УДК 62.501

МНОГОМЕРНЫЕ СИСТЕМЫ С КВАДРАТИЧНЫМ КРИТЕРИЕМ КАЧЕСТВА

Беделова Нургуль Салибаевна – к.ф.-м.н.,
Сейитбек уулу Кубат
Ошский государственный университет
Ош, Кыргызская Республика
E-mail: kireshe78@mail.ru

Аннотация: *В данной статье рассматривается упрощенный и квазиоптимальный алгоритм проектирования управления для многомерных систем с квадратичным критерием качества. Приводятся аналитические решения построении систем управления и задача синтеза оптимального управления.*

Ключевые слова: *объект, дифференциальные уравнения, матрица, функция запаздывания, квадратичный функционал, фазовый вектор.*

КВАДРАТТЫК САПАТ КРИТЕРИЙИ МЕНЕН КӨП ӨЛЧӨМДҮҮ СИСТЕМАЛАР

Беделова Нургуль Салибаевна – ф.-м.и.к.,
Сейитбек уулу Кубат
Ош мамлекеттик университети
Ош, Кыргыз Республикасы
E-mail: kireshe78@mail.ru

Аннотация: *Бул макалада квадраттык сапат критерийи менен көп өлчөмдүү системалар үчүн жөнөкөйлөтүлгөн жана квазиоптималдык башкарууну долбоорлоо алгоритми каралган. Башкаруу системасын жана оптималдуу башкаруу синтезинин тапшырмаларын куруу үчүн аналитикалык чечимдер келтирилген.*

Ачкычтык сөздөр: *объект, дифференциалдык теңдемелер, матрица, кечигүү функциясы, квадраттык функционал, фазалык вектор.*

MULTIDIMENSIONAL SYSTEMS WITH A QUADRATIC QUALITY CRITERION

Bedelova Nurgul Salibaevna – c. of ph.&m. s.,
Seitbek uulu Kubat
Osh state university, Osh, Kyrgyz Republic
E-mail: kireshe78@mail.ru

Annotation: *This article discusses a simplified and quasi-optimal control design algorithm for multidimensional systems with a quadratic quality criterion. Analytical solutions for the construction of control systems and the problem of synthesis of optimal control are given.*

Key words: *object, differential equations, matrix, delay function, quadratic functional, phase vector.*

Введение

Класс объектов управления, имеющих запаздывание в управлении, имеет свои особенности и трудности в построении систем управления в условиях априорной неопределенности [2].

Основная особенность заключается в том, что нет возможности сразу действовать на объект управления после получения информации об изменении состояния объекта, что отрицательно влияет на устойчивость систем и качество переходных процессов.

Еще одна особенность, порождающая определенную трудность при построении систем управления, состоит в том, что системы с запаздыванием в управлении нельзя охватывать глубокой отрицательной обратной связью, потому что может быть нарушена устойчивость системы. Снижение коэффициента усиления обратной связи, как известно, ухудшает точность управления системой.

Материалы и методы исследования

Рассматривается управляемый объект с последействием, движение которого описывается дифференциальными уравнениями:

$$x(t)=Ax(t)+Bu(t-\tau)$$

где$x\in R^n$, $u\in R^m$, τ=const>0, A, B - известныечисловыематрицы соответствующей размерности.

Задано начальное состояние объекта

$$x(t_0)=x_0$$

и начальное условие для управления (функция запаздывания)

$$u(s)=\varphi(s),$$

где $\varphi(s)$ - m-мерная вектор-функция, $s\in[t_0-\tau_0,t_0]$

Процесс управления рассматривается на заданном конечном отрезке времени $[t_0,T]$ при закрепленном левом конце $x(t_0)=x_0$ и свободном правом конце $x(T)$ траектории $x(t)$.

Критерием качества управления служит квадратичный функционал

В рассматриваемом примере:

$$J(u)=x^T(T)Sx(T)+\int_{t_0}^{T}(x^TQx+u^TRu)dt$$

Задача. Требуется найти управление $u(t)(t_0\leq t\leq T)$ из множества допустимых управлений, доставляющее минимум функционалу:

$$J=\frac{1}{2}\int_{t_0}^{T}(x_1^2+Ru^2)dt$$

$$J(u)=x^T(T)Sx(T)+\int_{t_0}^{T}(x^TQx+u^TRu)dt$$

Определение: Допустимое управление - это кусочно-непрерывная функция с разрывами I рода, при которой соответствующая задача Коши имеет единственное решение. [6]

Оптимальное управление $u_0(x,t)$ линейно зависит от фазового вектора x и определяется формулой

$$u_0(x,t)=-R^{-1}B^TP(t)x$$

где $P(t)$, $t_0\leq t\leq T$- симметричная неотрицательно определенная (nxn) матрица, являющаяся решением дифференциального матричного уравнения Риккати

$$P = -Q-PA-A^TP+PBR^{-1}B^TP,$$

С условием в конечный момент времени:

$$P(T)=S$$

Оптимальная траектория $x_0(t)$, $t_0\leq t\leq T$, определяется путем решения задачи Коши:

$$x=Ax+B\varphi(t) \qquad t\in[t_0,\tau]$$

$$x(t)Ax(t)-BR^{-1}B^T(P(t)x(t-\tau) \qquad t\in[t_0,\tau]$$

$$x(t_0)=x_0$$

В следующем пункте будет дана процедура решения поставленной задачи.

Результаты и обсуждения. Проверка устойчивости системы

Пусть объект управления описан передаточной функцией вида [5]:

$$W(p)=\frac{e^{-\tau p}}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)},$$

Набор параметров модели: τ=0.5,

T_1=1,

T_2=0,1,

T_3=0.01.

С помощью *критерия устойчивости Гурвица* проверим устойчивость следующих систем:

1. *Разомкнутой системы без управления.*

Выпишем характеристическое уравнение этой системы:

$$p^3+111\,p^2+1110p+1000=0.$$

Составим определитель Гурвица:

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} 111 & 1000 \\ 1 & 1110 \end{vmatrix}>0;a_i>0(i=0,3)$$

a_0 = 1;a_1, = 111; $я_2$ = 1110; a_3 = 1000

Следовательно, система устойчива.

2. *Замкнутой системы без запаздывания в управлении.*

Поставим управление u_{01}=-(0.41421356237 0.04112904528 0.00036993)хв уравнение x_3=-111x_3-1110x_2-1000x_1+1000u_{01}

И выпишем характеристическое уравнение:

p^3+111.36993p^2+1151.12904528p+1414.21356237=0.

Составим определитель Гурвица:

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}.$$

а,=1; a_1=111.36993; a_2=1151.12904528; a_3=1414.21356237.

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} 111.36993 & 1414.21356237 \\ 1 & 1151.12904528 \end{vmatrix}>0;a_i>0(i=0,3).$$

Следовательно, система устойчива.

3. *Разомкнутой системы с запаздыванием в управлении.*

Составим характеристическое уравнение:

$$Разложим: \quad e^{-s\tau}=1-s\tau+\frac{s^2\tau^2}{2!}+\frac{s^3\tau^3}{3!}+\ldots,$$

p^3+111p^2+1110p+1000=-e $^{-\tau p}$.

Отбросим компоненты со степенью больше 3-ей. Получим:

$$p^3+111p^2+1110p\_1000=-1+\tau p-\frac{p^2\tau^2}{2!}+\frac{p^3\tau^3}{3!},\tau=0,5$$

Сгруппируем члены с одинаковыми степенями и выразим линейную часть через нелинейную: p=(-0.9791667p^2-111.125p^2-1001)/1109.5.

Решение будем искать итерационным методом.

$$p_{n=1}=\frac{1}{11095}(-1001-111.125\,p_n^2-0.9791667\,p_n^3)$$

Возьмем $p_0=0$.

Тогда получим p_i=-1.0018493. Получили один корень. Для того, чтобы найти остальные корни, воспользуемся теоремой о представлении полинома *n-ой* степени в виде произведения:

$$P_n(p)=(p-p_1)P_{n-1}(p).$$

$$P_{n-1}(p)=(p-p_2)...(p-p_n)$$

Откуда получим $P_{n-1}(p)=P_n(p)/(p-p_1)$.

Тогда для нашего уравнения имеем:

$$(p^3+111p^2+1110p+1000)/(p+1.0018493)=p^2+109.99816p+999.7985.$$

Решив квадратное уравнение, получим: p_2=-9.99797, p_3=-100.00019.

Так как все три корня вещественны и отрицательны, то такая система устойчива.

Вывод

В многомерных линейных системах подобного рассмотренным вида упрощенный регулятор может быть использован для управления с удовлетворительной точностью.

Проверена устойчивость разомкнутой и замкнутой систем управления с помощью критерия Гурвица. Показано, что

а) разомкнутая система без управления устойчива;

б) замкнутая система без запаздывания в управлении устойчива;

в) разомкнутая система с запаздыванием в управлении устойчива.

Проверена устойчивость системы с помощью критерия Найквиста.

Список использованных литературы

1. Барабанов, А.Е. Оптимальное управление линейным объектом со стационарными помехами и квадратичным критерием качества. – М., 2009.
2. Ройтенберг, Я.Н. Автоматическое управление. – М.: Наука. 2008.
3. Цыкунов, А.М. Адаптивное управление объектами с последействием. – М.: Наука. 2014.
4. Шаршеналиев Ж.Ш., Маматов, А. Методы управления динамическими системами с разнотемповыми движениями. – Бишкек: Илим. 2013.
5. Шаршеналиев Ж.Ш. Оптимизация систем с разделяемыми движениями и ограниченными ресурсами. – Фрунзе: Илим. 2000.
6. Veremey E. I., Korovkin M. V Design of non-static controllers for plasma stabilization // Proc. of Intern. Conf. “Physics and Control”. St. Petersburg, 2003. – P. 1035-1042.