

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра высшей математики

Л.Г. Лелевкина

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
ПО МЕТОДАМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ
НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ**

Издательство Кыргызско-Российского
Славянского университета

Бишкек 2005

УДК 517
Л 33

Лелевкина Л.Г.

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ПО МЕТОДАМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ. – Бишкек: Изд-во КРСУ, 2005 г. – 39 с.

Методическое пособие содержит систематизированные виды различных неопределенных интегралов и стандартные методы их решения, представленные в виде наглядной и удобной для использования таблицы. Такая систематизация методически целесообразна, т.к. направлена на более углубленное усвоение материала и отработку техники интегрирования.

В пособие включены индивидуальные задания, содержащие 10 вариантов по 10 неопределенных интегралов в каждом. Форма и методика составления заданий предполагает их использование для компьютерного тестирования.

Методическое пособие предназначено для студентов 1-го курса по направлениям образования: ЕТФ, ФМО, экономического факультета, Факультета архитектуры, дизайна и строительства, а также студентам Факультета заочного обучения.

Рекомендовано к печати
кафедрой высшей математики и РИСО КРСУ

Рецензент:
докт. физ.-матем. наук *А. Керимбеков*

ТАБЛИЦА ОСНОВНЫХ ИНТЕГРАЛОВ

1. $\int dx = x + C$

2. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$

3. $\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C \quad (x \neq 0)$

4. $\int \sin kx dx = -\frac{1}{k} \cos kx + C$

5. $\int \cos kx dx = \frac{1}{k} \sin kx + C$

6. $\int \operatorname{tg} kx dx = -\frac{1}{k} \ln |\cos kx| + C \quad \left(x \neq \frac{\pi}{2k} + \frac{\pi n}{k}\right)$

7. $\int \operatorname{ctg} kx dx = \frac{1}{k} \ln |\sin kx| + C \quad \left(x \neq \frac{\pi n}{k}\right)$

8. $\int \frac{1}{\cos^2 kx} dx = \frac{1}{k} \operatorname{tg} kx + C \quad \left(x \neq \frac{\pi}{2k} + \frac{\pi n}{k}\right)$

9. $\int \frac{1}{\sin^2 kx} dx = -\frac{1}{k} \operatorname{ctg} kx + C \quad \left(x \neq \frac{\pi n}{k}\right)$

10. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a \neq 1, a > 0)$

11. $\int e^{kx} dx = \frac{1}{k} e^{kx} + C$

12. $\int \operatorname{sh} kx dx = \frac{1}{k} \operatorname{ch} kx + C$

13. $\int \operatorname{ch} kx dx = \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx + C$

14. $\int \operatorname{th} kx dx = \frac{1}{k} \ln |\operatorname{ch} kx| + C$

15. $\int \operatorname{cth} kx dx = \frac{1}{k} \ln |\operatorname{sh} kx| + C$

$$16. \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \begin{cases} \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C \\ -\frac{1}{a} \operatorname{arccotg} \frac{x}{a} + C \end{cases}$$

$$17. \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C \quad (x \neq \pm a)$$

$$18. \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C \quad (x \neq \pm a)$$

$$19. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \begin{cases} \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C \\ -\operatorname{arccos} \frac{x}{a} + C \end{cases} \quad (-a < x < a)$$

$$20. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2} \right| + C$$

$$21. \int \frac{1}{ch^2 kx} dx = \frac{1}{k} thkx + C$$

$$22. \int \frac{1}{sh^2 kx} dx = -\frac{1}{k} cthkx + C \quad (x \neq 0)$$

$$23. \int \frac{1}{\cos x} dx = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C \quad \left(x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n \right)$$

$$24. \int \frac{1}{\sin x} dx = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C \quad (x \neq \pi n)$$

**ТАБЛИЦА ВИДОВ ИНТЕГРАЛОВ
И МЕТОДОВ ИНТЕГРИРОВАНИЯ**

	ВИД ИНТЕГРАЛА	МЕТОД ИНТЕГРИРОВАНИЯ
1	$\int F(f(x))f'(x)dx$	Подстановка $f(x) = t$
2	$\int U(x)V'(x)dx = \int UdV$	<p>Интегрирование по частям по формуле</p> $\int UdV = UV - \int VdU$ <p>Интегрирование по частям применяется к интегралам вида $\int P(x)f(x)dx$, где $P(x)$ – многочлен любой степени (в частности степенная функция x^n), а $f(x)$ – одна из следующих функций: e^{ax}, $\cos ax$, $\sin ax$, $\ln x$, $\arctg x$, $\arcsin x$</p> <p>а также к интегралам вида:</p> $\int a^{kx} \sin bxdx, \int a^{kx} \cos bxdx,$ $\int e^{kx} \sin bxdx, \int e^{kx} \cos bxdx,$
3	$\int \frac{Mx + N}{x^2 + px + q} dx$ $p^2 - 4q < 0$	<p>Выделение полного квадрата</p> $x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2} + \left(q - \frac{p^2}{4} \right)^{1/2} \right)^2$ <p>Затем подстановка</p> $x + \frac{p}{2} = t, \sqrt{q - \frac{p^2}{4}} = a$
4	$I_n = \int \frac{dx}{(x^2 + 1)^n}$	<p>Рекуррентная формула</p> $I_n = \frac{2n-3}{2n-2} I_{n-1} + \frac{x}{2(n-1)(x^2 + 1)^{n-1}}$
5	$\int \frac{Mx + N}{(x^2 + px + q)^2} dx$ $p^2 - 4q < 0$	То же, что и в интеграле вида 3, после чего получается интеграл вида 4
6	$\int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx,$ <p>$P_m(x)$ – многочлен степени m</p> <p>$Q_n(x)$ – многочлен степени n</p>	<p>При $m \geq n$ – выделение целой части</p> $\frac{P_m(x)}{Q_n(x)} = L(x) + \frac{R_k(x)}{Q_n(x)}, \quad k < n$ <p>Разложение знаменателя $Q_n(x)$ на множители вида:</p> $(ax + b)^r \text{ и } (x^2 + px + q)^s,$

		<p>а затем разложение правильной дроби $\frac{R_k(x)}{Q_n(x)}$ на простейшие дроби четырех типов:</p> <p>1. $\frac{A}{(ax+b)}$ 2. $\frac{B}{(ax+b)^r}$</p> <p>3. $\frac{Mx+N}{x^2+px+q}$ 4. $\frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^2}$</p>
7	$\int R(\sin x, \cos x) dx$	<p>Универсальная подстановка</p> $tg \frac{x}{2} = t,$ <p>применение которой рационализирует интеграл, приводя его к виду:</p> $\int R\left(\frac{2t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2}\right) \frac{2dt}{1+t^2}$ <p>Частные случаи:</p> <ol style="list-style-type: none"> Если $R(-\sin x, \cos x) = -R(\sin x, \cos x)$, то подстановка $\cos x = t$ Если $R(\sin x, -\cos x) = -R(\sin x, \cos x)$, то подстановка $\sin x = t$ Если $R(-\sin x, -\cos x) = R(\sin x, \cos x)$, то подстановка $tg x = t$
8	<p>Интегралы произведения синусов и косинусов:</p> $\int \sin \alpha x \cos \beta x dx$ $\int \sin \alpha x \sin \beta x dx$ $\int \cos \alpha x \cos \beta x dx$	<p>Разложение подынтегральной функции по формуле:</p> $\sin \alpha x \cos \beta x = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta)x + \sin(\alpha + \beta)x]$ $\sin \alpha x \sin \beta x = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta)x - \cos(\alpha + \beta)x]$ $\cos \alpha x \cos \beta x = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta)x + \cos(\alpha + \beta)x]$

9	$\int \sin^m x \cos^n x dx$	При $m = 2k + 1$ – нечетном, положительном, подстановка $\cos x = t$ При $n = 2k + 1$ – нечетном положительном, подстановка $\sin x = t$
10	$\int \sin^m x \cos^n x dx$	При $m + n = 2k$ – четном, отрицательном, подстановка $t \operatorname{tg} x = t$
11	$\int \sin^m x \cos^n x dx$	При $m = 2k$ и $n = 2k$ – четных неотрицательных, применяются формулы половинного аргумента: $1 - \cos 2x = 2 \sin^2 x$ $1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x$
12	$\int R\left(x, \sqrt[n]{x^m}, \dots, \sqrt[s]{x^r}\right) dx$	Подстановка $x = t^k$, где k – наименьшее общее кратное чисел n, \dots, s приводит интеграл к виду: $\int R(t) dt$, т.е. рационализирует его
13	$\int R \left[x, \sqrt[n]{\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^m}, \dots, \sqrt[s]{\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^p} \right] dx$	Подстановка $\frac{ax+b}{cx+d} = t^k$, где k – наименьшее общее кратное чисел n, \dots, s
14	$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$	Выделение полного квадрата под радикалом $ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right) \right]$, а затем подстановка: $x + \frac{b}{2a} = t$ и замена: $\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} = \pm m^2$
15	$\int \frac{dx}{x\sqrt{ax^2 + bx + c}}$	Обратная подстановка $x = \frac{1}{t}$, приводящая к интегралу вида 14
16	$\int R(x, \sqrt{a^2 - x^2}) dx$	Сведение к интегралам вида 7 подстановкой: $x = a \sin t$ (или $x = a \cos t$)

	$\int R(x, \sqrt{a^2 + x^2}) dx$ $\int R(x, \sqrt{x^2 - a^2}) dx$	$x = atgt \quad (\text{или } x = actgt)$ $x = \frac{a}{\cos t} \quad (\text{или } x = \frac{a}{\sin t})$
17	$\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$	<p>Выделение полного квадрата под радикалом, как в интеграле 14 и сведение подстановкой $x + \frac{b}{2a} = t$ к интегралу вида 16</p>

БИЛЕТ №1

1. Найти интеграл

$$\int \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} + 3x^2 - \sqrt[4]{x^3} \right) dx$$

Ответы:

1. $2\sqrt[3]{x^2} + \frac{x^3}{3} - \frac{4}{7}\sqrt[4]{x^7} + C$

2. $3\sqrt[3]{x^2} + x^3 - \frac{4}{7}\sqrt[4]{x^7} + C$

3. $3\sqrt[3]{x^2} - x^3 - 4\sqrt[4]{x^7} + C$

4. $3\sqrt[3]{x^2} - x^3 - 4\sqrt[4]{x^7} + C$

2. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x(2-2\ln x)}$$

Ответы:

1. $-\frac{1}{2} \ln |2-2\ln x| + C$

2. $\frac{1}{2} \ln |2-2\ln x| + C$

3. $\frac{1}{2} \ln |2-2\ln x| + C$

4. $\frac{2}{(\ln |2-2\ln x|)^2} + C$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{x dx}{\cos^2 x^2}$$

Ответы:

1. $\frac{1}{2} \operatorname{tg} x + C$

2. $\frac{1}{2} \operatorname{tg} x^2 + C$

3. $\operatorname{tg}^2 x + C$

4. $-\frac{1}{2 \cos x^2} + C$

4. Найти интеграл

$$\int \frac{x^2 dx}{x+2}$$

Ответы:

1. $\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x+2} + C$

2. $\frac{x-2}{2} + \ln |x+2| + C$

3. $\frac{(x-2)^2}{2} - 4 \ln |x| + \frac{1}{x} + C$

4. $\frac{(x-2)^2}{2} + 4 \ln |x+2| + C$

5. Найти интеграл

$$\int 2^{\sin 3x} \cos 3x dx$$

ОТВЕТЫ:

1. $\frac{1}{\sin 3x + 1} 2^{\sin 3x + 1} + C$

2. $\frac{1}{2} 2^{\sin 3x} + C$

3. $\frac{1}{3 \ln 2} 2^{\sin 3x} + C$

4. $\frac{1}{\ln 2} 2^{\sin 3x} + C$

6. Найти интеграл

$$\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{2 - e^{4x}}}$$

ОТВЕТЫ:

1. $\arcsin \frac{e^{2x}}{2} + C$

2. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{2} - e^{2x}}{\sqrt{2} + e^{2x}} \right| + C$

3. $\frac{1}{2} \arcsin \frac{e^{2x}}{\sqrt{2}} + C$

4. $\arcsin \frac{e^{2x}}{\sqrt{2}} + C$

7. Найти интеграл

$$\int \frac{x^3 dx}{2 - x^8}$$

Ответы:

$$1. \frac{1}{8\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\sqrt{2} + x^4}{\sqrt{2} - x^4} \right| + C$$

$$2. \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x^4}{\sqrt{2}} + C$$

$$3. \frac{1}{8\sqrt{2}} \ln \left| \frac{x^4 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + x^4} \right| + C$$

$$4. \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x^4 + C$$

8. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{2x^2 + x + 1}$$

Ответы:

$$1. \frac{2}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{\sqrt{7}} + C$$

$$2. \frac{1}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{2} + C$$

$$3. \frac{1}{2\sqrt{7}} \ln \left| \frac{4x+1}{4x-1} \right| + C$$

$$4. \frac{1}{\sqrt{7}} \ln \left| \frac{4x-1}{4x+1} \right| + C$$

9. Найти интеграл

$$\int \sin^3 2x dx$$

Ответы:

$$1. \cos 2x - \frac{\cos^3 2x}{3} + C$$

$$2. -\frac{\cos 2x}{2} + \frac{\cos^3 2x}{6} + C$$

$$3. \frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos^3 2x}{3} + C$$

$$4. \cos 2x + \frac{1}{x} + \frac{\cos^3 2x}{2} + C$$

10. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x \sqrt[3]{(2-2\ln x)^2}}$$

Ответы:

$$1. (2-2\ln x)^{\frac{1}{3}} + C$$

$$2. \frac{3}{2} (2-2\ln x)^{\frac{1}{3}} + C$$

$$3. \arcsin(\ln x) + C$$

$$4. -\frac{3}{2} (2-2\ln x)^{\frac{1}{3}} + C$$

БИЛЕТ №2

1. Найти интеграл

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + x^2 + 4 \right) dx$$

ОТВЕТЫ:

1. $x^3 + \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^{-4}} + 4x + C$

2. $\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2\sqrt[3]{x^2}} + 4x + C$

3. $\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^{-4}} + 4x + C$

4. $\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + 4x + C$

2. Найти интеграл

$$\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

ОТВЕТЫ:

1. $\cos(\ln x) + C$

2. $\ln(\ln \sin x) + C$

3. $\sin(\ln x) + C$

4. $-\cos(\ln x) + C$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{x^3}{2-4x^4} dx$$

ОТВЕТЫ:

1. $-\frac{1}{16} \ln |2-4x^4| + C$

2. $-\frac{1}{2} \ln |2-4x^4| + C$

3. $\arcsin \frac{2x^2}{\sqrt{2}} + C$

4. $-\cos \ln \left| \frac{\sqrt{2}-2x^2}{\sqrt{2}+2x^2} \right| + C$

4. Найти интеграл

$$\int \frac{e^x dx}{x^2}$$

Ответы:

1. $-e^x + C$

2. $\frac{3e^x}{x^3} + C$

3. $\frac{1}{e^x} + C$

4. $\frac{e^x}{3} + C$

5. Найти интеграл

$$\int \frac{\sin 3x dx}{\sqrt{16 + \cos^2 3x}}$$

Ответы:

1. $\frac{1}{12} \operatorname{arctg} \frac{\cos 3x}{4} + C$

2. $\arcsin \frac{\cos 3x}{4} + C$

3. $-\frac{1}{3} \ln |\cos 3x + \sqrt{16 + \cos^2 3x}| + C$

4. $\frac{2}{3} \sqrt{16 + \cos^2 3x} + C$

6. Найти интеграл

$$\int x^2 \sqrt[4]{3 - 2x^3} dx$$

Ответы:

1. $-2\sqrt[4]{(3 - 2x^3)^5} + C$

2. $-\frac{2}{15} \sqrt[4]{(3 - 2x^3)^5} + C$

3. $-\frac{1}{6\sqrt[4]{(3 - 2x^3)^3}} + C$

4. $\frac{x^3}{3} \sqrt[4]{3 - 2x^3} + C$

7. Найти интеграл

$$\int \frac{\cos 2x dx}{3 + \sin^2 2x}$$

ОТВЕТЫ:

1. $\frac{1}{2} \ln |3 + \sin^2 2x| + C$

2. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sin 2x}{\sqrt{3}} + C$

3. $\frac{1}{2\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{\sin 2x}{\sqrt{3}} + C$

4. $\frac{1}{2} \operatorname{ctg} 3x + C$

8. Найти интеграл

$$\int \frac{x^2}{x-1} dx$$

ОТВЕТЫ:

1. $x + x^2 + \ln |x-1| + C$

2. $\frac{x^2}{2} - x + C$

3. $\frac{x^2}{2} + x + \ln |x-1| + C$

4. $x^2 - x + \ln |x-1| + C$

9. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2+2x-x^2}}$$

ОТВЕТЫ:

$$1. \ln |x-1+\sqrt{2+2x-x^2}|+C$$

$$2. \arcsin \frac{x-1}{\sqrt{3}}+C$$

$$3. \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{\sqrt{3}+x-1}{\sqrt{3}-x+1} \right|+C$$

$$4. \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x-1}{\sqrt{3}}+C$$

10. Найти интеграл

$$\int \operatorname{tg}^3 x dx$$

ОТВЕТЫ:

$$1. \frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x + C$$

$$2. \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{3 \cos^3 x} + C$$

$$3. \frac{1}{\sin^2 x} + \ln |\sin x| + C$$

$$4. \frac{1}{2 \cos^2 x} + \ln |\cos x| + C$$

БИЛЕТ №3

1. Найти интеграл

$$\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x-1} \right) dx$$

ОТВЕТЫ:

$$1. \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{4}{3} \sqrt{x^4} + C$$

$$2. \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} + 2\sqrt{x} - \ln |x-1| + C$$

$$3. -\frac{4}{3} \sqrt[3]{x^4} - 2\sqrt{x} + \frac{1}{(x-1)^2} + C$$

$$4. -\frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} + 2\sqrt{x} + \ln |x-1| + C$$

2. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{3-\ln^2 x}}$$

Ответы:

1. $\frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin \frac{\ln x}{3} + C$

2. $\arcsin \frac{\ln x}{\sqrt{3}} + C$

3. $\ln \left| x - \sqrt{3 - \ln^2 x} \right| + C$

4. $\ln \left| 3 - \sqrt{3 - \ln^2 x} \right| + C$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{x^3}{1-x} dx$$

Ответы:

1. $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x - \ln |1-x| + C$

2. $x^3 - \frac{x^2}{2} + \ln |1-x| + C$

3. $x^3 + \frac{x^2}{2} - \ln |1-x| + C$

4. $-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x - \ln |1-x| + C$

4. Найти интеграл

$$\int x^2 7^{x^3} dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{x^3+1} 7^{x^3+1} + C$

2. $\frac{1}{\ln 7} 7^{x^3} + C$

3. $\frac{1}{3 \ln 7} 7^{x^3} + C$

4. $\frac{1}{3} 7^{x^3} + C$

5. Найти интеграл

$$\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x + 1}}{\cos^2 x} dx$$

Ответы:

1. $\frac{3 \sqrt[3]{(\operatorname{tg} x + 1)^4}}{4} + C$

2. $\frac{4 \sqrt[3]{(\operatorname{tg} x + 1)^4}}{3} + C$

3. $\cos^{-1} x + C$

4. $\sqrt[3]{(\operatorname{tg} 2x + 1)^4} + C$

6. Найти интеграл

$$\int \frac{e^{2x}}{2 - 3e^{2x}} dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{3} \ln |2 - 3e^{2x}| + C$

2. $-\frac{1}{6} \ln |2 - 3e^{2x}| + C$

3. $\frac{1}{2} \ln |2 - 3e^{2x}| + C$

4. $\ln |2 - 3e^{2x}| + C$

7. Найти интеграл

$$\int \frac{\sin 2x}{\cos^2 2x - 3} dx$$

Ответы:

1. $-\frac{1}{4\sqrt{3}} \ln \left| \frac{\cos 2x - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \cos 2x} \right| + C$

2. $\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{\cos 2x}{\sqrt{3}} + C$

3. $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{\cos 2x}{3} + C$

4. $\frac{1}{\sqrt{3}} \ln \left| \frac{\sqrt{3} - \cos 2x}{\sqrt{3} + \cos 2x} \right| + C$

8. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x^2 + 3x + 1}$$

Ответы:

1. $\frac{1}{\sqrt{5}} \ln \left| \frac{2x + 3 - \sqrt{5}}{2x + 3 + \sqrt{5}} \right| + C$

2. $\frac{1}{\sqrt{5}} \ln \left| \frac{3 - 2x + \sqrt{5}}{2x - 3 + \sqrt{5}} \right| + C$

3. $\frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{2x + 3}{\sqrt{5}} + C$

4. $\operatorname{arctg} \frac{2x - 3}{\sqrt{5}} + C$

9. Найти интеграл

$$\int \frac{\sin \sqrt{1 - 2x}}{\sqrt{1 - 2x}} dx$$

Ответы:

1. $-\cos\sqrt{1-2x} + C$

2. $\frac{1}{2}\cos\sqrt{1-2x} + C$

3. $\cos\sqrt{1-2x} + C$

4. $\frac{\cos\sqrt{1-2x}}{\sqrt{1-2x}} + C$

10. Найти интеграл

$$\int \frac{\operatorname{ctg}^2 2x}{2} dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{2}\operatorname{ctg} 2x - x + C$

2. $-\frac{1}{2}\operatorname{ctg} x - x + C$

3. $-\frac{1}{4}\operatorname{ctg} 2x - \frac{x}{2} + C$

4. $-\frac{1}{4}\operatorname{ctg} x - x + C$

БИЛЕТ №4

1. Найти интеграл

$$\int \left(\sqrt{x^5} + \frac{2}{\sqrt{x}} + 3 \right) dx$$

Ответы:

1. $\frac{2}{7}\sqrt{x^7} + 4\sqrt{x} + 3x + C$

2. $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + 3x + C$

3. $\frac{2}{7}\sqrt{x^7} - \frac{2}{3\sqrt{x^3}} + 3 + C$

4. $\frac{2}{5}\sqrt{x^5} + 4\sqrt{x} + 3x + C$

2. Найти интеграл

$$\int \cos^2 2x dx$$

Ответы:

1. $x + \sin 4x + C$

2. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}\sin 4x + C$

3. $\frac{\cos^3 2x}{6} + C$

4. $\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}\sin 4x + C$

3. Найти интеграл

$$\int a^{2-3x^4} x^3 dx$$

Ответы:

1. $\frac{a^{2-3x^4}}{2-3x^4} + C$

2. $-\frac{a^{2-3x^4}}{2 \ln a} + C$

3. $-\frac{a^{2-3x^4}}{12 \ln a} + C$

4. $-\frac{a^{2-3x^4}}{12} \ln a + C$

4. Найти интеграл

$$\int \frac{3x}{5x^4 + 7} dx$$

Ответы:

1. $\frac{3}{2\sqrt{35}} \arctg \sqrt{\frac{5}{7}} x^2 + C$

2. $\frac{3}{5} \ln(5x^4 + 7) + C$

3. $\frac{3}{2\sqrt{7}} \arctg \frac{7}{5} x^2 + C$

4. $\ln \left| x + \sqrt{5x^4 + 7} \right| + C$

5. Найти интеграл

$$\int \frac{x+2}{x-1} dx$$

Ответы:

1. $x - \ln |x+2| + C$

2. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+2}{x-1} \right| + C$

3. $x + 3 \ln |x-1| + C$

4. $x + \ln |x-1| + C$

6. Найти интеграл

$$\int \frac{2x}{4-5x^2} dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{10} \ln |4-5x^2| + C$

2. $-\frac{1}{10} \ln |4-5x^2| + C$

3. $-\frac{1}{5} \ln |4-5x^2| + C$

4. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{2-\sqrt{5}x}{2+\sqrt{5}x} \right|$

7. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{3x^2 - x + 1}$$

Ответы:

1. $2 \arctg \frac{6x-1}{\sqrt{11}} + C$

2. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{6x-1}{6x+1} \right| + C$

$$3. \frac{2}{3} \operatorname{arctg} \frac{x - \frac{1}{6}}{\sqrt{11}} + C$$

$$4. \frac{2}{\sqrt{11}} \operatorname{arctg} \frac{6x - 1}{\sqrt{11}} + C$$

8. Найти интеграл

$$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

Ответы:

$$1. \cos \sqrt{x} + C$$

$$2. -2 \cos \sqrt{x} + C$$

$$3. 2\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + C$$

$$4. 2 \cos \sqrt{x} + C$$

9. Найти интеграл

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{2 - 8x^6}} dx$$

Ответы:

$$1. \frac{1}{3} \arcsin 4x^3 + C$$

$$2. \frac{1}{6\sqrt{2}} \arcsin 2x^3 + C$$

$$3. \frac{1}{2} \sqrt{2 - 8x^6} + C$$

$$4. \frac{1}{6\sqrt{2}} \operatorname{arctg} 2x^3 + C$$

10. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{2 - 3 \ln x}}$$

Ответы:

$$1. \arcsin \frac{\sqrt{3} \ln x}{\sqrt{2}} + C$$

$$2. \sqrt{2 - 3 \ln x} + C$$

$$3. -\frac{2}{3} \sqrt{2 - 3 \ln x} + C$$

$$4. -\frac{1}{2} \sqrt{(2 - 3 \ln x)^3} + C$$

БИЛЕТ №5

1. Найти интеграл

$$\int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{3}{1-x} \right) dx$$

Ответы:

1. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^{-2}} + \frac{2}{3x^3} + 3\ln|1-x| + C$

2. $\frac{4}{3}\sqrt[3]{x^4} + \frac{2}{x^3} - 3(1-x)^2 + C$

3. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^4} + \frac{2}{x} - 3\ln|1-x| + C$

4. $\frac{x^{\frac{10}{9}} - 2 + x^2}{x^2(1-x)} + C$

2. Найти интеграл

$$\int \frac{x^5}{7-2x^6} dx$$

Ответы:

$$1. -\frac{1}{12} \ln |7-2x^6| + C$$

$$3. -\frac{1}{5(7-2x^6)^5} + C$$

3. Найти интеграл

$$\int \sin x \sqrt[4]{1-\cos x} dx$$

Ответы:

$$1. \frac{1}{4} \sqrt{1-\cos x} + C$$

$$3. \frac{4}{5} \sqrt[4]{(1-\cos x)^5} + C$$

$$2. -\ln |7-2x^6| + C$$

$$4. \frac{(7-2x^6)^2}{2} + C$$

$$2. \cos x - \frac{4}{5} \sqrt[4]{\cos^5 x} + C$$

$$4. -\frac{4}{3 \sqrt[4]{1-\cos^3 x}} + C$$

4. Найти интеграл

$$\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$$

Ответы:

$$1. \ln(2+\sin^2 x) + C$$

$$3. \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{\sin x}{\sqrt{2}} + C$$

$$2. \operatorname{arctg}(\sin x) + C$$

$$4. \arcsin \frac{\sin x}{\sqrt{2}} + C$$

5. Найти интеграл

$$\int \frac{x}{3-2x} dx$$

Ответы:

$$1. \frac{1}{3} \ln |3-2x| + C$$

$$3. -\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \ln |3-2x| + C$$

$$2. x + \frac{3}{4} \ln |3-2x| + C$$

$$4. \frac{x}{2} + \frac{1}{3}x^2 + \ln |x| + C$$

6. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x^2-2x+2}$$

ОТВЕТЫ:

1. $\arcsin(x-1) + C$

2. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x} \right| + C$

3. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x-1}{2} + C$

4. $\operatorname{arctg}(x-1) + C$

7. Найти интеграл

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{2+x^8}} dx$$

ОТВЕТЫ:

1. $\frac{1}{4} \ln \left| x^4 + \sqrt{2+x^8} \right| + C$

2. $\frac{1}{4} \arcsin \frac{x^4}{\sqrt{2}} + C$

3. $\frac{1}{4\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x^4}{\sqrt{2}} + C$

4. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x^4 - \sqrt{2}}{x^4 + \sqrt{2}} \right| + C$

8. Найти интеграл

$$\int \sin 3x \cos 2x dx$$

ОТВЕТЫ:

1. $-\frac{1}{10} \cos 5x - \frac{1}{2} \cos x + C$

2. $\frac{1}{6} \cos 3x \sin 2x + C$

3. $\frac{1}{2} \cos 5x + \frac{1}{2} \cos x + C$

4. $\frac{1}{10} \cos 5x + \frac{1}{2} \sin x + C$

9. Найти интеграл

$$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{4-e^{4x}}} dx$$

ОТВЕТЫ:

1. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^{2x}}{2} + C$

2. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{2} + C$

$$3. \frac{1}{2} \arcsin \frac{e^{2x}}{2} + C$$

$$4. \ln \left| e^{2x} + \sqrt{4 - e^{2x}} \right| + C$$

10. Найти интеграл

$$\int (x-1)2^{x^2-2x} dx$$

Ответы:

$$1. \frac{1}{2} 2^{x^2-2x} + C$$

$$2. \frac{1}{2 \ln 2} 2^{x^2-2x} + C$$

$$3. 2^{x^2-2x} + C$$

$$4. \frac{1}{x^2-2x+1} 2^{x^2-2x+1} + C$$

БИЛЕТ №6

1. Найти интеграл

$$\int \frac{\sqrt[3]{x} + x^{\frac{5}{6}} - 3x}{x^2} dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{2}\sqrt{x} - 6\sqrt[6]{x} - 3\ln|x| + C$

2. $2\sqrt[6]{x} - \ln|x|^3 + C$

3. $2\sqrt{x} - 6\sqrt[6]{\frac{1}{x}} - 3\ln|x| + C$

4. $\frac{1}{2}\sqrt{x} - \sqrt[6]{x} - \ln|x| + C$

2. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{10 - \ln^2 x}}$$

Ответы:

1. $\arcsin \ln x + C$

2. $\arcsin \frac{\ln x}{\sqrt{10}} + C$

3. $\ln \left| \ln x - \sqrt{10 - \ln^2 x} \right| + C$

4. $2\sqrt{10 - \ln^2 x} + C$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{x dx}{x^4 + 4}$$

Ответы:

1. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x^2}{2} + C$

2. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$

3. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C$

4. $\frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x^2}{2} + C$

4. Найти интеграл

$$\int 5^x 3^{2x} dx$$

Ответы:

$$1. \frac{1}{\ln 3} 5^x 3^{2x} + C$$

$$2. \frac{1}{\ln 5} 5^x 3^{2x} + C$$

$$3. \frac{1}{\ln 45} 45^x + C$$

$$4. \frac{1}{x+1} 45^{x+1} + C$$

5. Найти интеграл

$$\int \frac{e^{5x}}{3+e^{5x}} dx$$

Ответы:

$$1. \frac{1}{3} \ln(e^{5x} + 3) + C$$

$$2. \frac{1}{5} \ln |e^{5x} + 3| + C$$

$$3. \ln(e^{5x} + 3) + C$$

$$4. \frac{1}{5\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{e^{5x}}{\sqrt{3}} + C$$

6. Найти интеграл

$$\int \operatorname{tg}^2 3x dx$$

Ответы:

$$1. \frac{1}{3} \operatorname{tg} 3x - x + C$$

$$2. -\frac{1}{3} \operatorname{tg} 3x - x + C$$

$$3. -\frac{1}{3} \operatorname{tg} 3x + x + C$$

$$4. \frac{1}{9} \operatorname{tg}^3 3x + C$$

7. Найти интеграл

$$\int \frac{2x^2 + 1}{x+1} dx$$

Ответы:

$$1. x^2 + 2x + 3 \ln |x+1| + C$$

$$2. x^2 - 2x + 3 \ln |x+1| + C$$

$$3. -x^2 + 2x + 3 \ln |x+1| + C$$

$$4. -x^2 - 2x - 3 \ln |x+1| + C$$

8. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 8x + 32}}$$

Ответы:

1. $\ln \left| (x+4) - \sqrt{x^2 + 8x + 32} \right| + C$

2. $\arcsin \frac{x+4}{2} + C$

3. $\ln \left| (x+4) + \sqrt{x^2 + 8x + 32} \right| + C$

4. $\operatorname{arctg} \frac{x+4}{4} + C$

9. Найти интеграл

$$\int \frac{3^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{\ln 3} 3^{\operatorname{arctg} x} + C$

2. $3^{\operatorname{arctg} x} + C$

3. $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} x + C$

4. $\frac{1}{\operatorname{arctg} x + 1} 3^{\operatorname{arctg} x + 1} + C$

10. Найти интеграл

$$\int e^x \cos e^x dx$$

Ответы:

1. $-\sin e^x + C$

2. $e^x + e^x \cos e^x + C$

3. $\sin e^x + C$

4. $e^x - e^x \sin e^x + C$

БИЛЕТ №7

1. Найти интеграл

$$\int \left(x^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx$$

Ответы:

1. $\frac{x^5}{5} + \frac{4}{3}x \sqrt[3]{x^2} + 3 \sqrt[3]{x} + C$

2. $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{4}\sqrt[3]{x^7} + C$

3. $\frac{x^5}{5} + \frac{3}{4}x^2 \sqrt[3]{x^2} + 3 \sqrt[3]{x} + C$

4. $\frac{1}{3} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} \right)^3 + C$

2. Найти интеграл

$$\int (3^{2x})^3 dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{\ln 3} 3^{2x} + C$

2. $\frac{1}{6} 3^{6x} + C$

$$3. \frac{1}{8} 3^{8x+1} + C$$

$$4. \frac{1}{6 \ln 3} 3^{6x} + C$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{x+2}{x-3} dx$$

Ответы:

$$1. \frac{x^2}{2} + 5 \ln |x-3| + C$$

$$2. x + 5 \ln |x-3| + C$$

$$3. x - 5 \ln |x-3| + C$$

$$4. \frac{(x+2)^2}{2} + \ln |x-3| + C$$

4. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{9x^2 + 4}$$

Ответы:

$$1. \frac{1}{6} \ln \left| \frac{3x+2}{3x-2} \right| + C$$

$$2. \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{3x}{2} + C$$

$$3. \frac{1}{3} \operatorname{arctg} 3x + C$$

$$4. \frac{1}{6} \operatorname{arctg} \frac{3x}{2} + C$$

5. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{\operatorname{tg} x - 1}}$$

Ответы:

$$1. 2\sqrt{\operatorname{tg} x - 1} + C$$

$$2. \frac{1}{\cos x} + C$$

$$3. \frac{1}{2} \sqrt{\operatorname{tg} x - 1} + C$$

$$4. \ln |\sqrt{\operatorname{tg} x - 1}| + C$$

6. Найти интеграл

$$\int \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{2} \ln |\cos \sqrt{x}| + C$

2. $-\frac{1}{\cos^2 \sqrt{x}} + C$

3. $-2 \ln |\cos \sqrt{x}| + C$

4. $\frac{\operatorname{tg}^2 \sqrt{x}}{2} + C$

7. Найти интеграл

$$\int \frac{\cos 2x}{2 + 3 \sin 2x} dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{3} \ln |2 + 3 \sin 2x| + C$

2. $\frac{1}{6} \ln |2 + 3 \sin 2x| + C$

3. $\frac{1}{2} \ln |2 + 3 \sin 2x| + C$

4. $-\frac{1}{2(2 + 3 \sin 2x)} + C$

8. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 1}$$

Ответы:

1. $\frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x+2+\sqrt{3}}{x+2-\sqrt{3}} \right| + C$

2. $\frac{1}{2\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{\sqrt{3}} + C$

3. $\frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x+2-\sqrt{3}}{x+2+\sqrt{3}} \right| + C$

4. $\frac{1}{\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x+2+\sqrt{3}}{x+2-\sqrt{3}} \right| + C$

9. Найти интеграл

$$\int \sin^3 5x dx$$

Ответы:

1. $-\frac{1}{5} \cos 5x + \frac{1}{15} \cos^3 5x + C$

2. $\frac{1}{20} \sin^4 5x + C$

$$3. \frac{1}{5} \cos 5x - \frac{1}{15} \cos^3 5x + C$$

$$4. -\frac{1}{4} \sin^4 5x + C$$

10. Найти интеграл

$$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{4+e^{2x}}}$$

Ответы:

$$1. \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{2} + C$$

$$2. \ln |e^x + \sqrt{4+e^{2x}}| + C$$

$$3. 2\sqrt{4+e^{2x}} + C$$

$$4. \frac{1}{2} \arcsin \frac{e^x}{2} + C$$

БИЛЕТ №8

1. Найти интеграл

$$\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^2 dx$$

ОТВЕТЫ:

1. $x + \frac{7}{12} \sqrt[6]{x^7} + 3\sqrt[3]{x} + C$

2. $\frac{x^2}{2} - \frac{12}{7} \sqrt[6]{x^7} + \sqrt[3]{x} + C$

3. $\frac{x^2}{2} + \frac{7}{12} \sqrt[6]{x^7} - 3\sqrt[3]{x} + C$

4. $\frac{x^2}{2} + \frac{12}{7} \sqrt[6]{x^7} + 3\sqrt[3]{x} + C$

2. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{15 - \ln^2 x}}$$

ОТВЕТЫ:

1. $\arcsin \frac{\ln x}{\sqrt{15}} + C$

2. $\frac{1}{15} \arcsin \frac{\ln x}{15} + C$

3. $\ln \left| \arcsin \frac{x}{\sqrt{15}} \right| + C$

4. $\ln | \ln x - \sqrt{15 - \ln^2 x} | + C$

3. Найти интеграл

$$\int x^2 \sqrt[3]{x^3 + 8} dx$$

ОТВЕТЫ:

1. $\frac{1}{4} \sqrt[3]{(x^3 + 8)^4} + C$

2. $4 \sqrt[3]{(x^3 + 8)^4} + C$

3. $\sqrt[3]{(x^3 + 8)^4} + C$

4. $\frac{1}{\sqrt[3]{(x^3 + 8)^4}} + C$

4. Найти интеграл

$$\int \frac{\sin x}{5 + 7 \cos x} dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{(5 + 7 \cos x)^2} + C$

2. $-\frac{1}{7} \ln |5 + 7 \cos x| + C$

3. $\frac{1}{7} \ln |5 + \sin x| + C$

4. $\ln |5 + 7 \cos x| + C$

5. Найти интеграл

$$\int \frac{e^{ctgx}}{\sin^2 x} dx$$

Ответы:

1. $e^{ctgx} + C$

2. $\frac{e^{ctgx}}{\sin x} + C$

3. $e^{-ctgx} + C$

4. $-e^{ctgx} + C$

6. Найти интеграл

$$\int \sin^2 2x dx$$

Ответы:

1. $\frac{\sin^3 2x}{3} + C$

2. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{8} \sin 4x + C$

3. $\frac{1}{6} \cos^3 2x + C$

4. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{8} \sin 4x + C$

7. Найти интеграл

$$\int \frac{3dx}{6 + 13x^2}$$

Ответы:

1. $-\frac{3}{\sqrt{13}\sqrt{6}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{13x^2}{6}} + C$

2. $\frac{1}{\sqrt{6}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{13x}}{6} + C$

3. $\frac{3}{\sqrt{78}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{13x}}{\sqrt{6}} + C$

4. $\frac{1}{\sqrt{13}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{13x}}{\sqrt{6}} + C$

8. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x^2 + 10x + 21}$$

Ответы:

1. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-3}{x-7} \right| + C$

2. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+3}{x+7} \right| + C$

3. $\frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x+5}{4} + C$

4. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+5}{2} + C$

9. Найти интеграл

$$\int \cos(ax + b) dx$$

Ответы:

1. $\frac{\sin(ax + b)}{a} + C$

2. $\frac{1}{2} \cos^2(ax + b) + C$

3. $\frac{1}{a} \cos^2(ax + b) + C$

4. $-\frac{1}{a} \sin(ax + b) + C$

10. Найти интеграл

$$\int \operatorname{tg}(2x - 3) dx$$

Ответы:

1. $\frac{\operatorname{tg}^2(2x - 3)}{2} + C$

2. $\frac{1}{2} \ln |\cos(2x - 3)| + C$

3. $\frac{1}{2} \ln \left| \cos \frac{2x-3}{2} \right| + C$

4. $-\frac{1}{2} \ln |\cos(2x - 3)| + C$

БИЛЕТ №9

1. Найти интеграл

$$\int \frac{\sqrt[3]{x} - 2\sqrt[5]{x^2} - 1}{\sqrt{x}} dx$$

ОТВЕТЫ:

$$1. -\frac{6}{5} \sqrt[6]{x^5} + \frac{20}{9} \sqrt[10]{x^9} + 2\sqrt{x} + C$$

$$2. \frac{6}{5} \sqrt[6]{x^5} - \frac{20}{9} \sqrt[10]{x^9} - 2\sqrt{x} + C$$

$$3. \frac{5}{6} \sqrt[5]{x^6} + \frac{9}{20} \sqrt[9]{x^{10}} - 2\sqrt{x} + C$$

$$4. \frac{5}{6} \sqrt[5]{x^6} - \frac{9}{20} \sqrt[9]{x^{10}} + 2\sqrt{x} + C$$

2. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{x \sin^2 \ln x}$$

ОТВЕТЫ:

1. $\ln \sin x + C$

3. $\ln \operatorname{ctgx} + C$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^2 x}$$

ОТВЕТЫ:

1. $-\operatorname{ctgx} + 2\operatorname{tgx} + \frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x + C$

3. $\operatorname{tgx} + \operatorname{ctg}^2 x - \frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x + C$

2. $-\operatorname{ctg} \ln x + C$

4. $-\frac{1}{\sin \ln x} + C$

2. $\frac{1}{\cos x} + \frac{2}{\sin x} - \frac{1}{3}\operatorname{ctg}^3 x + C$

4. $\operatorname{tgx} - 2\operatorname{ctgx} - \frac{1}{3}\operatorname{ctg}^3 x + C$

4. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\sqrt{-5x - x^2}}$$

ОТВЕТЫ:

1. $\arcsin \frac{2x+5}{5} + C$

3. $\arccos \frac{2,5}{x+2,5} + C$

2. $\frac{2}{5} \arcsin \frac{x+2,5}{2,5} + C$

4. $\ln |x - 2,5 + \sqrt{-5x - x^2}| + C$

5. Найти интеграл

$$\int \frac{2x-3}{4-x} dx$$

ОТВЕТЫ:

1. $2x + 5 \ln |4-x| + C$

2. $C - 2x - 5 \ln |x-4|$

$$3. \frac{x}{2} + \frac{5}{2} \ln |x-4| + C$$

$$4. C + \frac{x}{2} - 5 \ln |x-4|$$

6. Найти интеграл

$$\int \frac{e^{-tgx}}{\cos^2 x} dx$$

Ответы:

$$1. e^{tgx} + C$$

$$2. \frac{tgx}{e^{tgx}} + C$$

$$3. C - e^{-tgx}$$

$$4. \frac{e^{1-tgx}}{1-tgx} + C$$

7. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} (\arcsin x + 1)}$$

Ответы:

$$1. \ln |\arcsin x + 1| + C$$

$$2. 2\sqrt{1-x^2} + C$$

$$3. \frac{(\arcsin x + 1)^2}{2} + C$$

$$4. \frac{1}{\arcsin x} + C$$

8. Найти интеграл

$$\int \frac{x^4}{\sqrt[3]{2-3x^5}} dx$$

Ответы:

$$1. \frac{35}{2} \sqrt[3]{(2-3x^5)^6} + C$$

$$2. C - \frac{7}{90} \sqrt[3]{(2-3x^5)^6}$$

$$3. C - \frac{7}{90} \sqrt[6]{(2-3x^5)^7}$$

$$4. \frac{90}{7} \sqrt[3]{(2-3x^5)^6} + C$$

9. Найти интеграл

$$\int \frac{x^2}{3+5x^6} dx$$

ОТВЕТЫ:

$$1. \frac{1}{\sqrt{15}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}x^3}{5} + C$$

$$2. \frac{1}{6} \ln \left| \frac{3-5x^3}{3+5x^3} \right| + C$$

$$3. \frac{1}{6\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3}{5}} x^3 + C$$

$$4. \frac{1}{3\sqrt{15}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{5}{3}} x^3 + C$$

10. Найти интеграл

$$\int \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx$$

ОТВЕТЫ:

$$1. 2\operatorname{tg}x + \frac{1}{4}\operatorname{tg}^4x + C$$

$$2. \frac{2}{\cos x} - \operatorname{tg}^2x + C$$

$$3. \frac{\operatorname{tg}^4x}{4} + C$$

$$4. \frac{1}{2}\operatorname{tg}^2x - \frac{1}{4}\operatorname{tg}^4x + C$$

БИЛЕТ №10

1. Найти интеграл

$$\int \frac{(\sqrt[3]{x} + \sqrt{x})^2}{x^2} dx$$

Ответы:

1. $-\frac{3\sqrt[3]{x^{-7}}}{7} + \frac{12}{13}\sqrt[6]{x^{13}} + x + C$

2. $-3x^{\frac{1}{3}} - 12\sqrt[6]{x^{-1}} + \ln|x| + C$

3. $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + 12\sqrt[3]{x^4} + \frac{x^2}{2} + C$

4. $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} - \frac{1}{x} + C$

2. Найти интеграл

$$\int \frac{x^2 - 2}{x^2 + 2} dx$$

Ответы:

1. $x - 4\operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$

2. $x + 2\operatorname{arctg} x + C$

3. $x - 2\sqrt{2}\operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + C$

4. $\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{x^2}{2} + C$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}}$$

Ответы:

1. $\ln|x-1 + \sqrt{(x-1)^2 - 1}| + C$

2. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x}{2-x}\right| + C$

3. $-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{2-x}{x}\right| + C$

4. $\arcsin(x-1) + C$

4. Найти интеграл

$$\int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{2} e^{\sin^2 x} \cos 2x + C$

3. $e^{\sin^2 x} + C$

2. $-\frac{1}{2} e^{\sin^2 x} + C$

4. $\frac{1}{2} e^{\sin x^2} \sin 2x + C$

5. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{\sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos^3\left(\frac{x}{2}\right)}$$

Ответы:

1. $\cos^{-2} \frac{x}{2} + 2 \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C$

3. $-2 \cos^2 \frac{x}{2} + C$

2. $\cos^{-2} \frac{x}{2} + C$

4. $2 \cos^4 \frac{x}{2}$

6. Найти интеграл

$$\int \frac{\cos 9x}{9 + \sin 9x} dx$$

Ответы:

1. $\ln |9 + \sin 9x| + C$

3. $9x + \cos 9x + C$

2. $\frac{1}{9} \ln |9 + \sin 9x| + C$

4. $-\frac{1}{9(9 + \sin 9x)^2} + C$

7. Найти интеграл

$$\int x^2 \sqrt[3]{-x^3 + 8} dx$$

Ответы:

1. $-\frac{1}{12} \sqrt[3]{(8-x^3)^4} + C$

2. $\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + C$

3. $-\frac{1}{4} \sqrt[3]{(8-x^3)^4} + C$

4. $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(8-x^3)^4} + C$

8. Найти интеграл

$$\int \frac{3 + \operatorname{ctg}^4 x}{\sin^2 x} dx$$

Ответы:

1. $3\operatorname{ctgx} + 4\operatorname{ctg}^3 x + C$

2. $3\operatorname{ctgx} + \frac{3\operatorname{ctg}^5 x}{5} + C$

3. $3\operatorname{tgx} + \operatorname{ctg}^5 \frac{x}{5} + C$

4. $C - 3\operatorname{ctgx} - \frac{3\operatorname{ctg}^5 x}{5}$

9. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt[3]{\operatorname{arctgx}}}$$

Ответы:

1. $3 \sqrt[3]{\operatorname{arctgx}} + C$

2. $\frac{3}{2} \sqrt[3]{(\operatorname{arctgx})^2} + C$

3. $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(\operatorname{arctgx})^4} + C$

4. $2x\operatorname{arctgx} + C$

10. Найти интеграл

$$\int \frac{x^3}{\sqrt{9-4x^8}} dx$$

Ответы:

1. $\frac{1}{8} \arcsin \frac{2}{3} x^4 + C$

2. $2\sqrt{9-4x^8} + C$

3. $\frac{1}{8} \ln |2x^4 + \sqrt{9-4x^3}| + C$

4. $\frac{1}{4} \sqrt{9-4x^8} + C$

Л.Г. Лелевкина

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
ПО МЕТОДАМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ
НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Технический редактор О.А. Матвеева
Корректор Е.И. Полихова
Компьютерная верстка Э.Ю. Вислевской

Подписано в печать 15.03.2005. Формат 60×84 ¹/₁₆
Офсетная печать. Объем 2,5 п.л.
Тираж 150 экз. Заказ 305.

Издательство Кыргызско-Российского
Славянского университета
720000, Бишкек, ул. Киевская, 44

Отпечатано в типографии КРСУ
720000, Бишкек, ул. Шопокова, 68