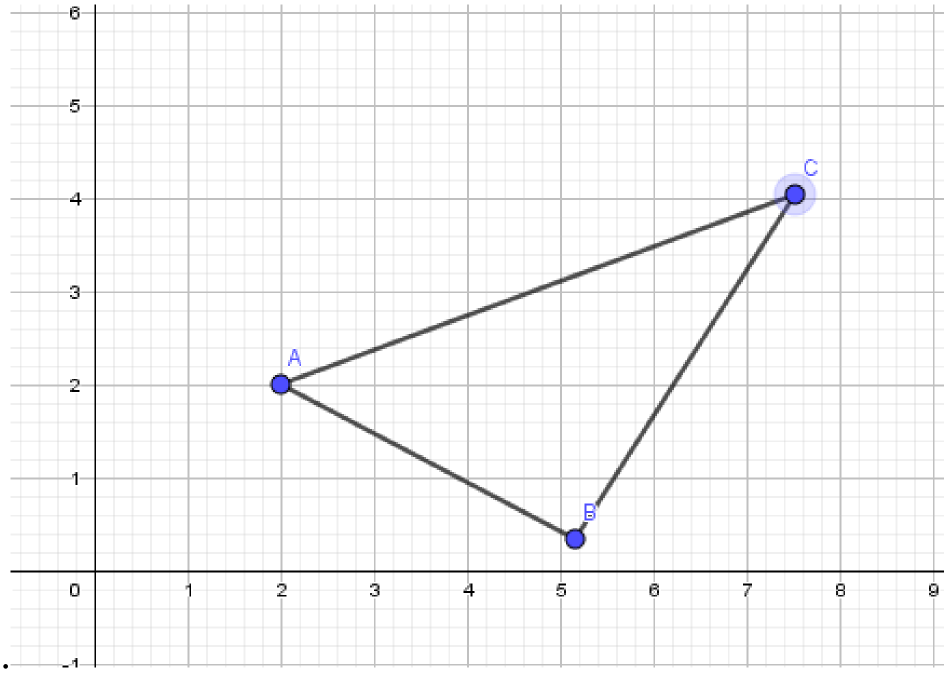
68-сүрөт

§6. GeoGebra программасында геометриялык маселелерди чыгаруу

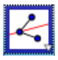
Мектеп курсунда үч бурчтуктун ичтен жана сыртан сызылган айланалар боюнча көптөгөн маселелерге дуушар болобуз.

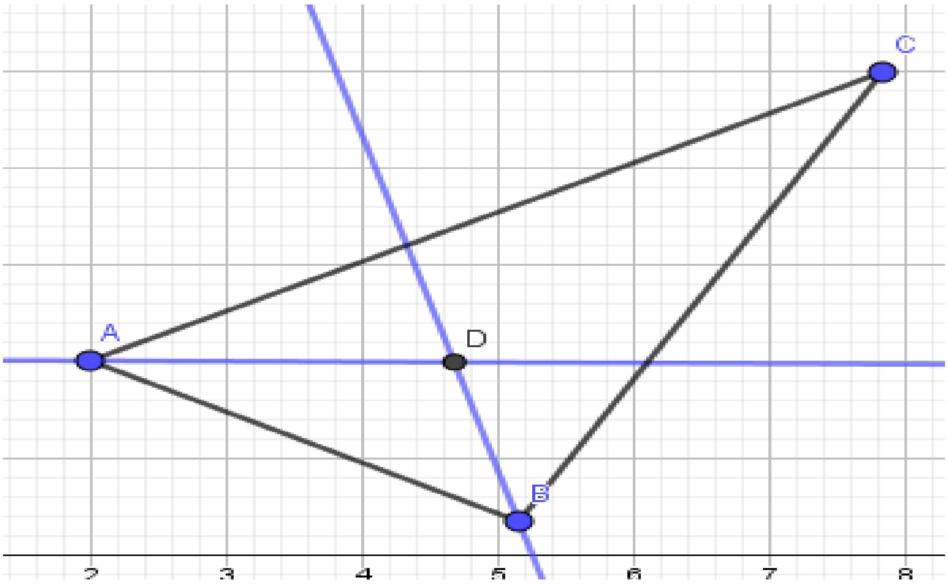
1 - мисал. Үч бурчтуктун ичине айлана чийүү.

1. Программадан каражатынын жардамы менен ***ABC*** үч бурчтугун түзөбүз (69-сүрөт).

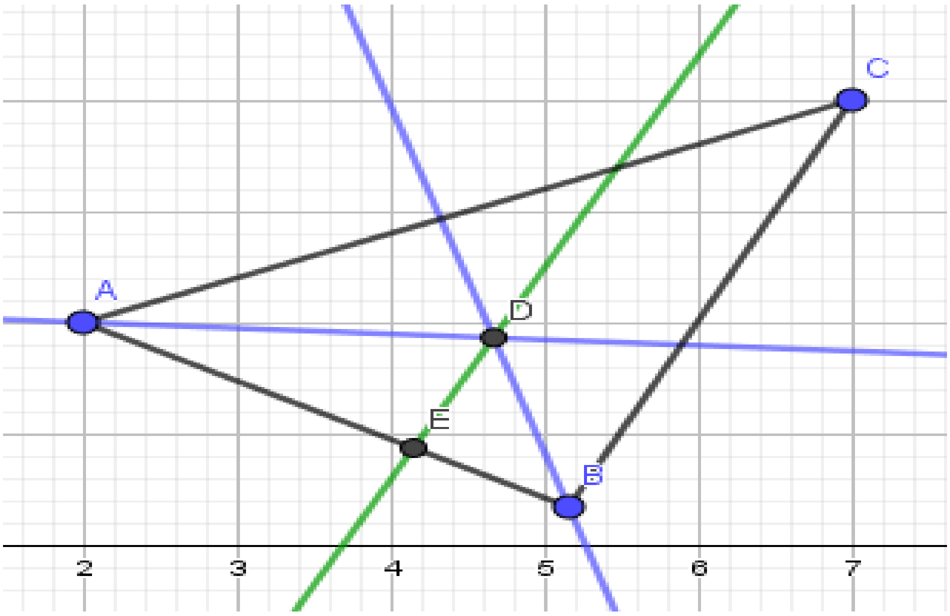


69-сүрөт

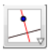
2. Ичтен сызылган айлананын борборун табуу үчүн, бурчтардын биссектрисасынын кесилиш чекитин табуу жетиштүү. Демек  биссектриса каражатын колдонуп, каалаган эки бурчтун биссектрисасын табабыз. Андан соң (***A*** жана ***B*** бурчтарынын) биссектрисалардын кесилиш чекити ***(D*** чекити) каражатынын жардамы менен табылат (70-сүрөт).



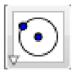
70-сүрөт

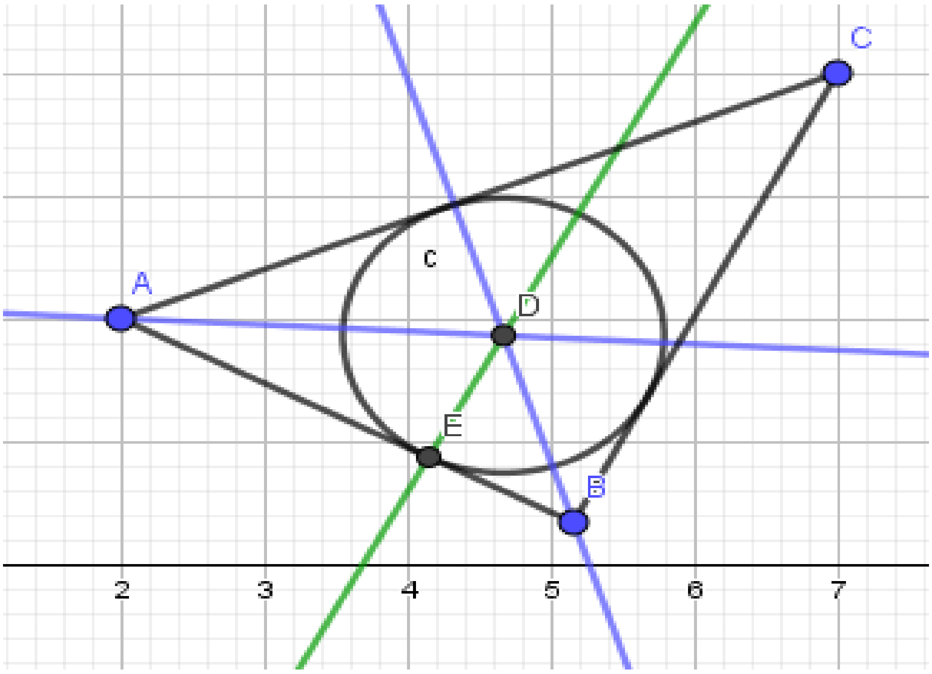


71-сүрөт

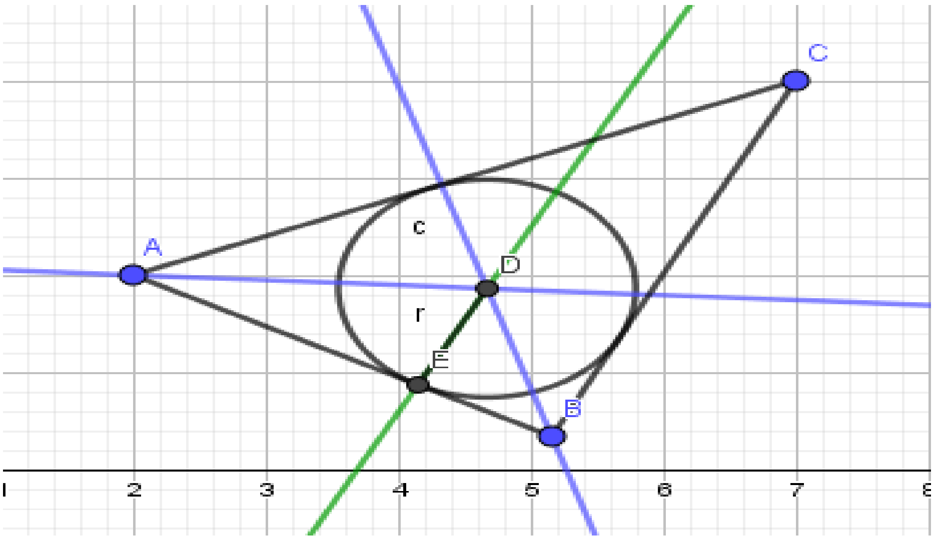
3. ***D*** чекити аркылуу өткөндөй ***AB*** жагына  каражатынынын жардамы менен перпендикуляр тургузабыз. Кесилиш чекитин ***E*** тамгасы менен белгилейбиз (71-сүрөт).

4. Бул жерден эки ыкма менен иштөөгө болот:

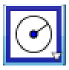
а) ***D*** (айлананын борбору) жана ***E*** чекиттеринин жардамы менен ***ABC*** үч бурчтугунун ичине айлананы  каражатын колдонуп сызабыз (72-сүрөт).



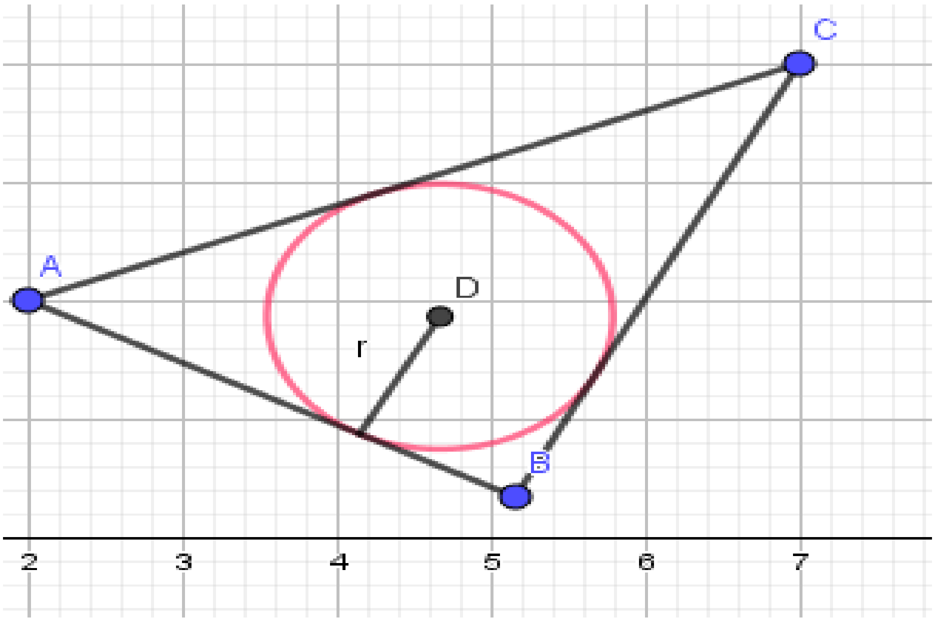
72-сүрөт



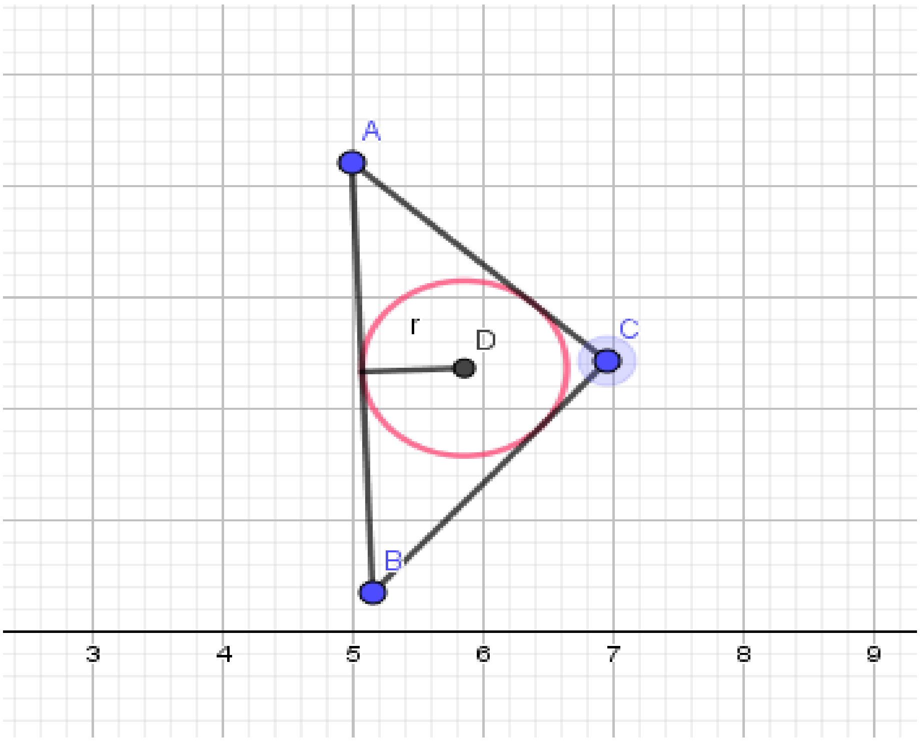
73-сүрөт

б) ***D*** (айлананын борбору) жана ***E*** чекиттеринин жардамы менен ***r*** кесиндисин түзүп алып, ***ABC*** үч бурчтугунун ичине айлананы чийүү  каражатын колдонобуз (73-сүрөт).

5. Эми ашыкча чиймелерди алып таштоо менен төмөндөгүдөй сүрөттөлүшкө ээ болобуз (74-75-76-сүрөттөр).

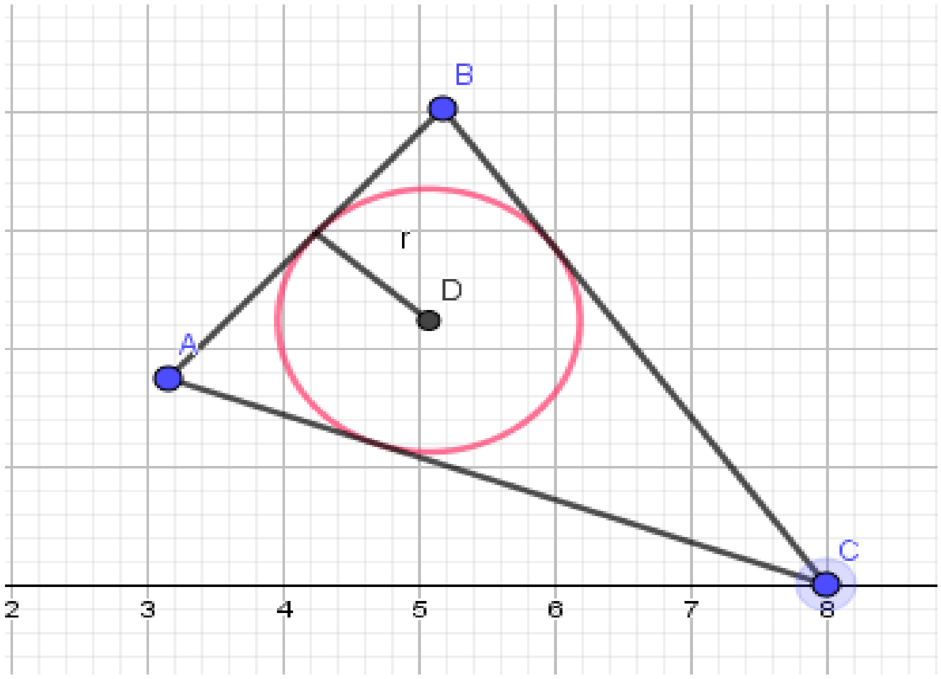


74-сүрөт



75-сүрөт

Сүрөттө көрүнүп тургандай, программадан үч бурчтуктун бурчтарын каалагандай жылдырып, чиймелерди өзгөртүүгө болот. Эгерде колдонуучу кааласа, үч бурчтуктун ичине айлана сызуу каражатын түзүп алса болот.



76-сүрөт

Ал эми үч бурчтуктун сыртынан айлана сызууну өзүнүз өз алдынча сызып көрсөңүз болот.

2-мисал. Негиздери ***AD = 16*** см и ***BC = 8*** см болгон ***ABCD*** трапеция берилсин. ***C*** чокусу аркылу өткөн ***l*** түз сызыгы трапецияны эки көп бурчтукка бөлөт, булардын аянты бирдей болуш керек.

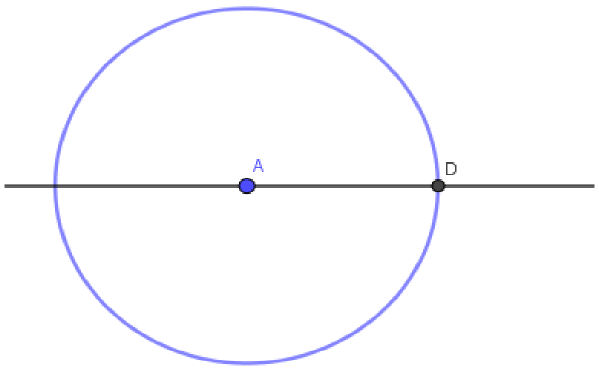
1. ***AD = 16*** жагын түзөбүз, ал үчүн:

- ***a*** түз сызыгын сызабыз;
- радиусу 16см га барабар, ***A*** чекити борбору болгон айлананы чиебиз;
- түз сызык менен айлананын кесилиш чекитин ***D*** деп белгилейбиз (76-сүрөт);

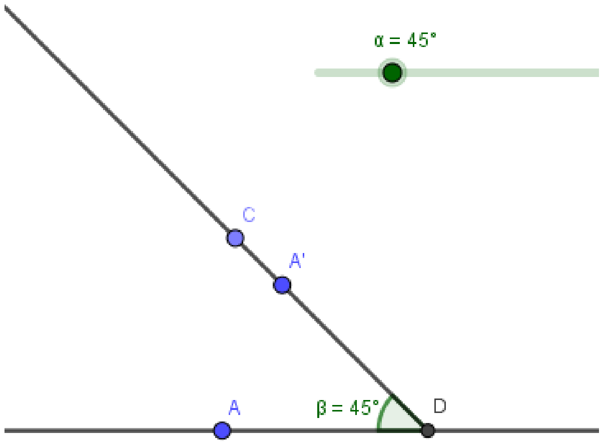
2. трапециянын ***D*** бурчун түзүүгө **α** *жылдыргычын* 0^0тан 180^0 ка чейин өзгөргөндөй кылып түзөбүз.

3. **α** бурчу жана эки ***AD*** чекиттери аркылуу бурч жана ***DA′*** шооласын чийебиз.

4. ***DA′*** шооласынын каалаган жеринен ***C*** чекитин белгилейбиз (78-сүрөт).



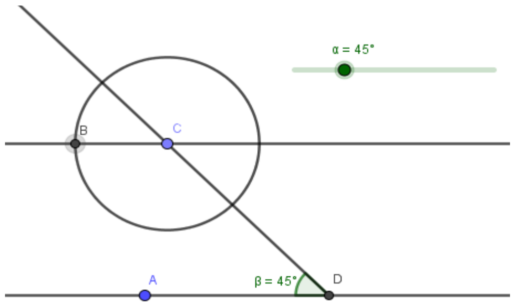
77-сүрөт



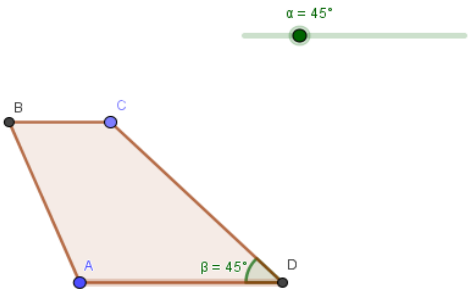
78-сүрөт

5. Трапециянын ***BC*** негизин түзүү үчүн:

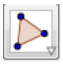
- *C* чекити аркылуу өткөн ***AD*** параллель ***b*** түз сызыгын жүргүзөбүз;
- радиусу 8 см, борбору ***C*** чекити болгон айлана түзөбүз;
- айлана менен түз сызык кесилиш чекитин ***B*** менен белгилейбиз (79-сүрөт);



79-сүрөт



80-сүрөт

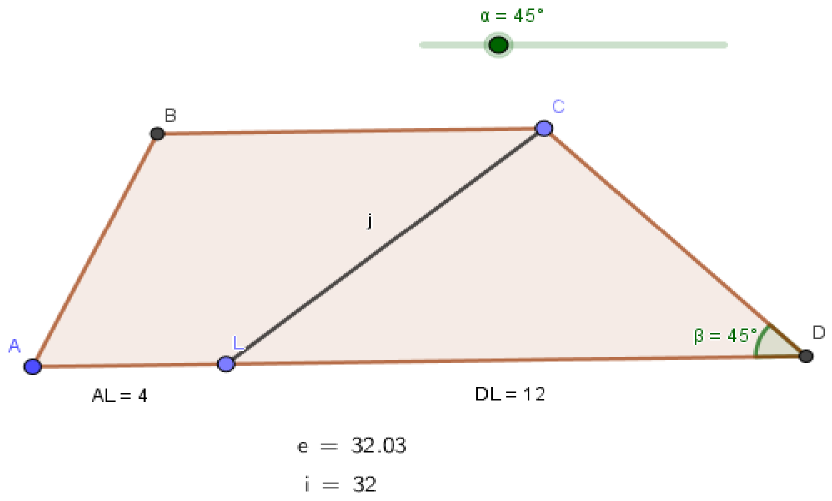
6.  көп бурчтук каражаты менен трапецияны түзүп, ашыкча сызыктарды алып таштайбыз (80-сүрөт).

7. ***AD*** жагынан ***L*** чекитин белгилейбиз.

8. ***ABCL*** жана ***CDL*** көп бурчтуктарын түзөбүз.

9. көп бурчтуктардын аянттарын эсептейбиз.

10. ***L*** чекитинен ***A*** жана ***D*** чекиттерине чейинки аралыкты өлчөйбүз (81-сүрөт).



81-сүрөт

L чекитин ***AD*** жагы боюнча кыймылдатуу менен аянттардын өзгөрүүсүн көрөбүз (***e*** жана ***i*** маанилери), бул маанилер бири- бирине барабар болгон учурду тандайбыз. ***ABCD*** трапециясынын ***CD*** капталынын узундугун жана ***β*** бурчунун өлчөмүн өзгөртүп, биз төмөнкүлөрдү байкайбыз: түзүлгөн трапеция өзгөрсө да, ***CL*** кесиндиси анын аянтын тең экиге бөлөт. Бийиктиктер өзгөрсө дагы, трапеция менен үч бурчтуктун негиздери өзгөрүлбөйт, ошондуктан булар бири-бирине барабар. Бул көрүнүш трапециянын касиети менен байланыштуу. $BC + AL = DL$ шартында көп бурчтуктардын аянты бирдей. Демек, $8 + AL = 16 - AL$, $2AL = 16 - 8$, $AL = 4$.

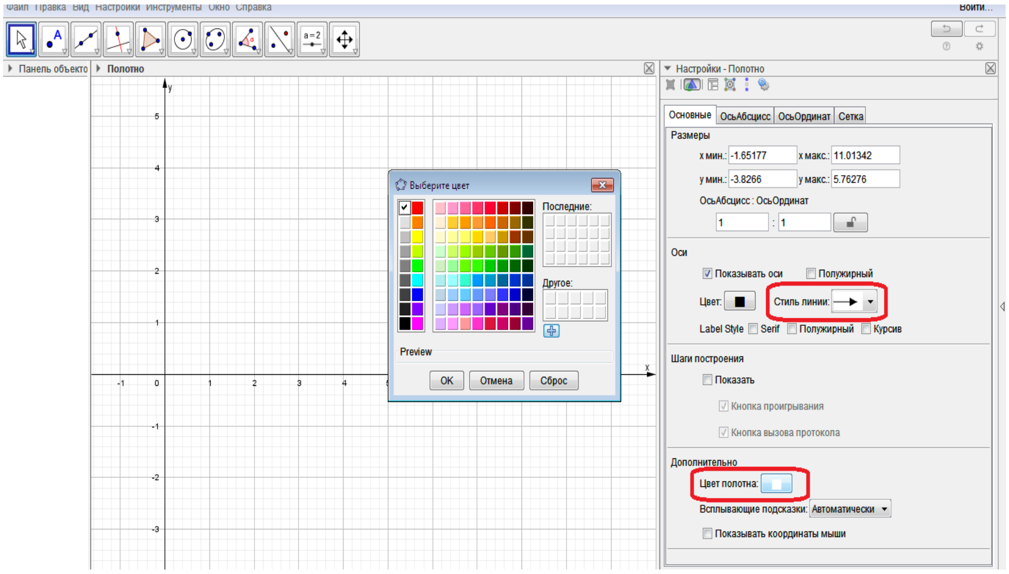
§7. *GeoGebra* программасында графиктерди тургузуу

Мектепте же жогорку окуу жайда функцияларды окуп үйрөнүүдө, алардын графигин тургузуу маселеси келип чыгат. Көпчүлүк учурда бул маселеге окуучулар абдан кызыгышат. ***GeoGebra*** программасында мындай маселеничечүү эң сонун жолго коюлган.

Бул бөлүмдө биз төмөндөгү суроолорго жооп берүүгө аракет жасайбыз.

- Элементардык фунциялардын графиктери;
- Эки өзгөрмөлүү теңдеменин графиги;
- Кесиндиде берилген функциянын графигин түзүү ж.б. у.с.

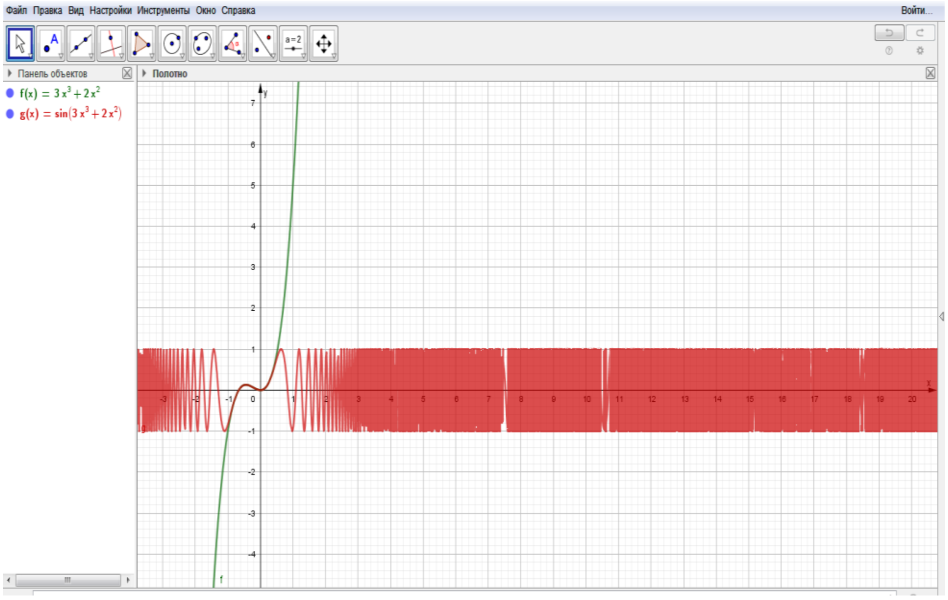
GeoGebra пограммасын алгачкы ирет жүктөгөндө, графикалык терезечеге ээ болобуз. Бул терезече окуучуларга (же студентерге) көрүнүктүү болуу үчүн, жөндөө менюсуна кирип, каалагандай өзгөртүп алууга болот. Маселен, графикалык терезенин, фонунун өңүн, сызыктардын стилин жана бирдик кадамды тандап алууга болот (82-сүрөт).



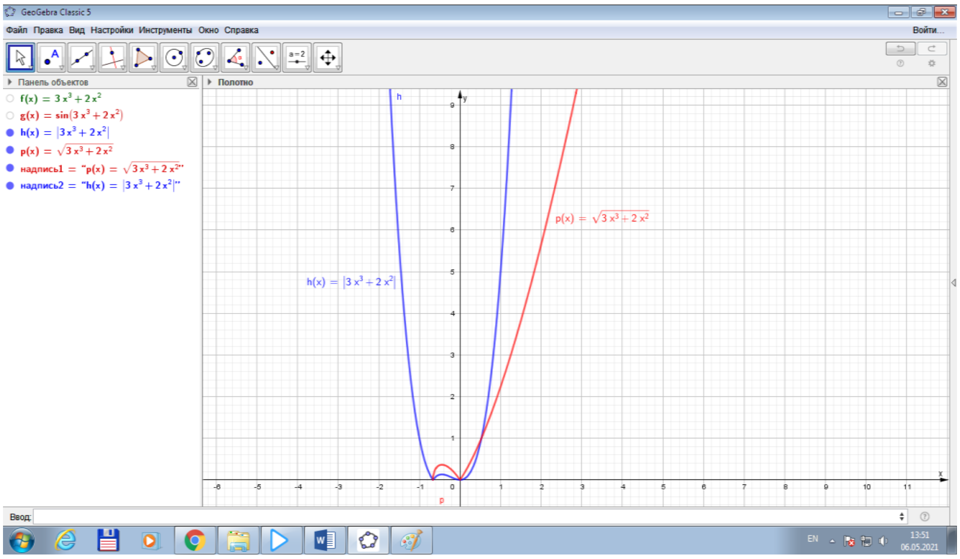
82-сүрөт

Функциянын графигин тургузуунун эң жөнөкөй ыкмаларынын бирин карап көрөлү. Каалагандай бир функциянын графигин программада тургузуу үчүн, киргизүү сапчасына латын арибинде $f(x) = 3x\text{^}3 + 2x\text{^}2$ ти терип жазсак, графикалык терезеде ***f(x)*** функциясынын графиги пайда боло баштайт, акырында ***Enter*** баскычын бассак, объектилер панелинде функциянын айкын түрдөгү жазуусу пайда болот. Ушул эле сапка кандайдыр бир ***g(x)*** функциясы ***f(x)*** функциясынан көз каранды болгон учурун карап көрөлү. Мисалы, $g(x) = \sin(f(x))$ функциясынын графигин 84-сүрөттөн көрө алабыз. Сүрөттө көрүнүп тургандай, жашыл түстө ***f(x)***, ал эми кызыл түстө ***g(x)*** функциясынын графиги көрүнүп турат.

Бизге дагы кандайдыр бир ***h(x)*** функциясы берилсин, бирок $h(x) = |f(x)|$, б.а. ***f(x)*** функциясы абсолюттук белгинин ичинде болсун, анда $h(x) = abs(f(x))$ деп жазып коюу жетишүү. Ушул эле ***f(x)*** функциясы тамыр астында болсун, анда биз $p(x) = sqrt(f(x))$ деп жазабыз (84-сүрөт).

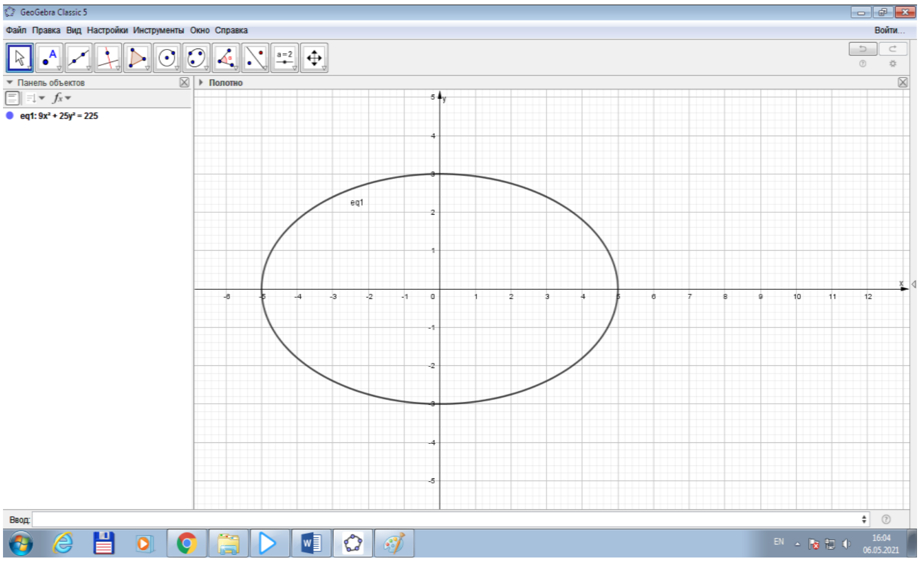


83-сүрөт



84-сүрөт

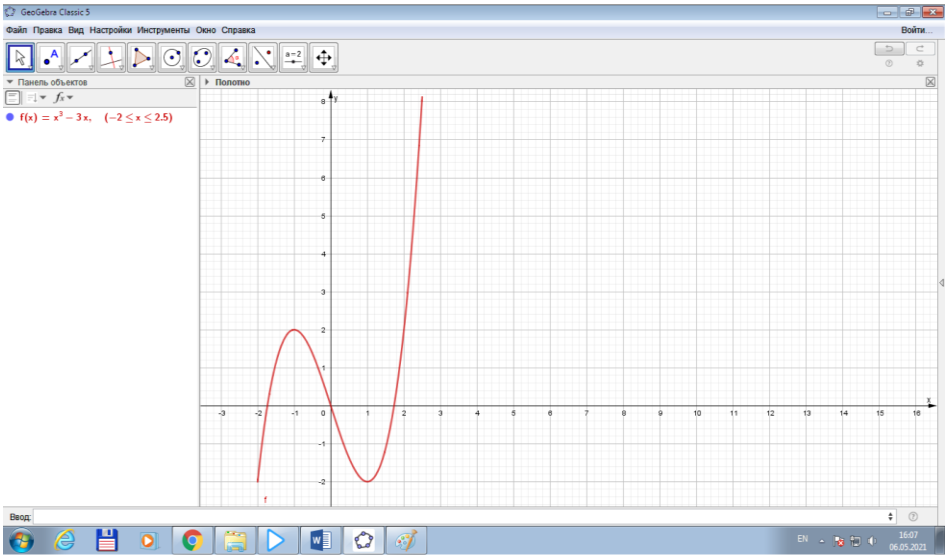
Дагы бир мисал келтирели, ушул эле ***f(x)*** функциясы кубдук тамыр астында болсун, анда биз $p(x) = cbrt(f(x))$ деп жазабыз. Айта кетсек, эгерде биз функцияны туура эмес киргизсек, же ондоо керек болуп жатса, анда объектилер панелинен функцияга чычкандын сол баскычы менен эки жолу бассак, ондоо байланыш терезечеси пайда болот. Ушул терезечеден каалагандай ондоп-түзөө жүргүзсө жана түстөрүн алмаштырса болот. Көрсөткүчтүү жана логарифмалык функцияларды деле ушундай жол менен киргизүү мүмкүн.



85-сүрөт

Эми эки өзгөрмөлүү тендеменин графигин, эллипстин графигин түзөлү. Ал үчүн киргизүү сапчасына $9x^2 + 25y^2 = 225$ ти киргизүү жетиштүү (85-сүрөт).

$f(x) = x^3 - 3x$ функциясынын графигин $-2 \le x \le 2.5$ кесиндисинде чийүү керек болсун дейли, анда биз төмөндөгүдөй эки ыкма колдонобуз.



86-сүрөт

1) Функция(*<Функция>, <Начальное значение>, <Конечное значение>**)*** буйругун колдоно алабыз.

<Функция> **–** функциянын мааниси $f(x) = x^3 - 3x$**;**

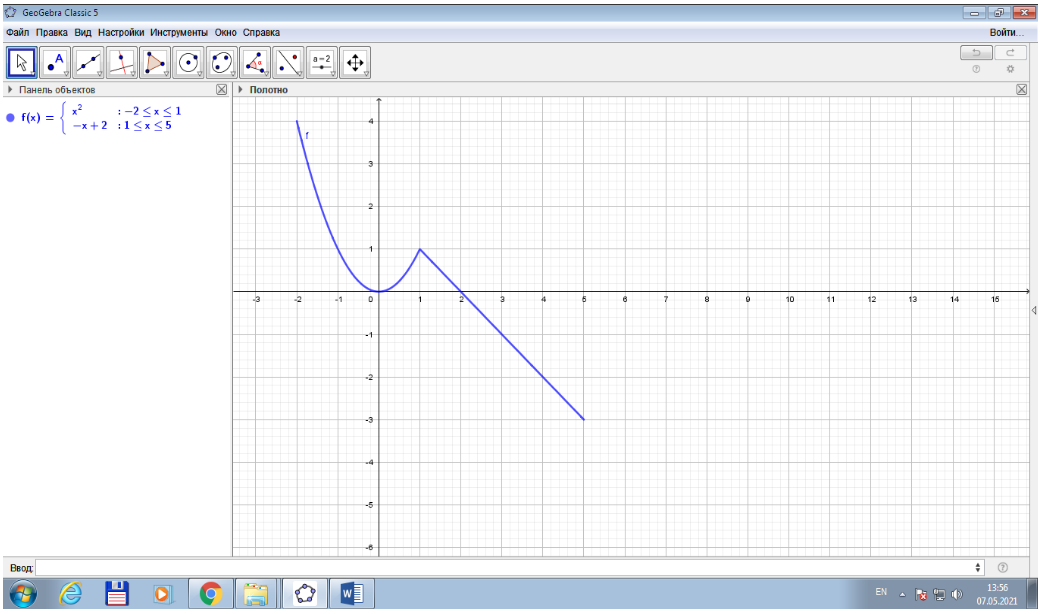
<Начальное значение> **–** *кесиндинин баштапкы мааниси -2****;***

<Конечное значение>**–** *кесиндинин акыркы мааниси 2.5.*

Биздин учурда, ***Функция (****$x^3 - 3x$, -2, 2.5****)*** маанини киргизүү сапчапсына жазып, ***Enter*** баскычын басабыз (86-сүрөт).

2) Киргизүү сапчасына *if [-2 ≤ x ≤ 2.5, x³ - 3x]* жазып ***Enter*** баскычын басабыз. Ошондо 86-сүрөттөн айырмасы жок сүрөттөлүшкө ээ болобуз.

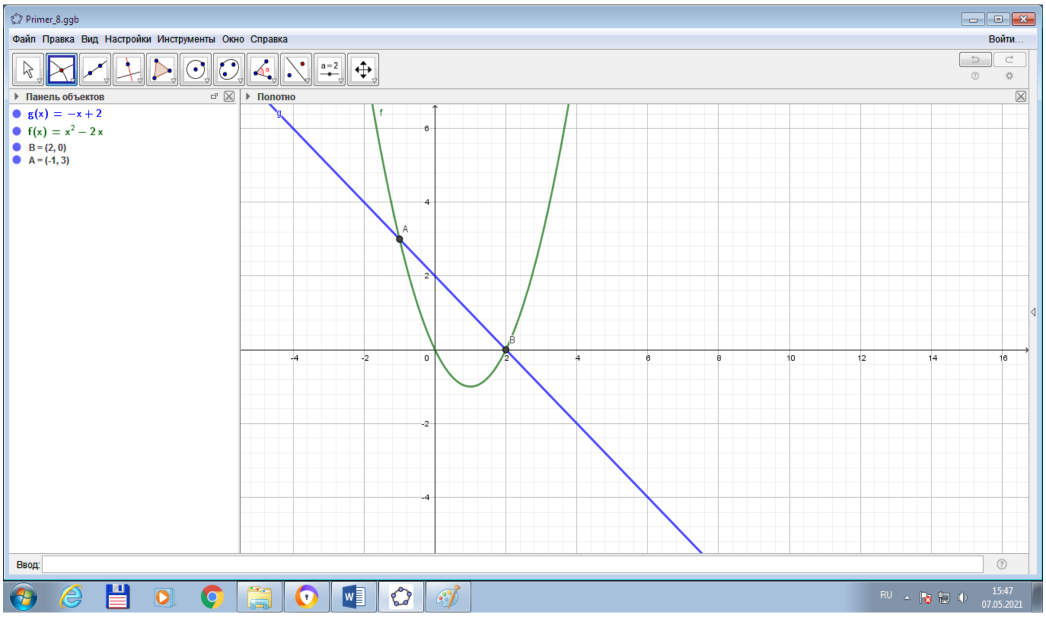
Кийинки мисалда $f(x)=\begin{cases} x^2 : -2\le x\le 1 \\ -x+2 : \ 1\le x\le 5 \end{cases}$ функциянын графигин ***if*** операторунун жардамы менен төмөндөгүдөй графикке ээ болобуз (87-сүрөт).



87-сүрөт

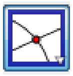
Кийинки мисалда дагы татаалдаштырып көрөлү.

Бизге кандайдыр бир x^2-2x жана $-x+2$ ийри сызыктар менен чектелген фигуранын аянтын табуу керек болсун.

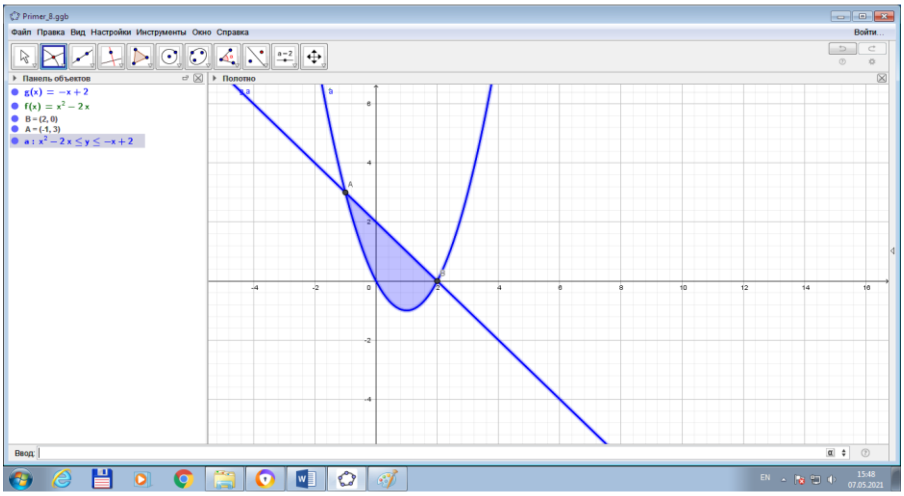


88-сүрөт

Чыгаруу:

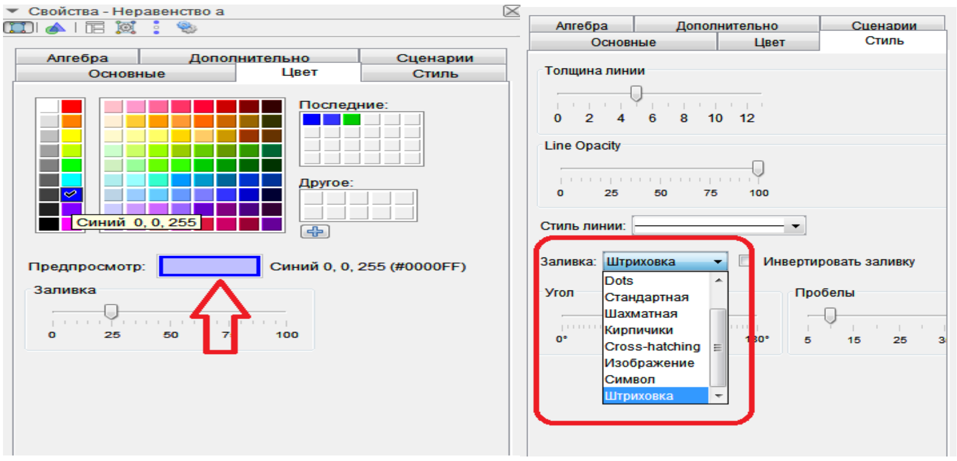
1) $x^2 - 2x$ жана $-x+2$ функцияларынын графигин тургузуп, алардын кесилиш чекитин  баскычынын жардамы менен, ***A*** жана ***B*** чекиттерине ээ болобуз (88-сүрөт).

2) Сүрөттөлүштөгү $x^2 - 2x$ функциясынын жогору, ал эми $-x+2$ нын төмөн жагы бизди кызыктырат. Муну табуу үчүн, киргизүү сабына төмөндөгү шартты киргизүү жетиштүү, $(x^2 - 2x \le y \le -x+2)$ кош барабарсыздык аткарылышы керек (89-сүрөт).



89-сүрөт

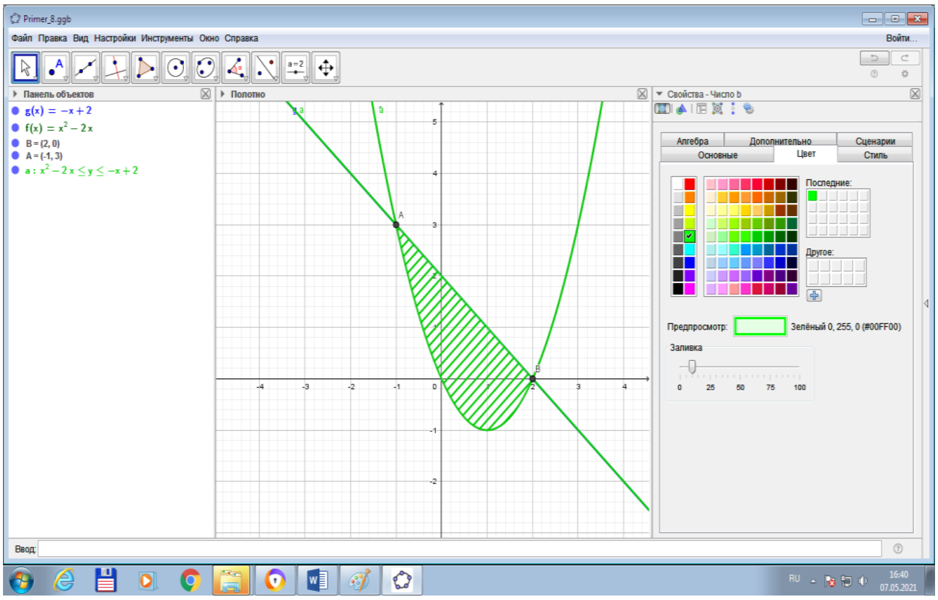
3) Ошентип, биз ***a*** деген аталыштагы барабарсыздыка ээ болобуз.



90-сүрөт

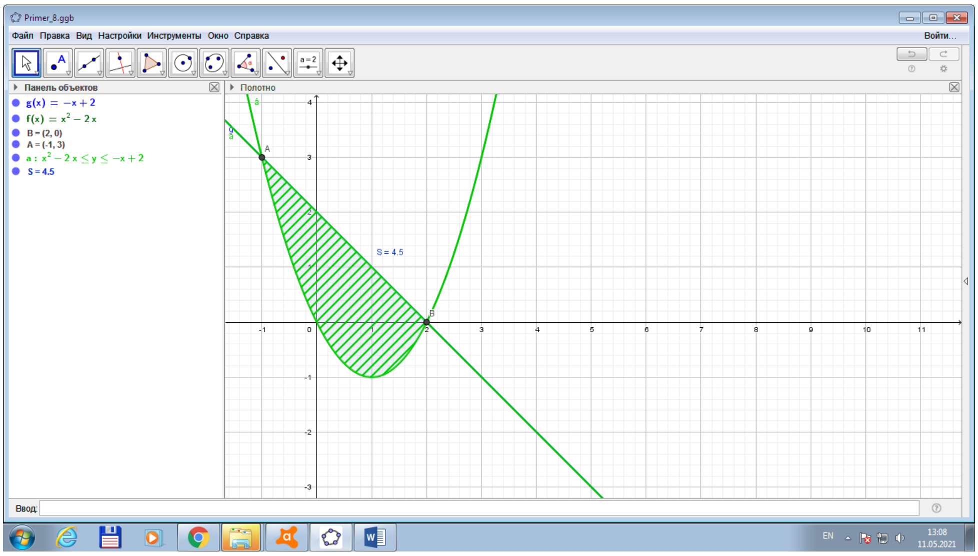
Барабарсыздыктын *касиетине* кирип, анын боёлгон бөлүгүн штрихтерге алмаштыруу үчүн түстөр бүктөмүнөн башка түскө өзгөртөбүз, маселен жашыл, ал эми ***стиль*** бүктөмүнөн ***штриховканы*** тандап алабыз (90-сүрөт).

Ошондо биз төмөндөгүдөй сүрөттөлүшкө ээ болобуз (91-сүрөт).

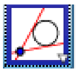


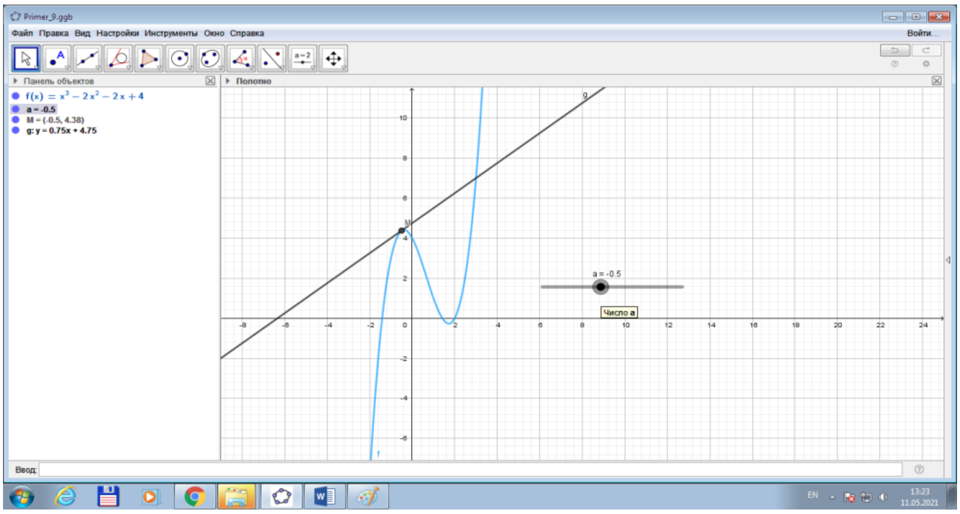
91-сүрөт

91-сүрөттөгү ийри сызыктар менен чектелген фигуранын аянтын табуу үчүн, киргизүү сапчасынан ***Интеграл между(g, f, -1, 2)*** буйругун терүү жетиштүү (92-сүрөт).

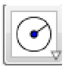


92-сүрөт

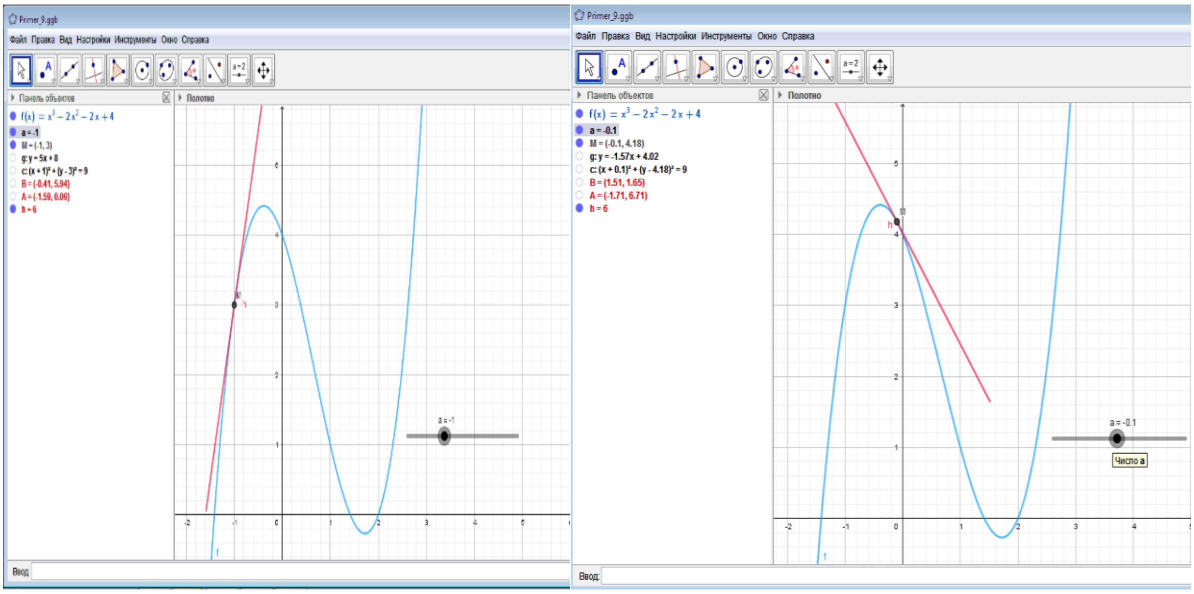
Графикалык сүрөттөлүштөр менен иштөөдө динамикалык ***жаныма*** тургузалы. Жаныма тургузуу үчүн, кандайдыр бир $f = x^3 - 2x^2 - 2x + 4$ функцияны *киргизүү сапчасына* киргизебиз дагы, жаныма жүргүзүлгөн чекит кыймылдуу болуу үчүн, ***а*** *жылдыргычын* түзөбүз, анын мааниси -3 төн 3 кө чейин өзгөрсүн. ***M*** чекитинин абсциссасын ***а***, ал эми ординатасын ***f*** функциясынын ***а*** дагы маанисин, *киргизүү сабына* киргизүү менен,  баскычынын жардамы менен функцияга ушул чекитте ***жаныма*** жүргүзүп, төмөнкүгө ээ болосуз (93-сүрөт).



93-сүрөт

Сүрөттөлүш көрктүү болушу үчүн, ушул ***M*** чекити борбор болгудай айлананы  баскычынын жардамы менен түзүп, радиусун 3 кө барабар деп белгилейли. Айлана менен ***g жаныманын*** кесилиш чекиттерин табабыз, табылган чекиттер аркылуу кесинди түзөбүздагы, анын түсүн кызыл түскө алмаштырабыз. *Объектилер панелинен* ***с*** айланасын, **g** жанымасын, ***А*** жана ***В*** чекиттерин көрүнгүс кылып салабыз. (көрүнгүс болсун үчүн, көрсөтүлгөн объектилердин алдындагы чекиттерди, чычкандын көрсөткүчү

менен басып коюу жетиштүү). Эми ***a*** жылдыргычтын жардамы менен ***f*** функциясынын каалаган ***M*** чекитиндеги жаныманы көрүүгө болот (94-сүрөт).



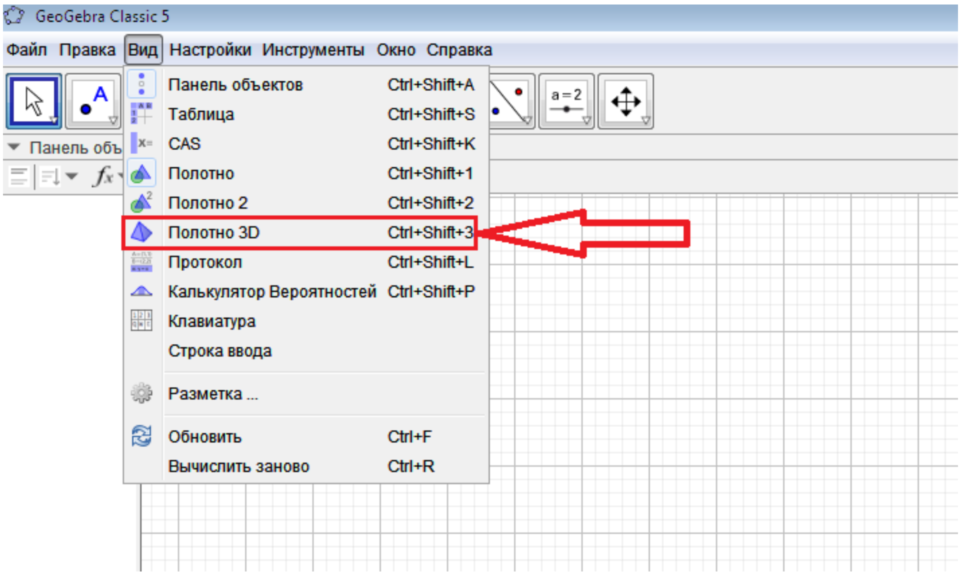
94-сүрөт.

Мындан тышкары, ***a*** жылдыргычын (ползуногун) чычкандын көрсөткүчү менен көрсөтүп, анан оң баскычын басып анимациялоо функциясын тандасак, сүрөттөлүш кыймылга келет. Бул жерден окуучунун геометрияга болгон кызыгуусу жаралат.

III БӨЛҮМ. СТЕРЕОМЕТРИЯ

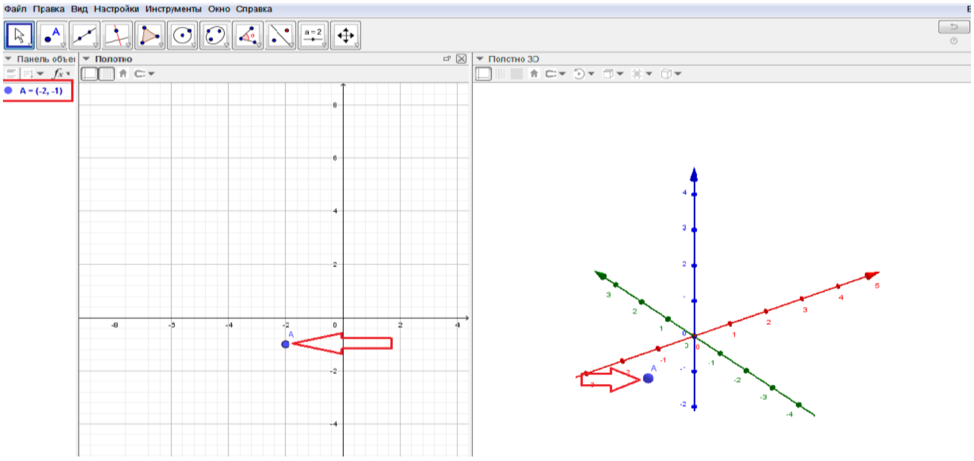
Стереометрия – бул геометриянын мейкиндиктеги фигураларды үйрөнө турган бөлүмү.

GeoGebra – программасын ачкандан кийин, бизге кошумча ***3D*** графикасын колдоно баштайбыз. Ал үчүн «Вид» менюсунан Полотно ***3D*** ны тандайбыз (95-сүрөт).



95-сүрөт.

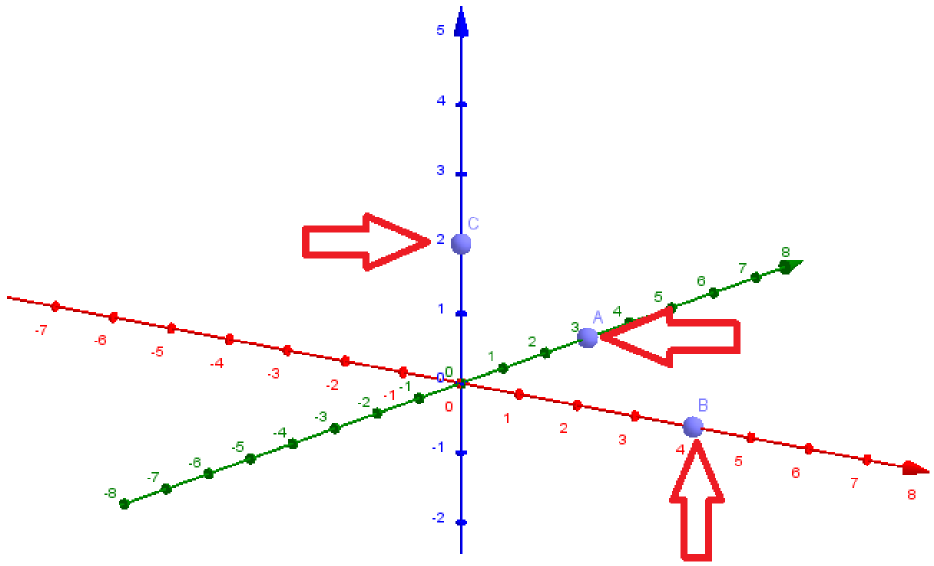
Мындан кошумча ***3D*** графикалык терезечеге ээ болобуз. Эки өлчөмдүү терезечеге эмне чийсек, ошол сүрөттөлүш ***3D*** терезеде пайда болот (96-сүрөт).



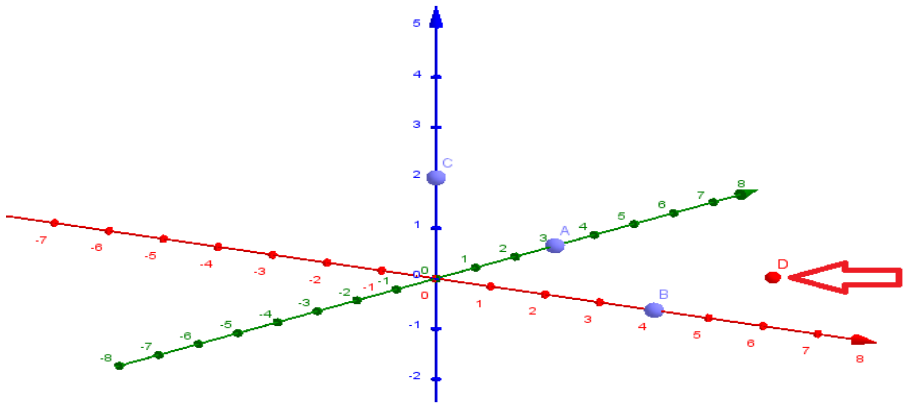
96-сүрөт

Мисалы, берилген параллелепипеддин үч чекитинен өткөн тегиздиктин кесилишин аныктайлы.

1. **Параллелепипедди түзүү**. Мейкиндикте параллелепипедди түзүү үчүн программадан жогоруда айтылгандай, ***3D*** терезени ачып, координаталык октордун жардамы менен тегиздиктен (октордон) 3 чекитти белгилейбиз, чекиттерди каалагандай тандап алабыз (97-сүрөт).



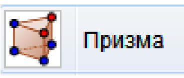
97-сүрөт



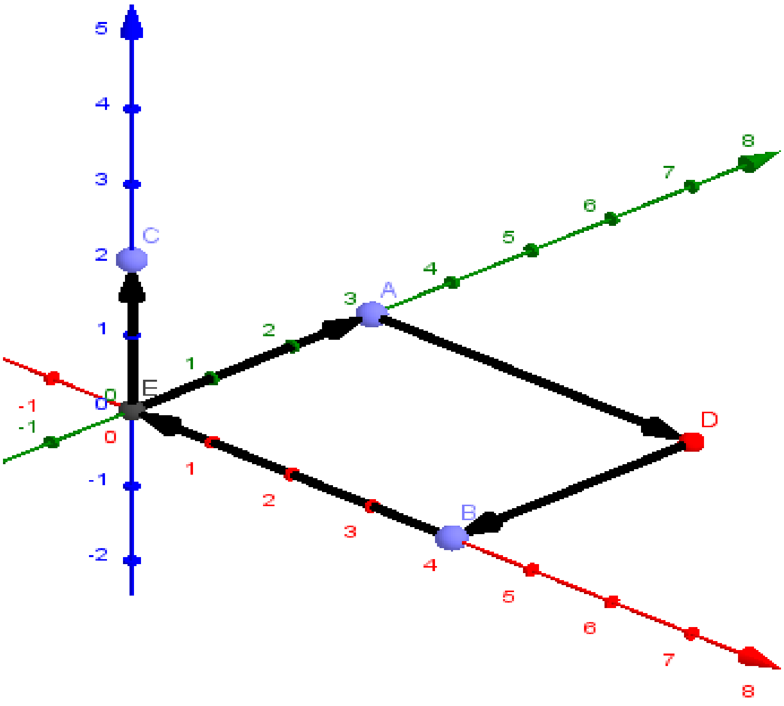
98-сүрөт

A жана ***B*** чекиттери аркылуу өткөн окторго параллель түз сызыктарды жүргүзөбүз, кесилиш чекитин ***D*** деп белгилейбиз.

Дагы бир геометриялык ыкма менен табууга болот. Киргизүү сапчасына **(*x(B)*, *y(A)*, 0)** маанисин жазып ***D*** чекитине ээ болобуз (98-сүрөт).

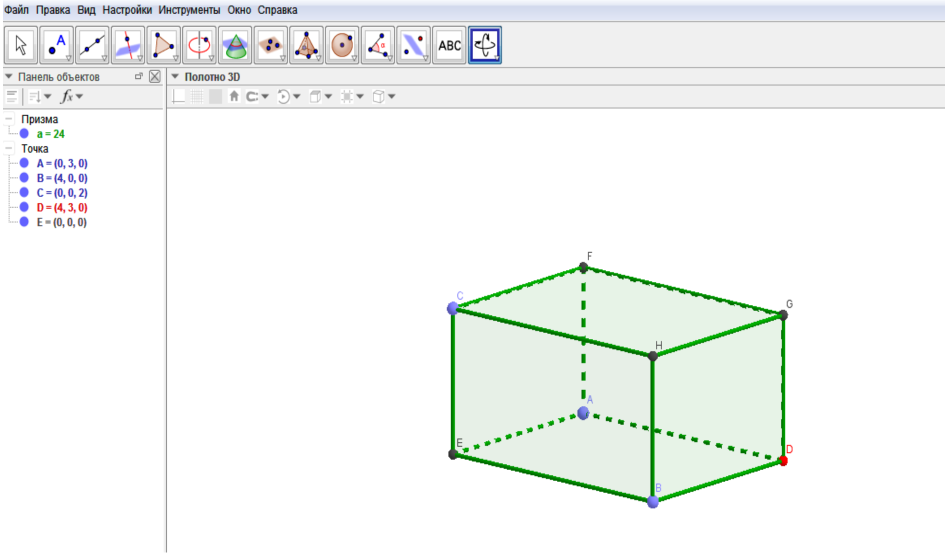
Табылган *OADB* көп бурчтуктун чокуларынын негизинде 

буйругунун жардамы менен негизин түзөбүз дагы, бийиктигин көрсөтөбүз. Призманы биринчи чекитин көрсөтүү үчүн, 0 дөн (координаталар башталышынан) баштаган ылайыктуу, анткени акыркы ***C*** чекити параллелепипеддин бийиктиги болуп калат, б.а., көрсөтүлгөн схема менен иштөө ыңгайлуу (99-сүрөт).



99-сүрөт

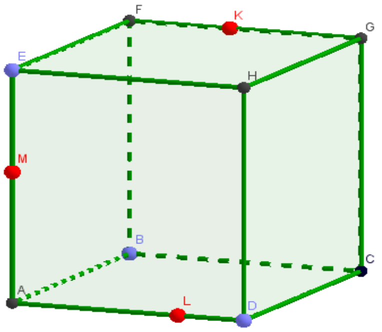
Ошентип, каралган алгоритм боюнча төмөндөгүдөй параллелепипедке ээ болобуз (окторду өчүрүп салабыз 100-сүрөт).



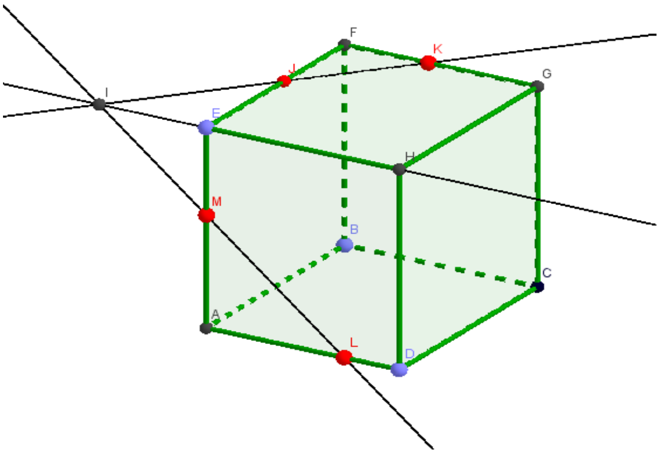
100-сүрөт

100-сүрөттөгү көк түстөгү чекиттерди гана өз огунда жылдырып, геометриялык фигуранын көлөмүн көбөйтүп же азайтса болот. Ошондой эле баардык чекиттердин аталыштарын өзгөртүүгө мүмкүнчүлүк бар.

1. Берилген ***M, K, L*** чекиттери аркылуу өткөн тегиздиктин параллелепипед менен кесилишин табуу керек (101-сүрөт).



101-сүрөт

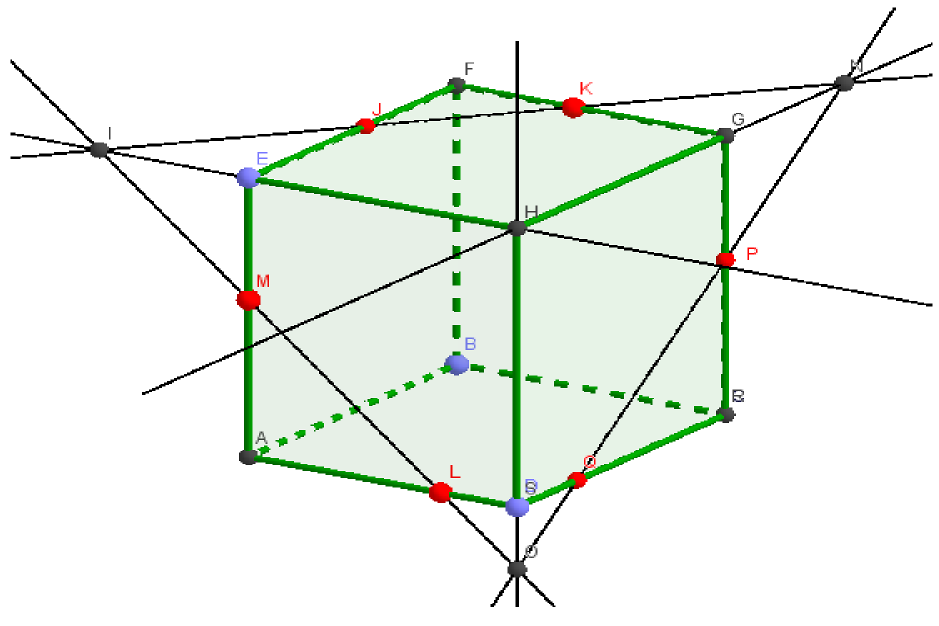


102-сүрөт

M жана ***L*** чекиттери бир тегиздикте болгондуктан, буларды түз сызык менен туташтырабыз. ***ML*** түз сызыгын, ***EH*** түз сызыгы менен кесилишкенге чейин узартып, кесилиш чекитин ***I*** менен белгилейбиз. ***I*** чекити ***K*** чекити менен бир тегиздикте болгондуктан,

бул эки чекитти дагы түз сызык менен туташтырып, ***EF*** кыры менен кесилиш чекитин ***J*** деп белгилейбиз (кызыл түскө алмаштырабыз (102-сүрөт).

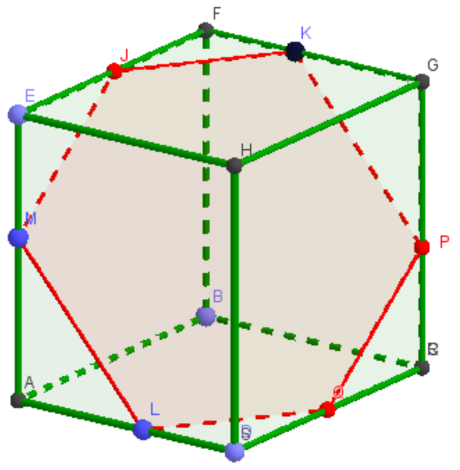
HGCD жагындагы чекиттерди табуу керек. Ал үчүн ***HG*** түз сызыгын жүргүзүп ***JK*** түз сызыгы менен кесилишкен чекитин таап, ***N*** тамгасы аркылуу белгилейли, бул бетте башка чекит болбогондуктан, дагы ***HD*** түз сызыгын тургузуп, ***ML*** түз сызыгы менен кесилиш чекитин ***O*** тамгасы аркылуу белгилейли. Табылган ***N*** жана ***O*** чекиттер бир тегиздикте болгондуктан, буларды түз сызык менен туташтырып, ***GC*** түз сызыгы менен кесилишин ***P***, ***DC*** түз сызыгы менен кесилишин ***Q*** белгилейбиз дагы чекиттерди кызыл түскө алмаштырабыз (103-сүрөт).



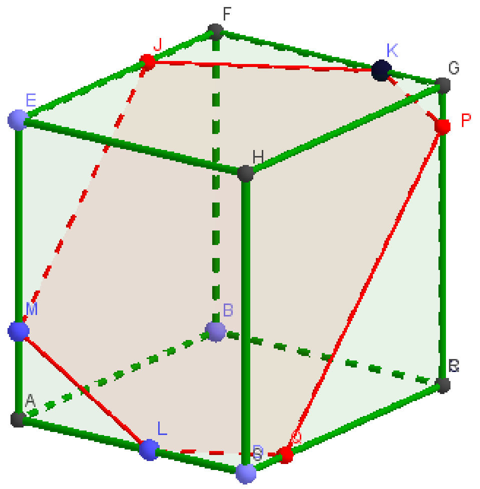
103-сүрөт

Жардамчы түз сызыктарды сүрөттөн алып салсак ***MJKPQL*** көп бурчтугунун чокулары калат. Бул кызыл түстөгү чекиттерди туташтырып ***MJKPQL*** көп грандыгына ээ болобуз.Иштөөгө жеңил болсун үчүн, ***M, K*** жана ***L*** чекиттеринин түстөрүн көккө алмаштырабыз. Анткени көк түс менен берилген чекиттерди

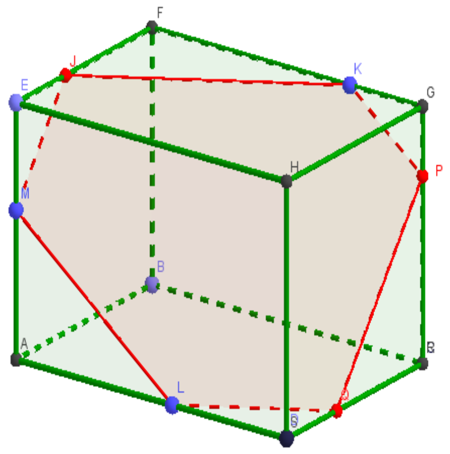
жылдырсак кесилиш аянттын өзгөргөнүн байкоого болот (104-105-106-сүрөттөр).



104-сүрөт



105-сүрөт

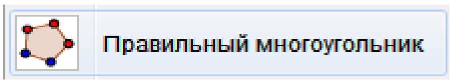


106-сүрөт

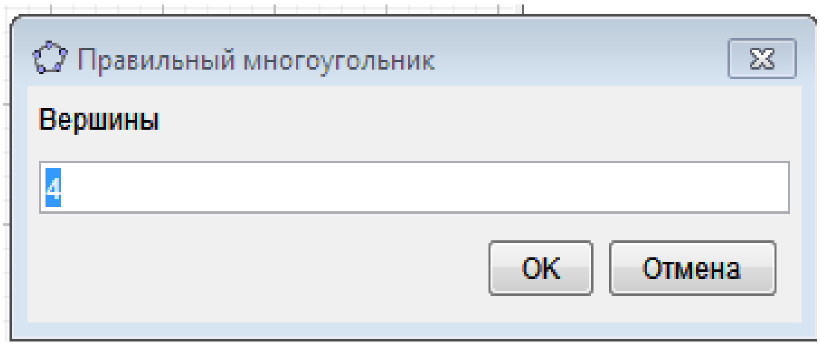
Дагы бир мисал карап көрөлү.

Мисалы, Пирамиданы берилген үч чекит аркылуу өткөн тегиздиктин кесилишин аныктагыла.

Берилген пирамиданы даяр каражаттардын жардамы менен башка ыкмада түзөбүз (параллелепипедди дагы ушундай ыкма менен түзүүгө болот).

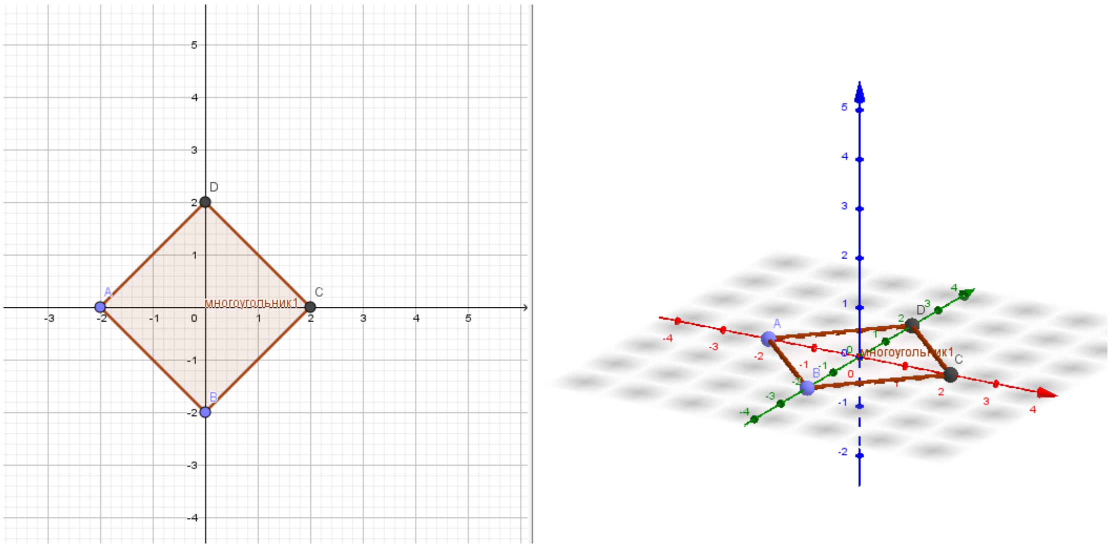
1. 

каражатын колдонуп негизин түзөбүз. Мейли туура төрт бурчтук болсун. Графикалык терезечеден көп бурчтуктун эки чекитин көрсөтсөк, чокуларынын *санын* сураган байланыш терезечеси пайда болот.

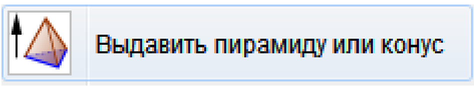


107-сүрөт

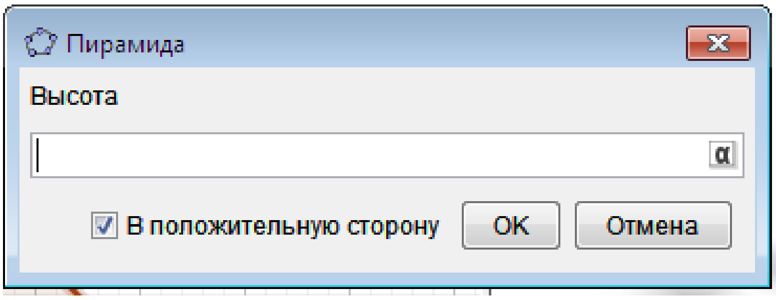
Терезечеге “4” санын киргизсек, экранда туура төрт бурчтук пайда болот.



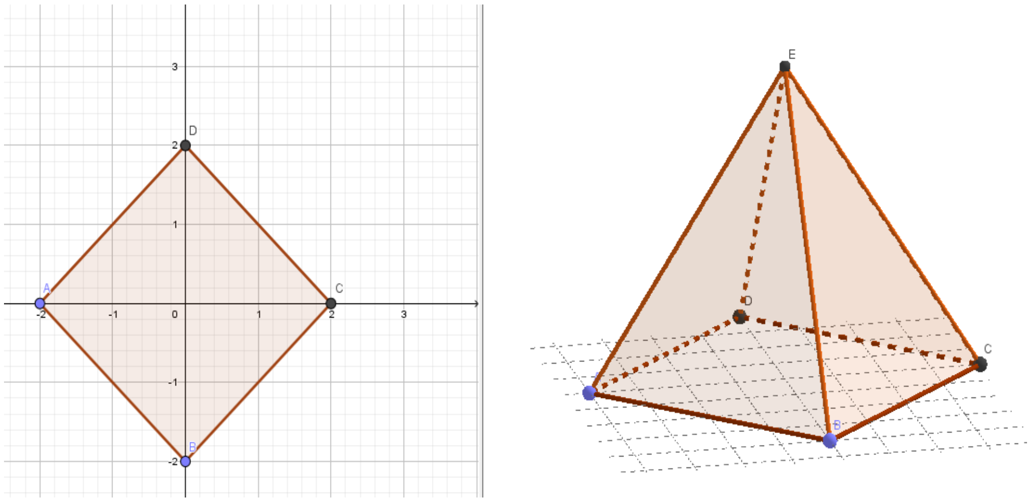
108-сүрөт

2. Эми чычкандын көрсөткүчүн ***3D*** графикалык терезечеге бассак, 

каражаты пайда болот. Каражатты активдештирип көп бурчтукту бассак, байланыш терезече пайда болот, бул жерге пирамиданын бийиктигин көрсөтүү жетиштүү.

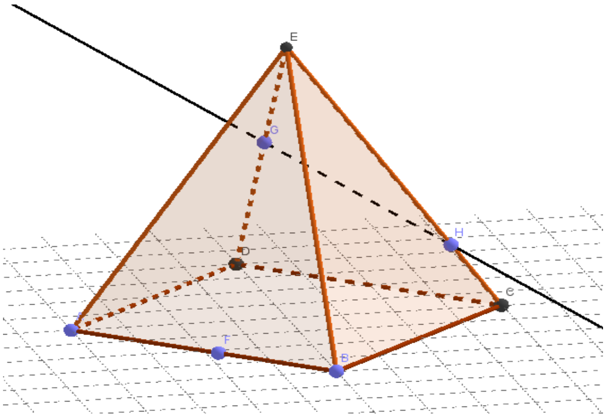


109-сүрөт

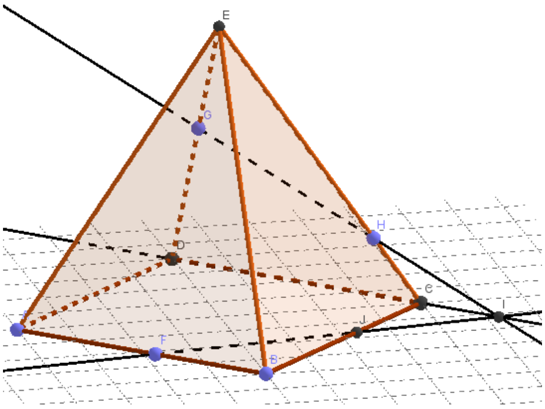


110-сүрөт

Пирамидадан каалагандай үч чекит алабыз дагы, ***3D*** графикалык терезеде иштейбиз. Биринчи бир тегиздикте, же каптал жагында жайланышкан чекиттерди түз сызык менен туташтырабыз, учурда ***G*** жана ***H*** чекиттери (111-сүрөт).



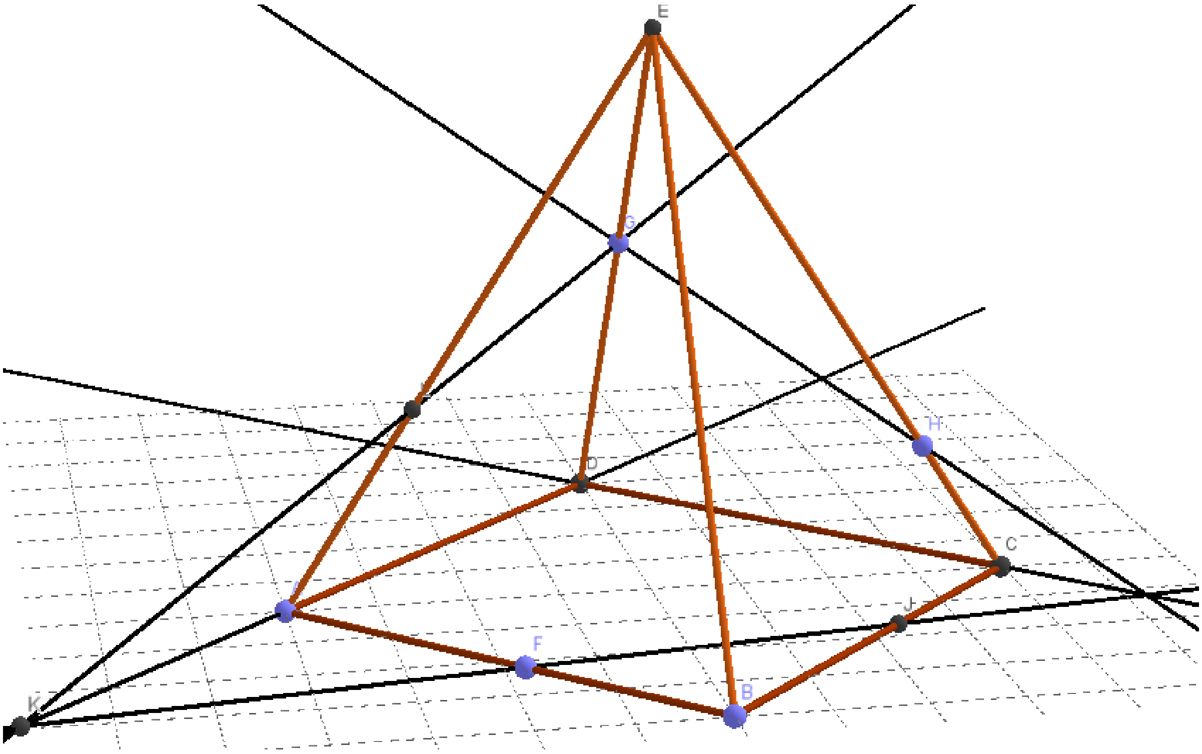
111-сүрөт



112-сүрөт

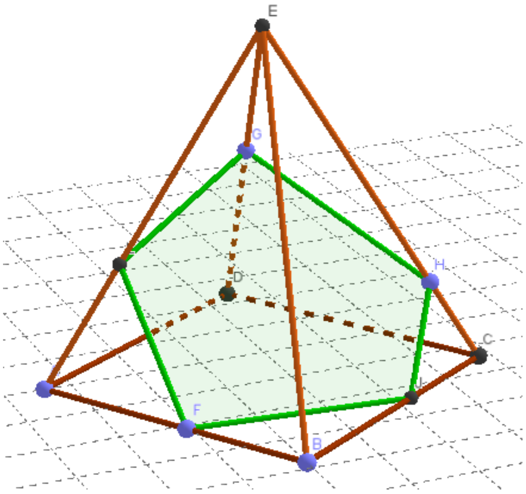
GH түз сызыгы ***DC*** түз сызыгы менен кесилиш чекитин таап ***I*** аркылуу белгилейбиз. Бул чекит пирамаданын негизи жаткан тегиздикте жайланышкандыгына байланыштуу, ***F*** чекити менен түз сызык аркылуу бириктиребиз. ***FI*** түз сызыгы ***BC*** кыры менен кесилишет, кесилиш чекитин ***J*** деп белгилейбиз. Ошентип ***F, G, H*** жана ***J*** чекиттерине ээ болдук. Көрсөтүлгөн чекиттерди бириктирип,кесилишти табабыз (112-сүрөт).

Акырында ***AD*** жана ***FJ*** түз сызыктарынын кесилиш чекитин таап, ***K*** деп белгилейбиз, белгиленген чекит ***G*** чекити менен бир тегиздикте жаткандыгына байланыштуу, түз сызык аркылуу туташтырабыз. ***KG*** түз сызыгы менен ***AE*** түз сызыгы кесилиш чекитин ***L*** деп белгилейбиз (113-сүрөт).

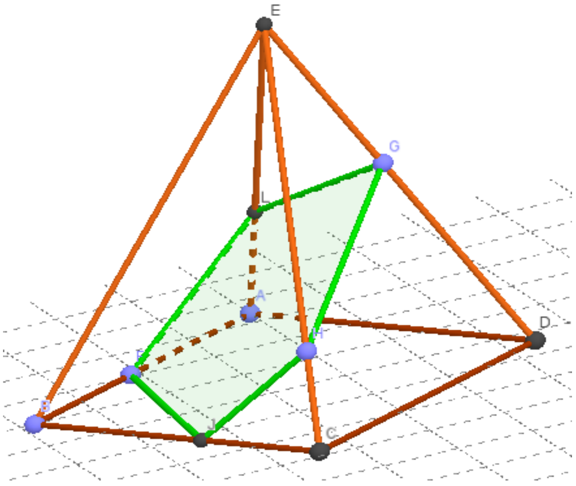


113-сүрөт

Жардамчы түз сызыктарды жана чекитти алып салып, аталган ***F, L, G, H*** жана ***J*** чекиттерин бириктирсек, ***FLGHJ*** көп бурчтугуна ээ болобуз (114-115-сүрөттөр).



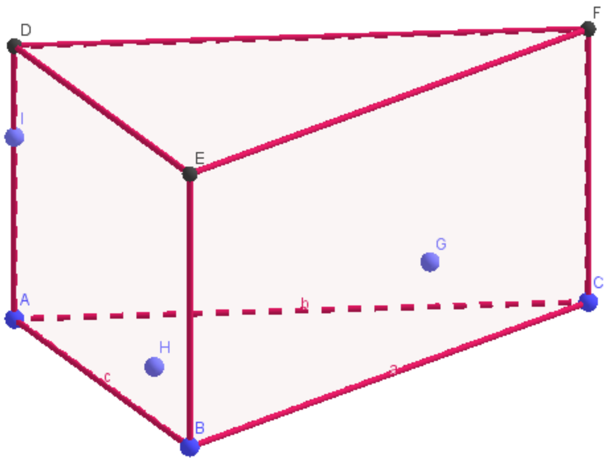
114-сүрөт



115-сүрөт

Сүрөттө үч өлчөмдүү мейкиндиктеги көрүнүштөрү каралган.

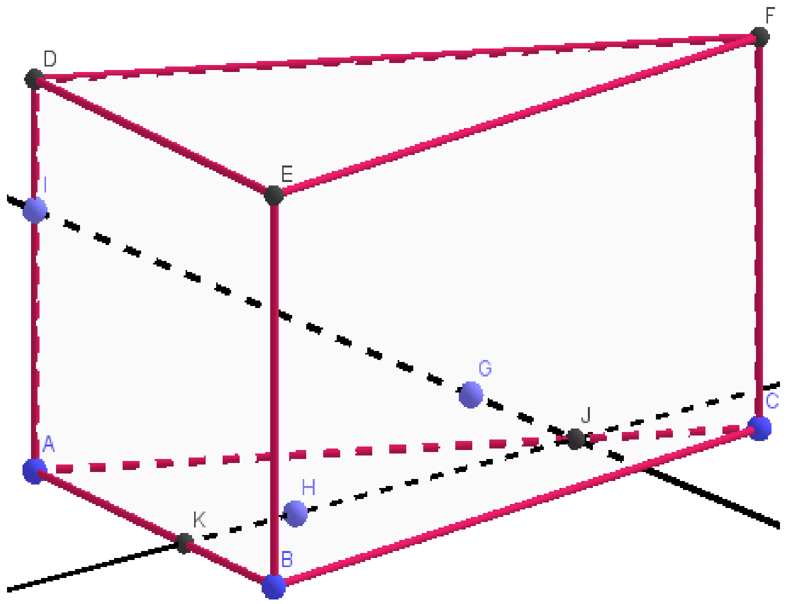
Кийинки мисалда кесилиш чекиттер кырларда эмес, каптал беттерде болсо, кесилишти кантип табабыз (116-сүрөт).



116-сүрөт

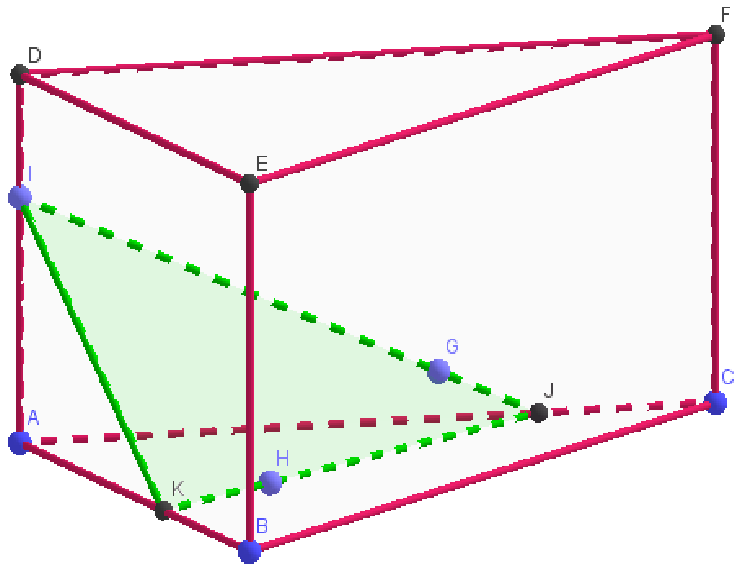
116-сүрөттө ***G*** жана ***H*** чекиттери призманын каптал жагында жана негизинде жайланышкан. Бул учурда деле ***I*** жана ***G*** чекиттери бир тегиздикте болгондуктан, буларды түз сызык менен туташтырабыз. ***IG*** түз сызыгы ***AC*** түз сызыгы менен кесилишкен жерин ***J*** аркылууу белгилейбиз. Табылган чекит ***H*** менен бир тегиздикте жайланышкандыгына байланыштуу, буларды түз сызык

менен ***AB*** жагына чейин бириктиребиз. ***AB*** жана ***JH*** түз сызыктарынын кесилиш чекитин ***K*** чекити менен белгилейбиз (117-сүрөт).

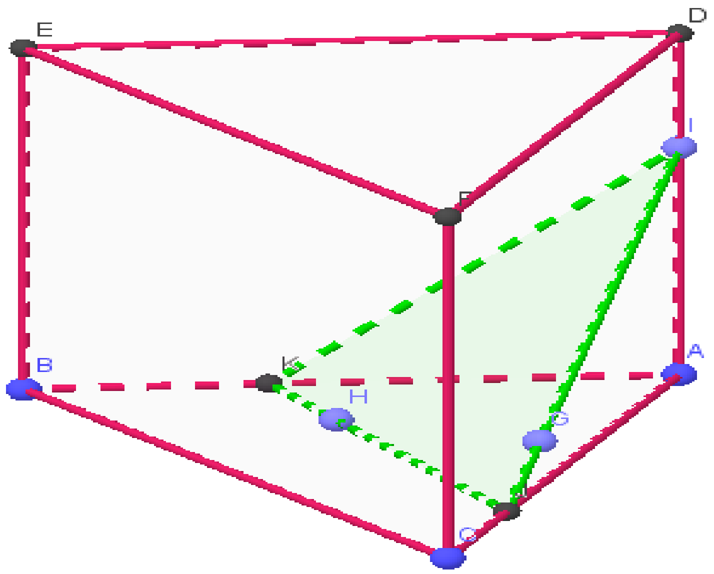


117-сүрөт

Жардамчы чиймелерди көрүнгүс кылып, табылган ***I, J*** жана ***K*** чекиттерин бириктирип, призма менен тегиздиктин кесилишин табабыз (116-118-сүрөттөр).



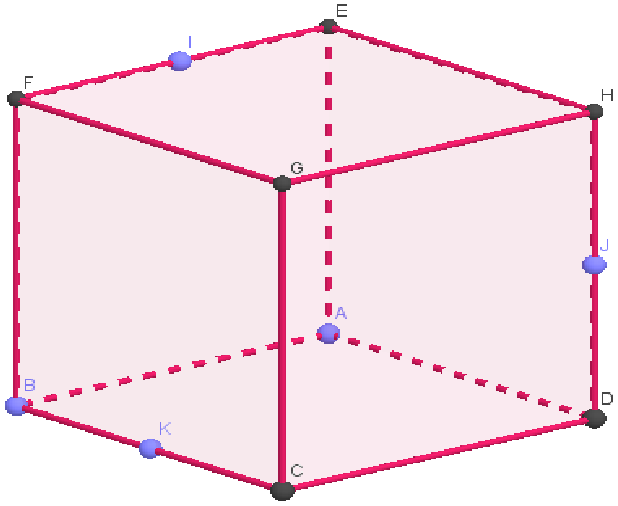
117-сүрөт



118-сүрөт

Жогорудагы сүрөттөгү көк түстөгү чекиттерди өз окторунда (же тегиздигинде) жылдырууга болот.

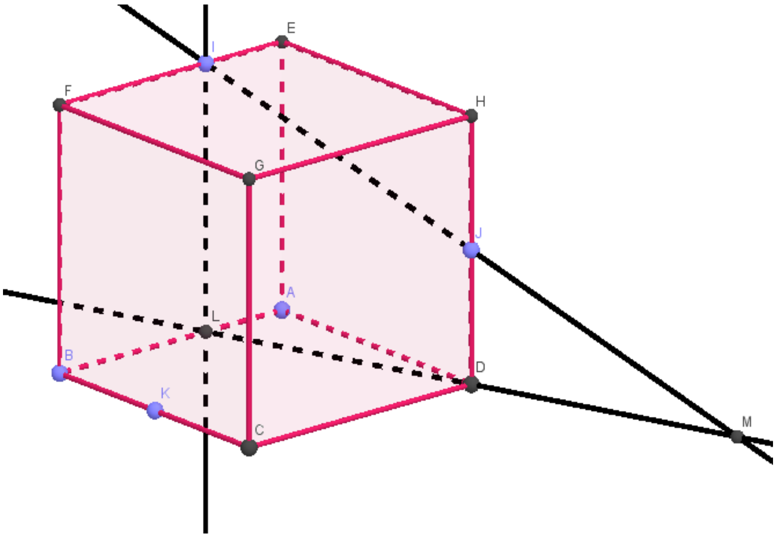
Мисал: Параллелепипедди берилген үч чекит аркылуу кесип өткөн тегиздиктин кесилишин табуу керек (119-сүрөт).



119-сүрөт

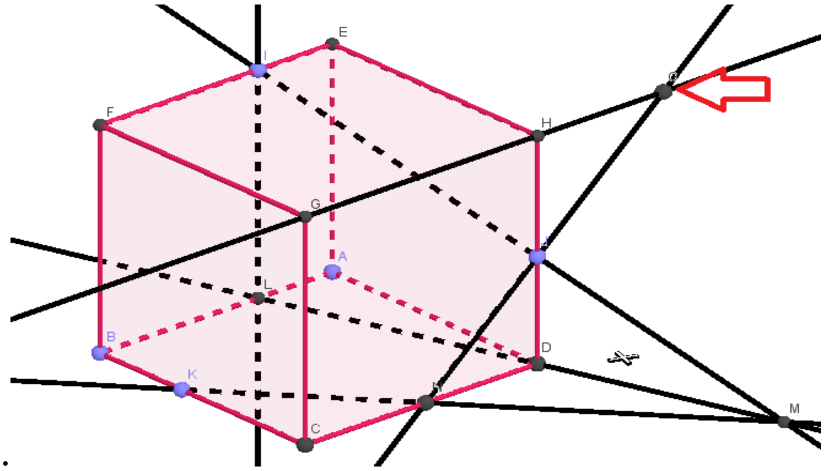
Бул мисалдын башкалардан айырмасы, берилген чекиттер бир тегиздикте жатпайт. Маселенин чыгарылышын табуу үчүн ***I*** жана ***J*** чекиттерин туташтырып, ***IJ*** түз сызыгын жүргүзөбүз. Негизинен ***IJ*** түз сызыгынын проекциясын ***ABCD*** негизи жаткан тегиздикке

түшүрөбүз. ***IJ*** проекциясын түшүрүү үчүн, ***I*** чекитинен ***AB*** түз сызыгына перпендикуляр тургузуп, кесилиш чекитин ***L*** дейбиз. Ал эми ***J*** чекитинин проекциясы ***D*** чекити болот. ***L*** жана ***D*** чекиттерин түз сызык менен бириктиребиз. ***LD*** түз сызыгы сөзсүз түрдө ***IJ*** түз сызыгы менен кесилишет, анткени ал анын проекциясы, кесилиш чекитин ***M*** тамгасы менен белгилейбиз (120-сүрөт).



120-сүрөт

M чекити ***K*** чекити менен бир тегиздикте болгондуктан, буларды бириктирип түз сызык түзөбүз.

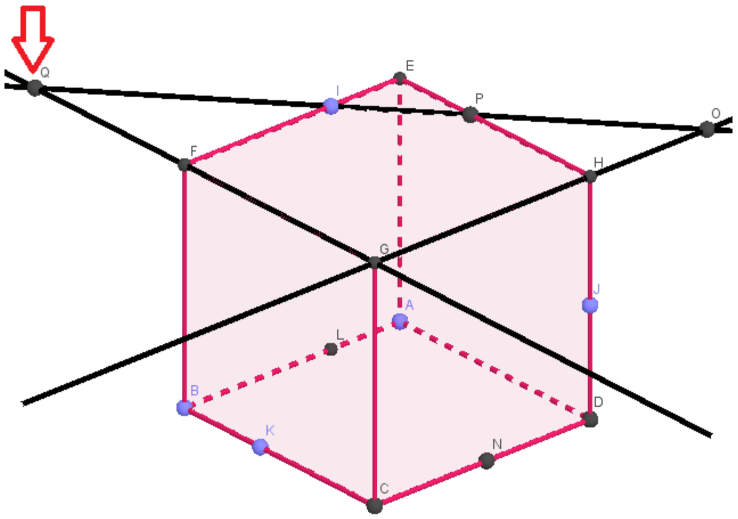


121-сүрөт

MK түз сызыгы менен ***CD*** кесиндисинин кесилиш чекитин аныктайбыз, табылган чекит ***N*** болсун. Эми ***NJ*** түз сызыгын ***GH*** түз

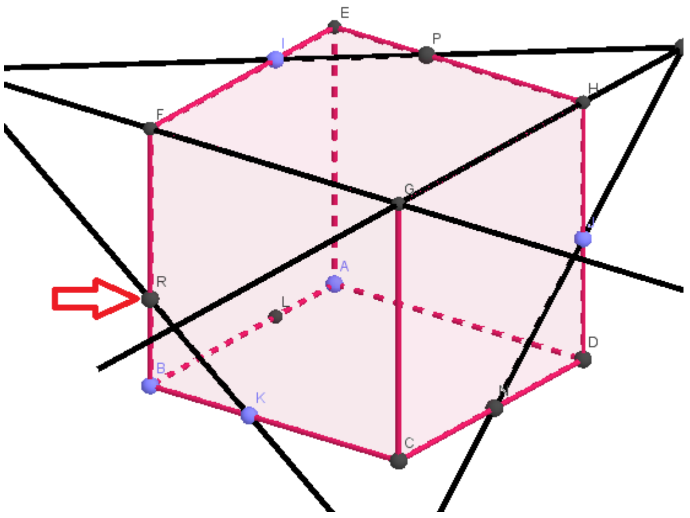
сызыгы менен кесилишкенге чейин чоюп, кесилиш чекитин ***O*** дейли (121-сүрөт).

Сүрөттө көрүнүп турган ***O*** чекитин ***I*** чекити менен туташтырып, ***EH*** кыры менен кесилишкен жерин ***P*** дейли. Ушул эле ***IO*** түз сызыгы менен ***FG*** түз сызыгынын кесилиш чекитин ***Q*** деп белгилейли. Айрым жардамчы чиймелерди азайталы (122-сүрөт).



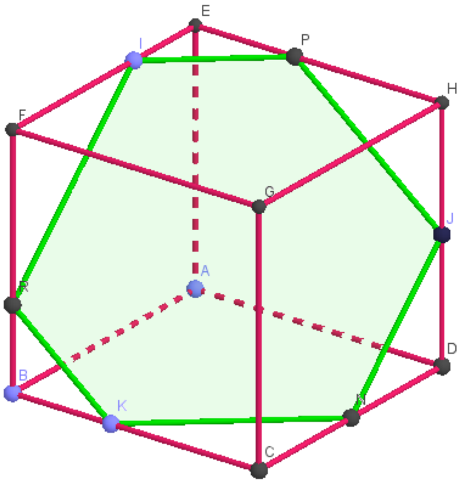
122-сүрөт

Табылган ***Q*** чекити ***K*** чекити менен бир тегиздикте болгондугуна байланыштуу, аларды түз сызык менен туташтырып, ***FB*** кыры менен кесилиш чекитин ***R*** деп белгилейбиз (123-сүрөт).

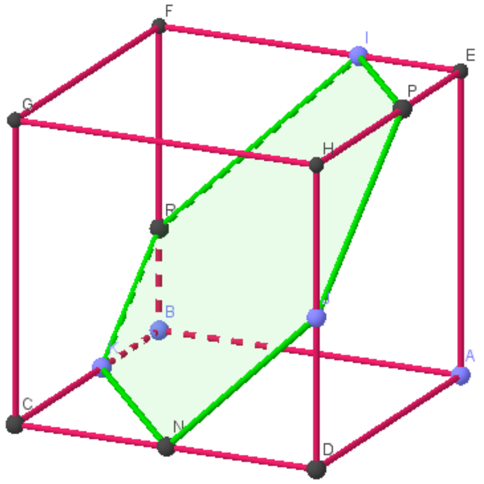


123-сүрөт

Бардык ***R, I, P, J, N*** жана ***K*** чекиттерин туташтырып, жардамчы сызыктарды өчүрүп, төмөндөгүдөй ***RIPJNK*** *алты бурчтук* кесилишке ээ болобуз (124-125-сүрөттөр).



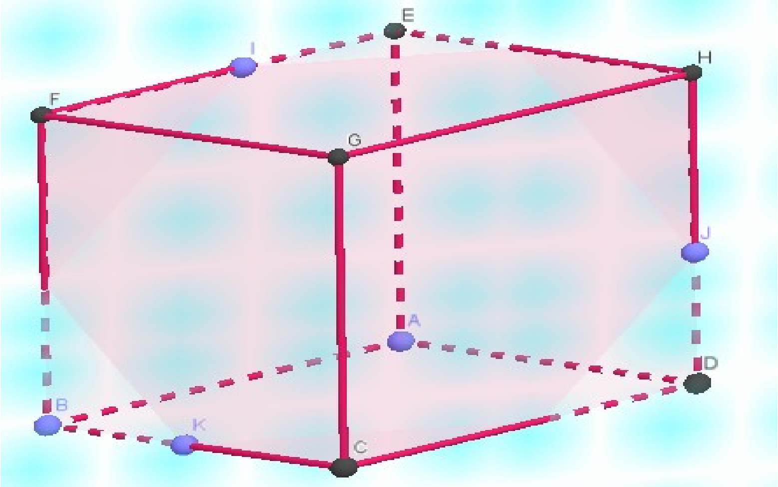
124-сүрөт



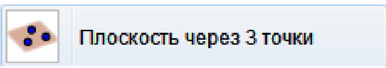
125-сүрөт

Акырында маселенин чыгарылышын таптык.

“*Чиймени кагазга чийгенге караганда эмне айырмасы бар*?” - деген суроо пайда болушу мүмкүн. Айырмасы абдан чон, анткени кошумча чиймелер ***3D*** өлчөмдө далили менен көрүнүп турат. Мисалы, “*Эки чекит аркылуу түз сызык жүргүзүүгө болот, бирок жалгыз гана*” аксиомасы дайыма тастыкталып турат.

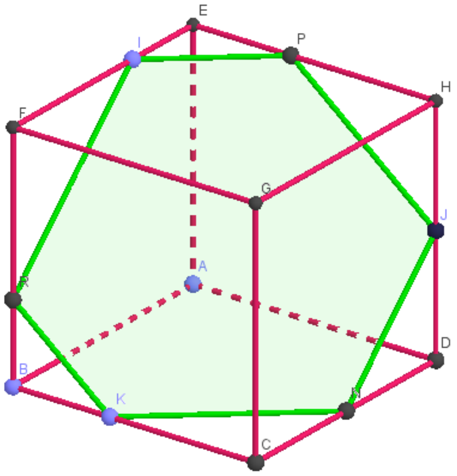


126-сүрөт

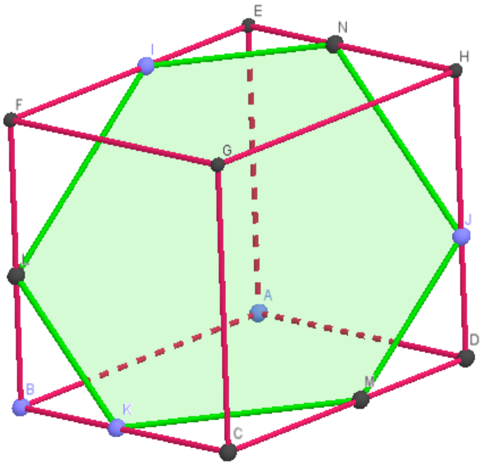
GeoGebra программасында жогоруда каралган алгоритмди аткарбастан, “*үч чекит аркылуу тегиздик жүргүзүүгө болот, бирок жалгыз гана*” теоремасын жана 

каражатын колдонуп, төмөндөгүдөй сүрөткө ээ болобуз (126-сүрөт).

Сүрөттөн тегиздиктер кесилишкен чекиттерди таап алууга болот, программа автоматтык түрдө чычкандын көрсөткүчүн көрсөткөндө белгиси пайда болгондо, чычкандын сол баскычын басабыз. Табылган чекиттер аркылуу көп бурчтукту таап алууга болот, бирок мындай ыкманы окуучуларга көрсөтүү биздин оюбузча, туура эмес. Бирок жогорудагыдай эле эффектиге жетебиз (127-128-сүрөттөр).



127-сүрөт

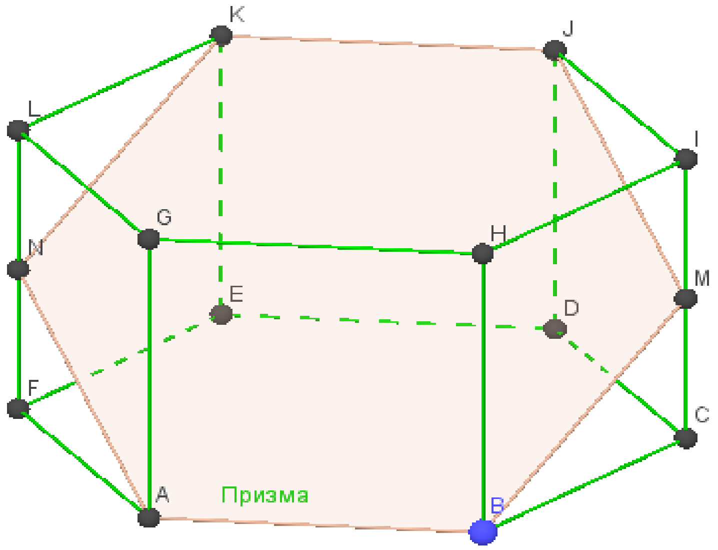


128-сүрөт

127-сүрөттөгү вариантында геометриялык ыкма, ал эми 128-сүрөттөгү вариантында программалык ыкма менен табылган кесилиш, экөөнүн тең эч кандай айырмасы жок.

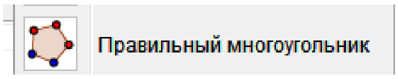
Маселе: Каптал грандары квадраттар болгон туура алты бурчтуу призмага төмөнкү негизинин жагы жана ага каршы жаткан жогорку негизинин жагы аркылуу тегиздик жүргүзгүлө. Негизинин жагы a га барабар. Түзүлгөн кесилиштин аянтын тапкыла ([3], §19, №14).

Берилген тапшырманы ***GeoGebra*** программанын жардамы менен аткарып көрөлү (129-сүрөт).

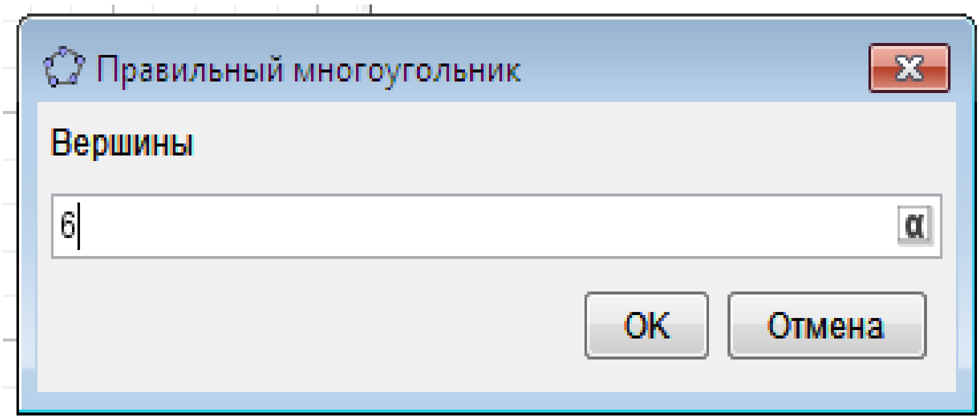


129-сүрөт

Маселенин берилиши боюнча туура алты бурчтуу көп бурчтукту

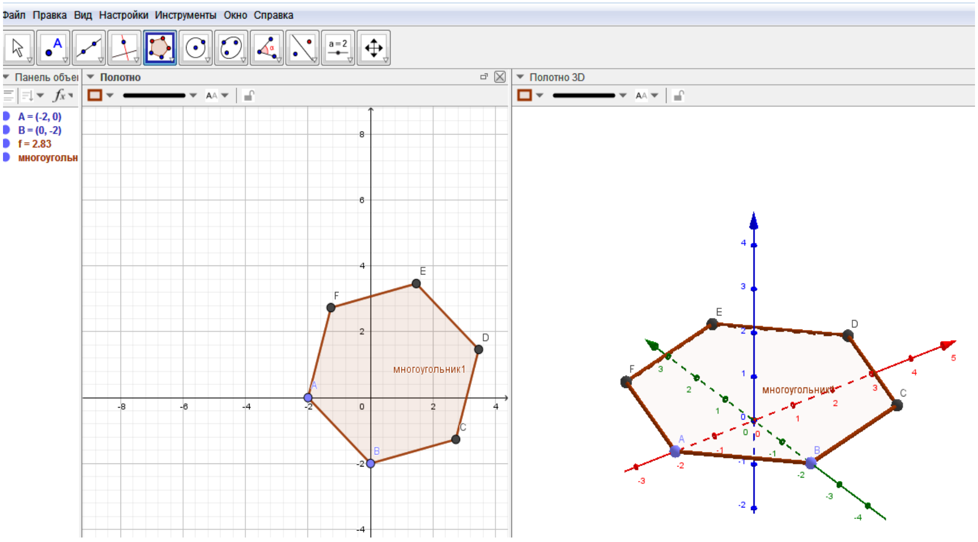


тандап алып, чычкандын көрсөткүчүн графикалык терезеден эки чекитти көрсөтөбүз дагы, байланыш терезесине 6 санын жазабыз.

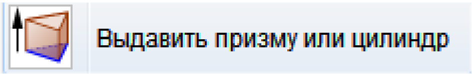


130-сүрөт

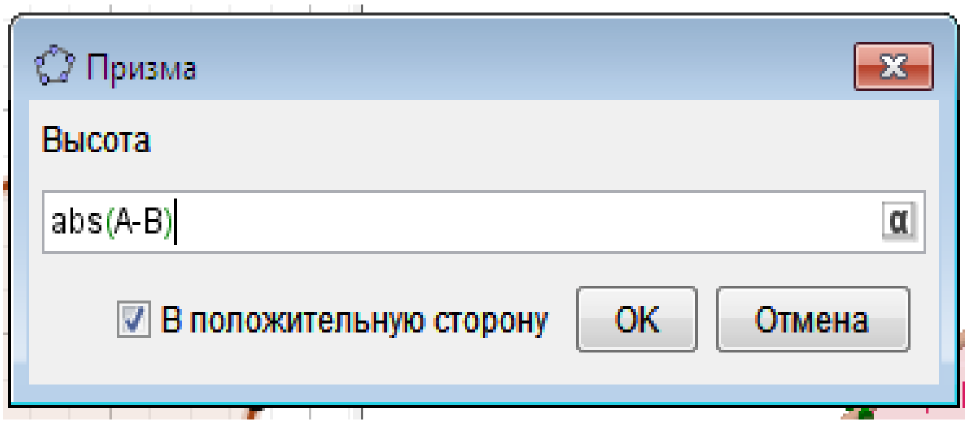
ok баскычын басуу менен туура алты бурчтукка ээ болобуз (131-сүрөт).



131-сүрөт

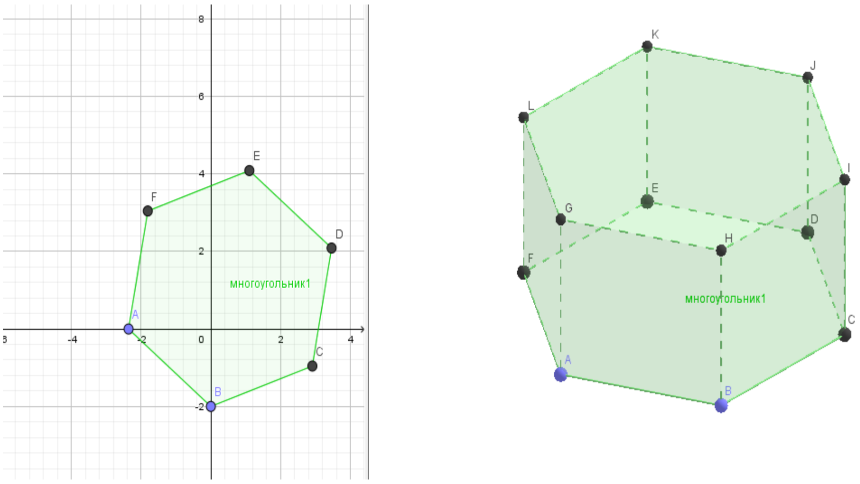
Призманы тургузуу үчүн, ***3D*** терезесин активдештирип 

функциясын тандап алып, көп бурчтукту чычкандын көрсөткүчү менен көрсөтсөк, призманын бийиктиги канчага барабар деген байланыш терезечеси пайда болот (132-сүрөт).

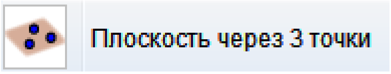


132-сүрөт

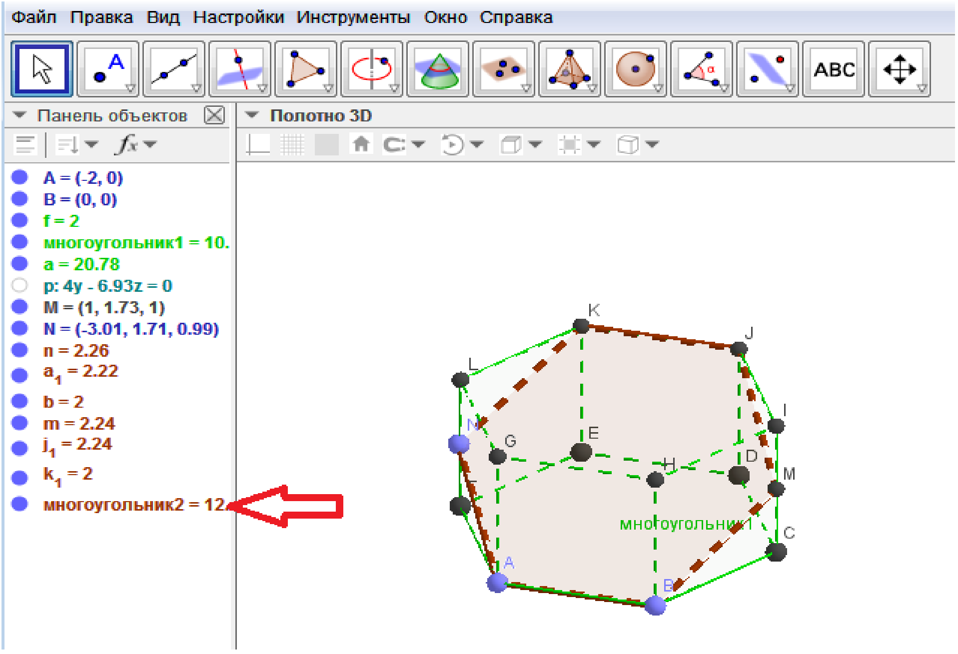
Шарт боюнча призманын каптал грандары квадраттар болуш керек, демек грандын узундугу менен призманын бийиктиги барабар. Анда биз бийиктикке ***abs(A-B)*** формуласын жазсак, туура алты бурчтукту ар кандай өзгөртсөк, бийиктик дагы дал ошондой өзгөрөт (133-сүрөт).



133-сүрөт

а) эми көрсөтүлгөн программалык жол менен төмөнкү негизинин жагы жана ага каршы жаткан жогорку негизинин жагы аркылуу тегиздик жүргүзүү үчүн 

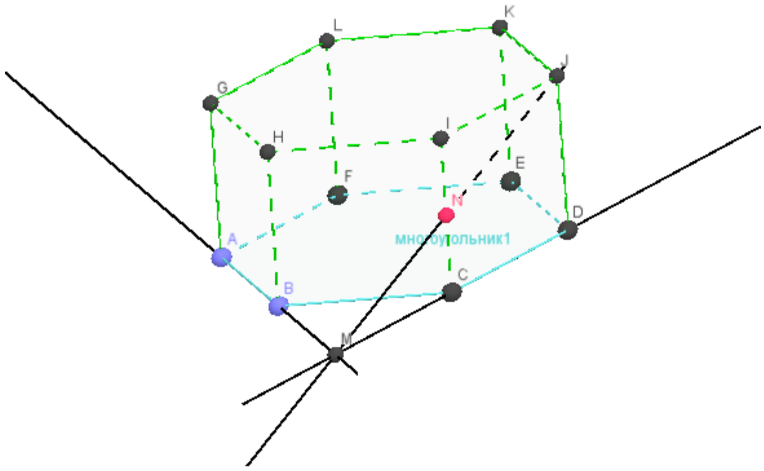
каражатын тандап алып, призмадагы ***K, J, A*** чекитерин көрсөтүү жетиштүү. Призма менен тегиздиктин кесилиш чекиттерин белгилеп, көп бурчтукка ээ болобуз. Алынган көп бурчтуктун аянты ***s=12*** болду. Маселенин чыгарылышын таптык (134-сүрөт).



134-сүрөт

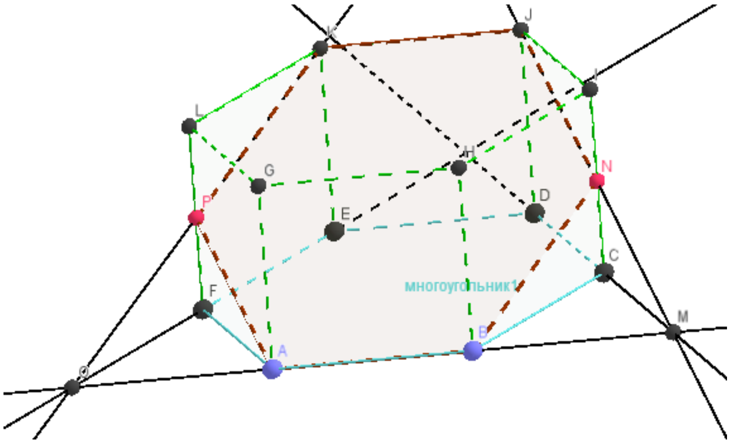
б) геометриялык жактан туура болсун үчүн, ***CI*** жана ***FL*** кырлардагы кесилиш чекиттерин табуу керек, ал үчүн:

1. Көп грандыкты аныктоо үчүн ***AB*** жана ***CD*** түз сызыктарын кесилишкенге чейин жүргүзүп, ***M*** чекитин табабыз, аны ***J*** чекити менен түз сызык аркылуу бириктирип, ***CI*** каптал кыры менен кесилиш ***N*** чекитин табабыз (135-сүрөт).

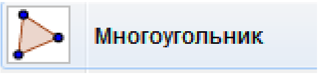


135-сүрөт

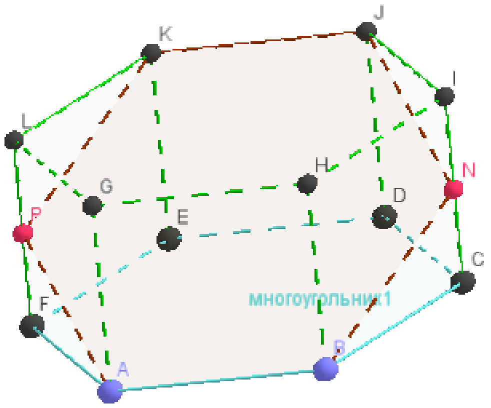
2. Ушундай эле жол менен ***P*** чекитин табууга болот. Ал үчүн ***AB*** түз сызыгы ***FE*** түз сызыгы менен кесилишкен жерин ***O*** деп белгилеп, ***K*** чекити менен түз сызык аркылуу бириктиребиз. ***ok*** түз сызыгы ***FL*** кыры менен кесилиш чекитин ***P*** тамгасы менен белгилейбиз (136-сүрөт).



136-сүрөт

ABNJKP чекиттеринин негизинде алты бурчтукка ээ болобуз. Көп бурчтуктун аянтын табууга 

каражатынтандап көп бурчтуктун чокуларын көрсөтүп, жардамчы чиймелерди алып салып, биз издеген алты бурчтукту табабыз. Программа автоматтык түрдө аянтын таап берет (137-сүрөт).



137-сүрөт

Бул маселени геометриялык жактан карап көрөлү.

ABNJKP көп бурчтугунун аянтын табуу үчүн $S = \dfrac{S_H}{\cos\alpha}$, мында S_H– негизинин аянты, б.а., ***ABCDEF*** көп бурчтугунун аянты, ***a*** – ***ABCDEF*** көп бурчтугу менен ***ABNJKP*** кесилиш аянттын ортосундагы бурч.

$EA \perp AB$ болсо $KA \perp AB$(үч перпендикулярлар сызыктар теоремасы боюнча) анда ***EK= a*** эске алуу менен $\angle EAK = \alpha$ демек $AE = a\sqrt{3}$ (радиусу ***a*** болгон айлананын сыртынан сызылган туура үч бурчтуктун каптал жагы),

$AE_1 = \sqrt{a^2 + \left(a\sqrt{3}\right)^2} = 2a$, анда $\cos\alpha = \dfrac{a\sqrt{3}}{2a} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

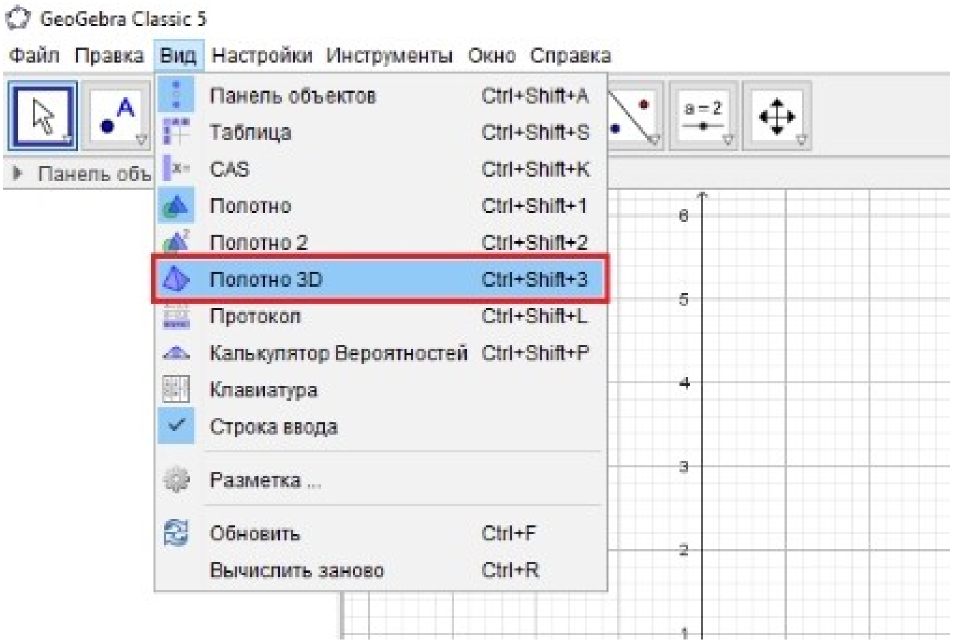
Призманын негизинин аянты $S_н = 6\frac{1}{2}a^2 \sin 60^0 = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$ болгондуктан, акырында кесилиштин аянты $S = \frac{S_н}{\cos\alpha} = \frac{3a^2\sqrt{3}\cdot 2}{2\sqrt{3}} = 3a^2$ болот.

Эми *a=2* маанисин ордуна коюп көрөлү, демек $S = 3a^2 = 3\cdot(2)^2 = 12$

§9.Кубдун ичине жана сыртына сызылган сфера

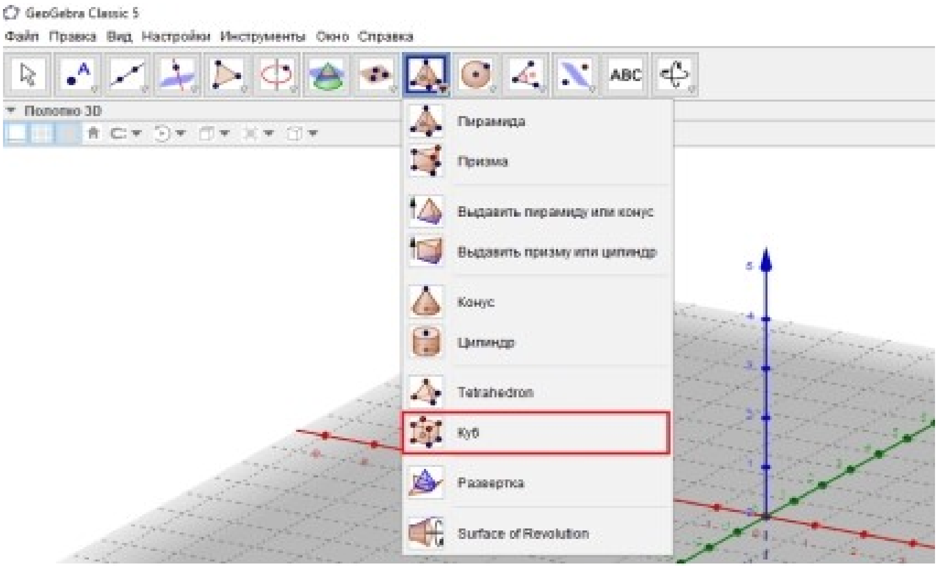
Мейкиндиктеги геометриялык телолорду сүрөттөөдө ***GeoGebra*** программасы мугалимдер, окуучулар үчүн чоң жардамчы программа. Төмөндө биз кубдун ичинде сызылган сфераны программанын жардамы менен кантип визуалдаштырабыз карап көрөлү.

Бизге кандайдыр бир куб берилсин. Кубду чийүү үчүн *Вид*-менюсунан «*Полотно**3D***» бөлүгүн тандап алабыз (138-сүрөт)



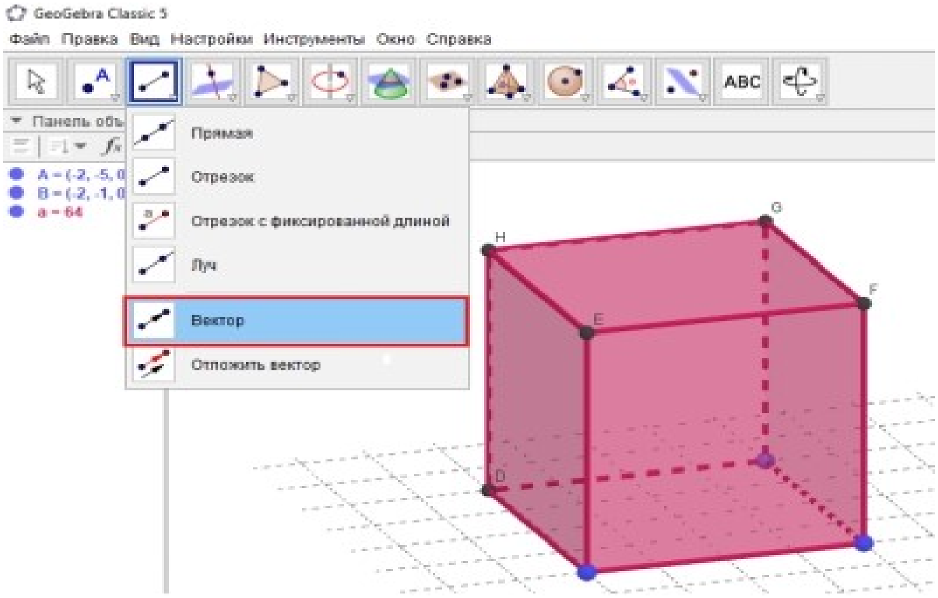
138-сүрөт

Үч өлчөмдүү графика менен иштөө мурунку бөлүмдө кеңири каралган. Мейкиндикте куб түзүү үчүн программадан жогоруда айтылгандай, ***3D*** терезени ачып, «көп бурчтуктар» менюсунан чычкандын жардамы менен кубду тандайбыз, андан кийин тегиздикке жайгаштырабыз (139-сүрөт).



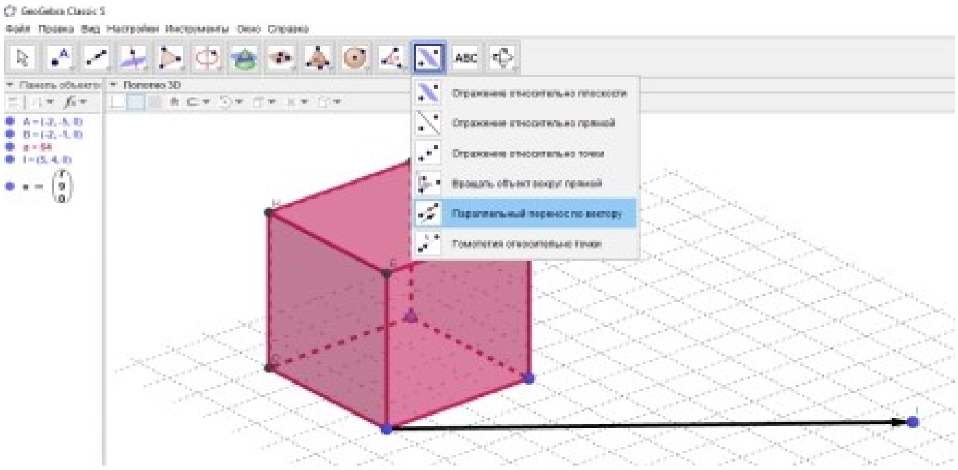
139-сүрөт

Эми ушул эле кубга барабар куб түзүп алалы, ал үчүн параллель көчүрүү мүмкүнчүлүгүн колдонобуз параллель көчүрүү үчүн алгач, вектор түзөбүз (140-сүрөт).



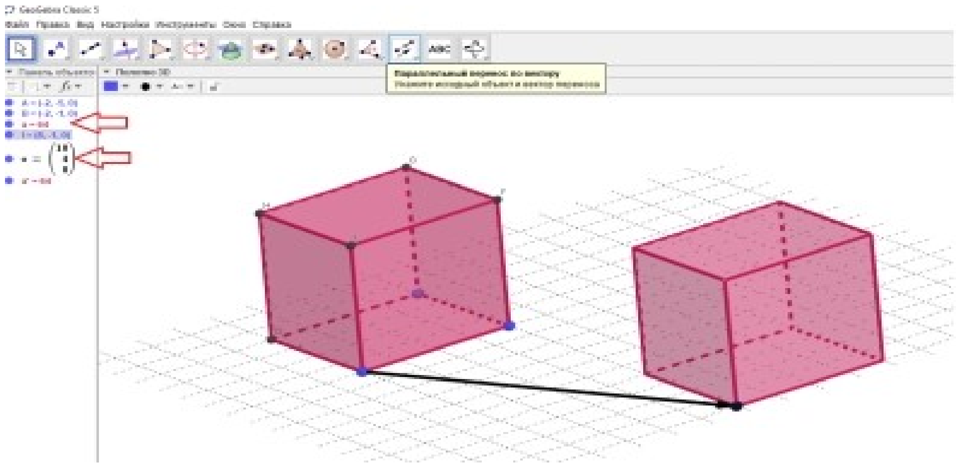
140-сүрөт

Векторду түз сызыктар менюсунан тандап алабыз дагы, кубдун *A* чокусунан каалаган жагыбызга жүргүзөбүз. Эми менюдан *«параллелный перенос по вектору»* функциясын тандап алабыз (141-сүрөт.)



141-сүрөт

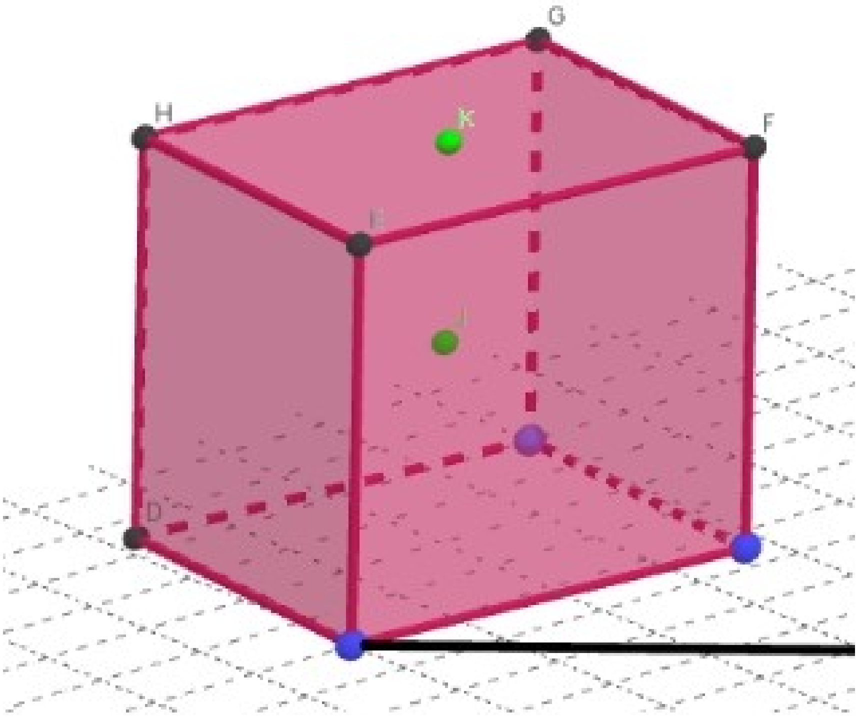
Бул функциянын иштөөсү үчүн *объектилер* панелинен $a = 64$ кубун жана $u = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}$ векторун тандайбыз дагы, төмөндөгүдөй сүрөттөлүшкө ээ болобуз. Бул жактан биринчи кубду кандай гана кылып өзгөртпөйлү, экинчи $a' = 64$ кубу дал ошондой өзгөрө берет (142-сүрөт).



142-сүрөт.

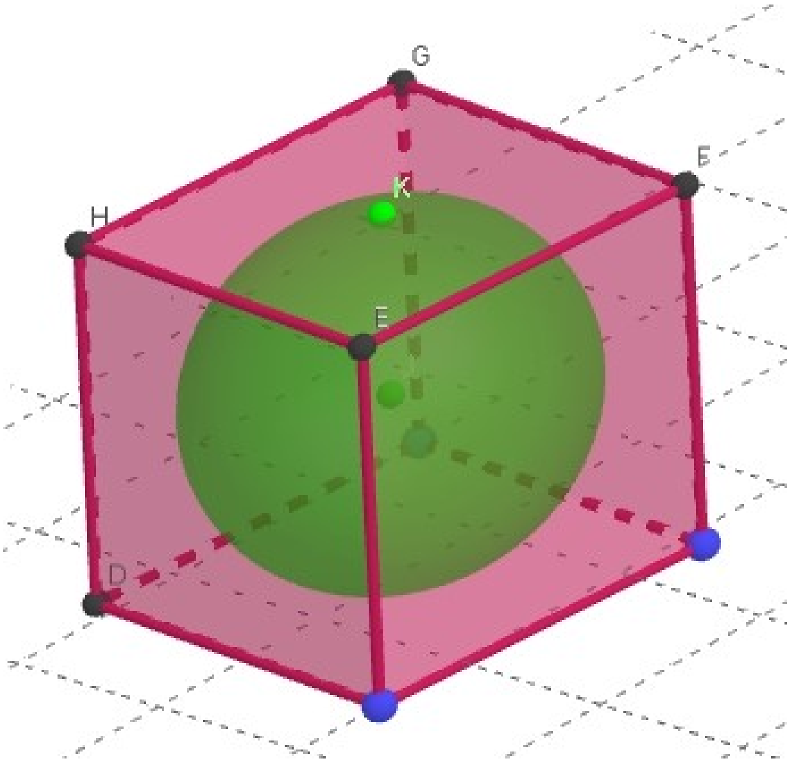
Эки куб бири-биринен айырмаланып турсун үчүн, ***a´*** палитранын жардамы менен түсүн өзгөртүп алабыз.

Кубдун ичине же сыртына сфера чийүүнү биз эки ыкма менен жасасак болот: *«сфера по центру и точке»,* же «*сфера по центру и радиусу»*. Биздин оюбузча, биринчи ыкма жеңил деп ойлойбуз. Анткени бизге берилген кубдун ортосун тапсак, ал сферанын борбору болот. Ал үчүн *«середина или центр»* каражатын (инструментин) ***DF*** (бул эки чекит диагоналды түзөт) чекиттерине колдонуп, ***J*** чекитин табабыз. Ушул эле каражатты колдонуп, квадраттын ***HF*** диагоналынын ортосун табуу менен беттин тийүү чекитин табабыз дагы, аны ***К*** деп белгилейбиз (жашыл түстөгү чекиттер 143-сүрөт**).**



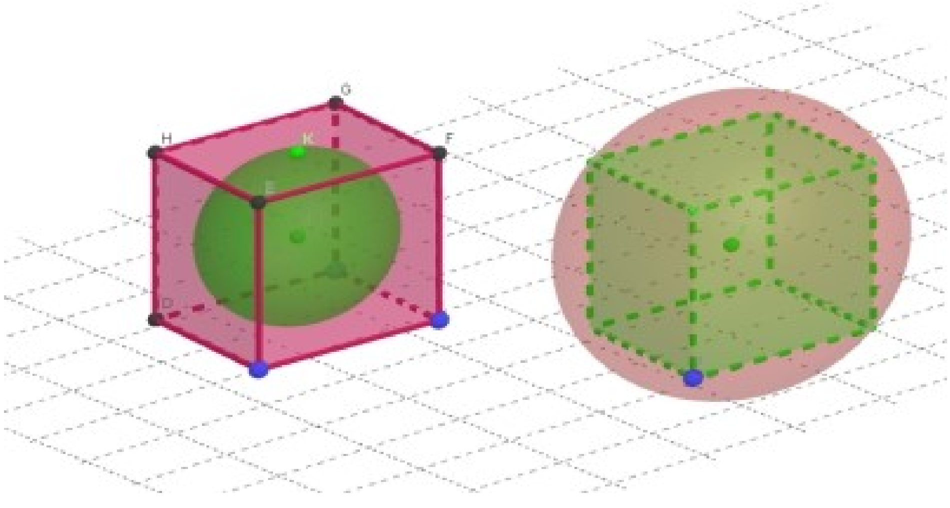
143-сүрөт

Эми *«сфера по центру и точке»* каражатынын жардамы менен кубдун ичине сфераны жайгаштырабыз (144-сүрөт)



144-сүрөт

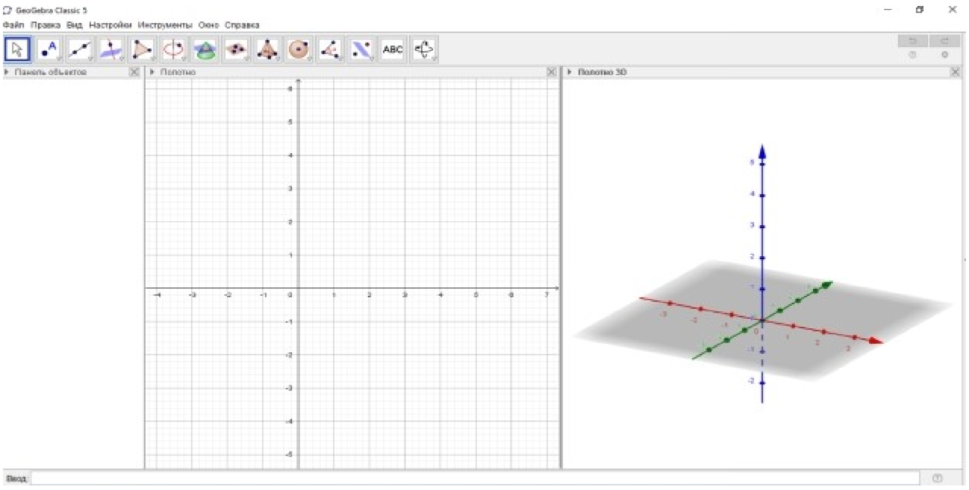
Кийинки максатыбыз, экинчи кубдун сыртына сфера чийүү үчүн, ***J*** борборун a' кубуна *u* вектору (*параллельный перенос по вектору* инструменти) аркылуу көчүрүп, ***J′*** алабыз дагы, сферанын борбору ***J′*** чекитин алып, ***I*** чекити аркылуу *«сфера по центру и точке»* куралын колдонобуз. ***u*** векторун түссүз кылып, төмөндөгүдөй жыйынтыка келебиз (145-сүрөт).



145-сүрөт

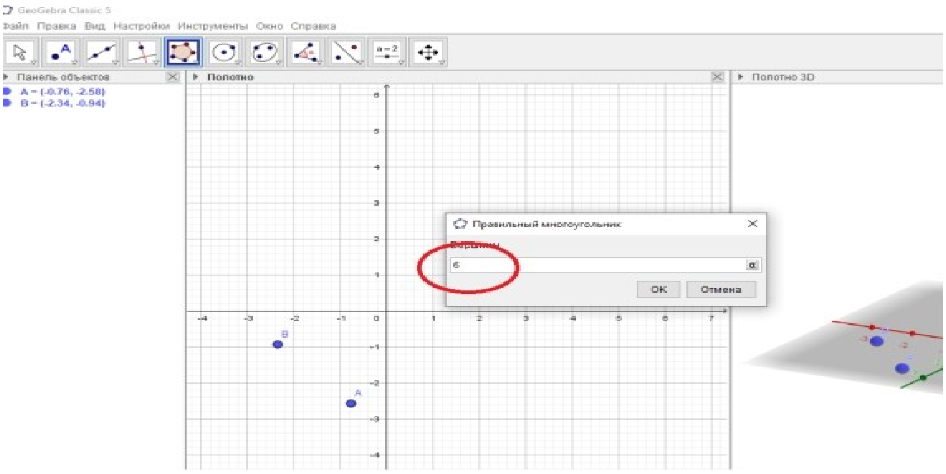
Эми туура алты бурчтуу призманын ичине цилиндр чийип көрөлү.

Жогоруда каралгандай эле Geogebra ны ачкандан кийин ***3D*** полотнону күйгүзөбүз. *Вид* менюсунан «*Полотно **3D***» бөлүгүн тандап алабыз, бирок ***2D*** полотнону өчүрбөйбүз. Эки графикалык полотно менен чогуу иштейбиз (146-сүрөт).



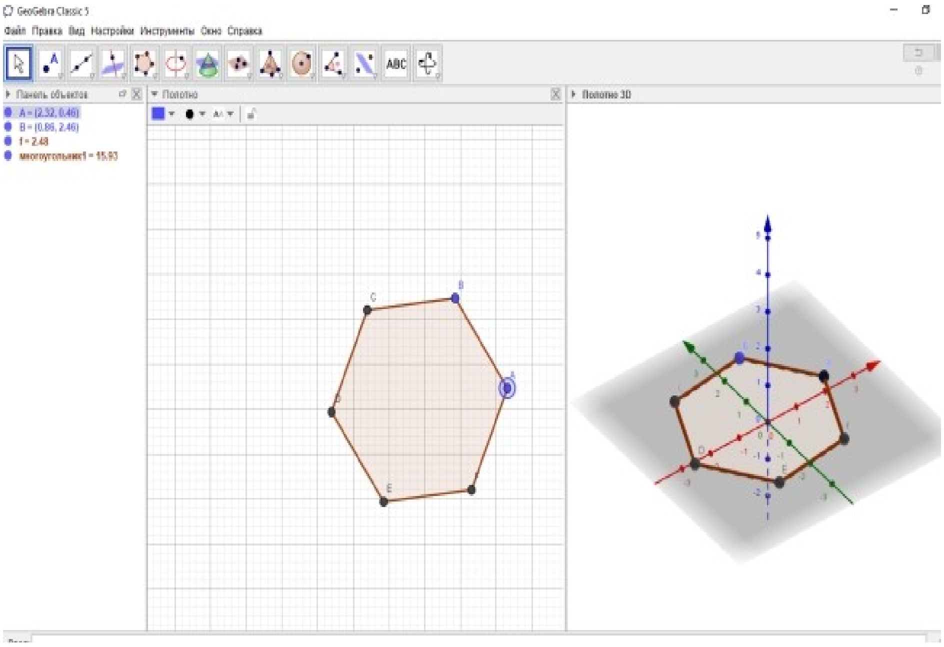
146-сүрөт

Туура алты бурчтуу призманы чийүү үчүн менюдан «*правильный многоугольник*» куралын тандап алып, ***2D*** графикалык терезечеге ***A*** жана ***B*** чекиттерин жайгаштырбыз дагы, пайда болгон байланыш терезечесине 6 санын киргизебиз, анткени биз туура алты бурчтуу призманы алышыбыз керек (147-сүрөт).



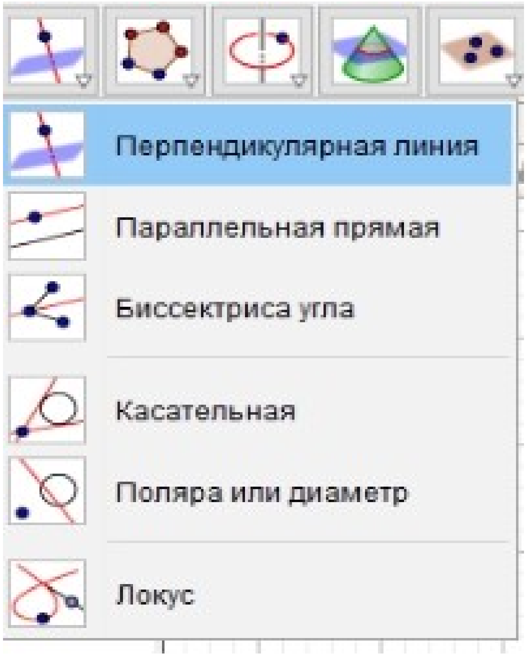
147-сүрөт

Алты санын киргизип, ОК баскычын баскандан кийин. «*Туура алты бурчтуу*» призманын негизине ээ болобуз (148-сүрөт).



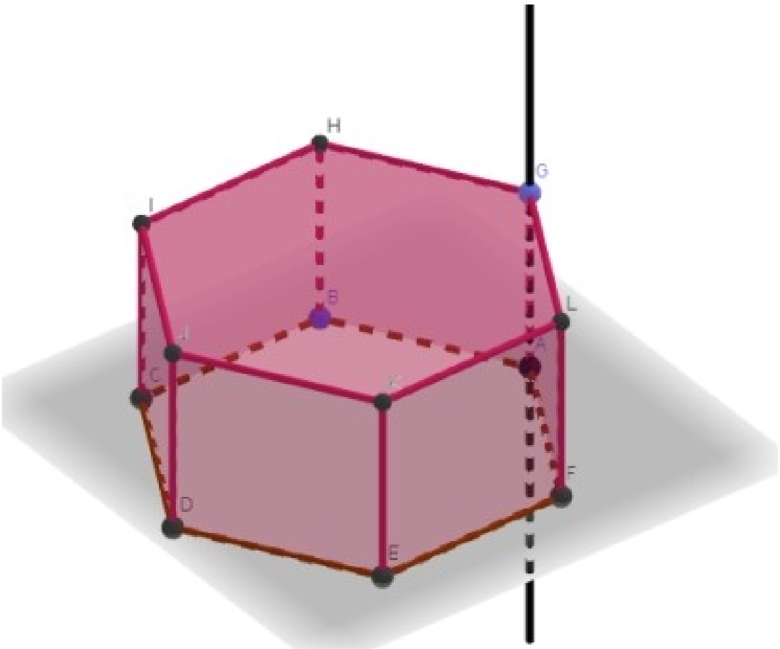
148-сүрөт

148–сүрөттө көрүнүп турган ***А*** чекитинен призманын негизинен перпендикуляр тургузабыз. Перпендикуляр тургузууга менюдан «*перпендикулярная линия*» каражатын алып ***А*** чекитин жана көп бурчтук жаткан тегиздикти басабыз (149-сүрөт).



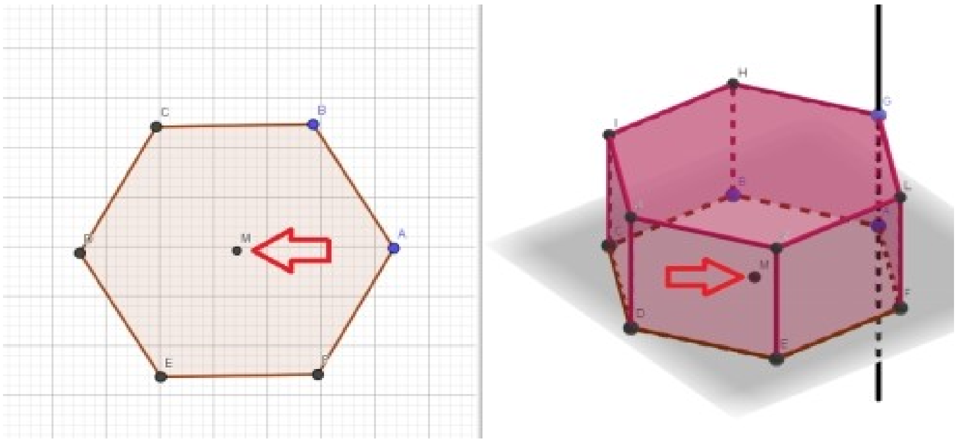
149-сүрөт

Сүрөт жакшы көрүнүш үчүн координаталар системасын өчүрүп салабыз. Тургузулган перпендикулярдан бир чекит тандап алабыз, бул чекит (***G*** чекити автоматтык түрдө бергиленет) призманын бийиктиги болуп саналат. *Меню*дан «*призма*» куралын тандап алып, биринчи негизин (көп бурчтук), андан кийин ***G*** чекитин белгилесек, төмөндөгүдөй сүрөт пайда болот(150-сүрөт).



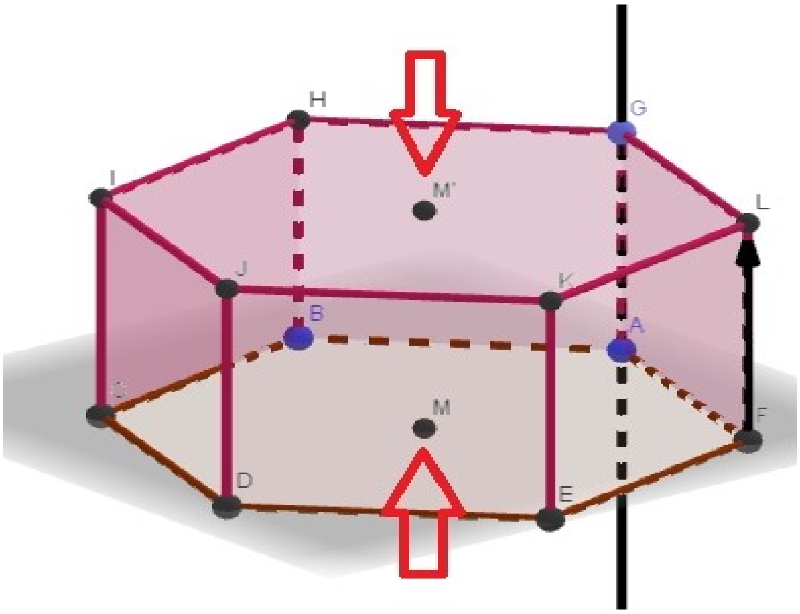
150-сүрөт.

Geogebra программасында цилиндр чийүүгө эки чекит жана радиус керек. Цилиндрди призманын ичинен сызуу үчүн, призманын негизинен (көп бурчтуктан) чоң диагоналдын борборун табабыз. Борборду табууга эки чекиттин ортосун же борборун (центрин) табуу жетиштүү, буга керектүү курал бизде бар. Борборду табууга ***AD, BE*** жана ***CF*** карама-каршы жаткан чекиттерди колдонсок болот, ошентип биз ***M*** чекитине ээ болдук. Бул биринчи чекит болуп саналат (151-сүрөт).



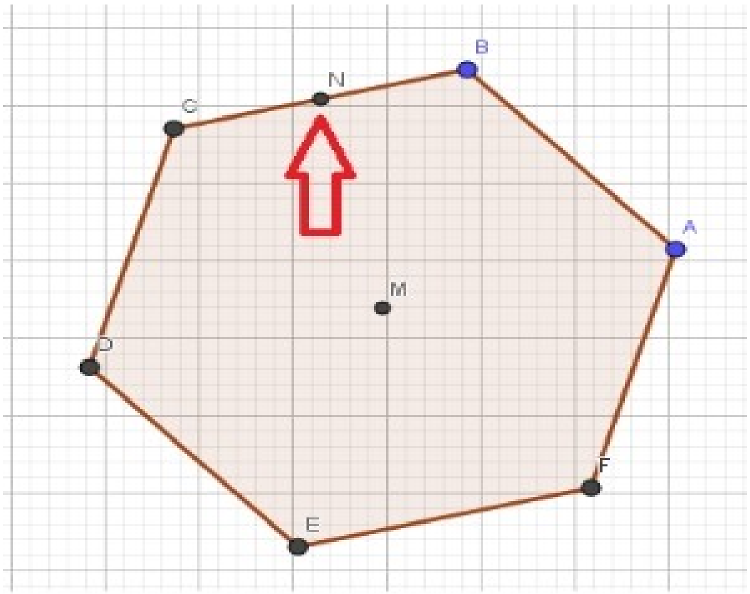
151-сүрөт

Эми экинчи чекитти табууга вектордук көчүрүүнү колдонобуз (бул боюнча мурунку мисалда караганбыз). ***FL*** чекиттерин колдонуп ***u*** векторун тургузабыз. Вектордун жардамы менен ***M*** чекитин вектор боюнча параллель көчүрүп, ***M*** ́чекитин табабыз (152-сүрөт).



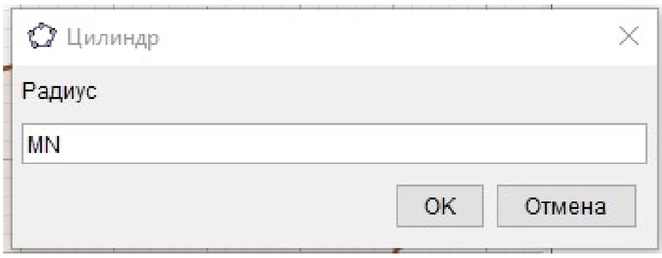
152-сүрөт

Цилиндрдин радиусун табуу үчүн, көп бурчтуктун каалаган жагынын ортосун табабыз. Ал үчүн негизиндеги көп бурчтуктун ***CB*** жагынын тең ортосун табалы, ал чекитти ***N*** деп (программа автоматттык түрдө) белгилейли (153-сүрөт).



153-сүрөт

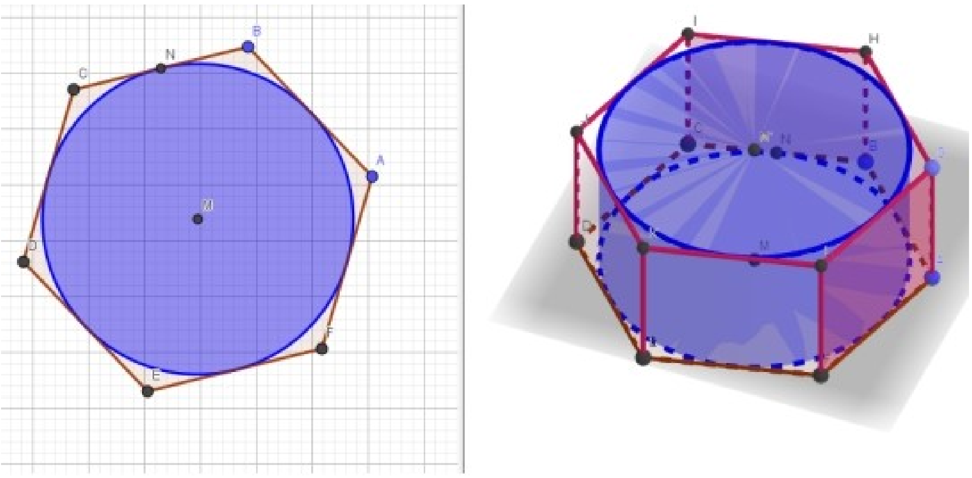
Табылган ***M*** жана ***N*** чекиттерин бириктирип, ***MN*** кесиндисине ээ болобуз, бул кесинди цилиндрдин радиусу болот. Бизге керектүү чекиттердин бардыгы табылган соң, менюдан «*Цилиндр*» каражатын басып ***3D*** терезеден ***M*** жана ***M′*** чекиттерин талап боюнча көрсөтсөк, төмөндөгүдөй байланыш терезече пайда болот. Байланыш терезечеге цилиндрдин радиусун ***MN*** кесиндисин беребиз.



.

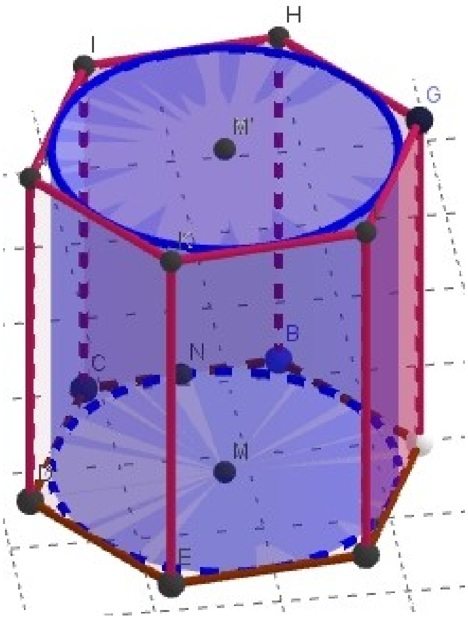
154-сүрөт

ok баскычын басып, алты бурчтуу призманын ичине сызылган цилиндрдин сүрөттөлүшүнө ээ болобуз. Сүрөт жакшы көрүнүш үчүн, ашыкча чиймелерди «*Панель объектов*» панелинен көрүнгүс кылабыз. Цилиндрдин түсүн палитрадан өзгөртөбүз (155-сүрөт).

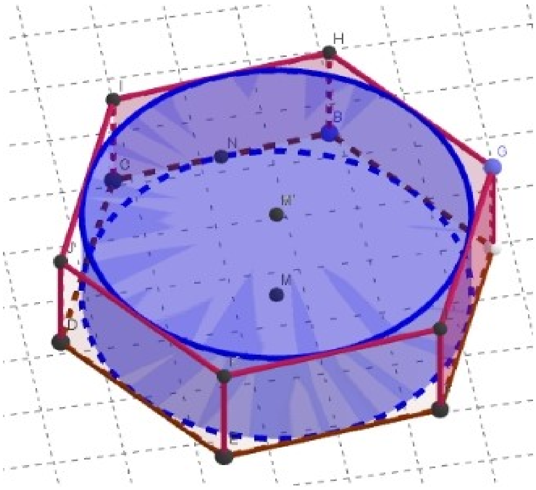


155-сүрөт

Эки өлчөмдүү полотнону өчүрүп салып, сүрөттөлүштөгү көк түстөгү чекиттерди тегиздик боюнча кыймылдатып ойносок болот (156-157-сүрөттөр).



156-сүрөт



157-сүрөт

АДАБИЯТТАР

1. GeoGebra тиркемеси. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.geogebra.org/download. – Загл. с экрана.
2. Безумова, О.Л. и др. Обучение геометрии с использованием возможностей GEOGEBRA.[текст]/ О.Л. Безумова и др //Учебно-методическое пособие. Архангельск : КИРА, 2011. - 140 с
3. Ларин, С. В. Методика обучения математике: компьютерная анимация в среде Geogebra : учебное пособие для вузов.[текст] / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 233 с
4. Люблинская, И. Е. Математика. Исследовательские и проектные задания по планиметрии с использованием среды GeoGebra Classic.[текст] / И.Е.Люблинская, В.И.Рыжик//-М.: 2020, 345 -с.
5. Погорелов, А.В. Геометрия 7-11 класс.[текст] /А.В.Погорелов// Мектеп 1993, с-434
6. Смирнов, В. А. Геометрия с GeoGebra. Планиметрия.[текст] /В.А. Смирнов, И.М.Смирнова//. М.:2018, - 206с.

МАЗМУНУ

КИРИШҮҮ 3

I БӨЛҮМ. GEOGEBRA ИНТЕРАКТИВДҮҮ ГЕОМЕТРИЯЛЫК ЧӨЙРӨНҮН МҮМКҮНЧҮЛҮГҮ 5

§1. Динамикалык чиймелерди түзүү 7

§2. Маалыматтардын интерпретациясы жана касиеттери. 21

§3. Жаңы каражаттарды түзүү. 33

§4. Анимацияны түзүү 40

II БӨЛҮМ. ГЕОМЕТРИЯНЫ ОКУТУУДА ИНТЕРАКТИВДҮҮ ГЕОМЕТРИЯЛЫК КУРАЛДЫ КОЛДОНУУНУН АРТЫКЧЫЛЫКТАРЫ 44

§5. GeoGebra программасын колдонуп геометриялык далилдөөлөрдү үйрөтүү 44

§6. GeoGebra программасында геометриялык маселелерди чыгаруу 51

§7. ***GeoGebra*** программасында графиктерди тургузуу 58

III БӨЛҮМ. СТЕРЕОМЕТРИЯ 67

§8. Геометриялык түзүүлөр жана кесилиштер 68

§9. Кубдун ичине жана сыртына сызылган сфера 88

АДАБИЯТТАР 99

БАЙБОЛОТОВ Б.А., ДЖАПАРОВА С.Н.,
МАДАНБЕКОВА Э.Э.

ГЕОМЕТРИЯ КУРСУН ОКУТУУДА МААЛЫМАТТЫК ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫН КОЛДОНУЛУШУ

Окуу методикалык колдонмо

Тех. редактору ***Кучкачева Ж.З.***
Басууга берилди 16.06.2024ж. Форматы 60х84 $^{1}/_{16}$.
Офсеттик кагаз. Санариптик басуу. Көлөмү 6,0 б.т. Нускасы 100 д.
Бишкек ш., Курчатов көч, 69, “Калем” басма үйү
т. 0706-757610, 49-19-36, E-mail: kalem14@mail.ru
www.kalem.press