УДК: 51

Кыштообаева Ч. А., пед. илим. канд.,
улук окутуучу, kysktoobaeva@mail.ru
ТалМУ, Кыргызстан

СЫЗЫКТУУ БАРАБАРСЫЗДЫКТАРДЫ ЧЫГАРУУНУН ФУНКЦИОНАЛДЫК ЫКМАСЫ

Макалада сызыктуу барабарсыздыктарды чыгаруунун функционалдык ыкмасы талкууланат. Барабарсыздыктарды чыгаруунун функционалдык ыкмасы мисалдарды чыгаруу менен каралды. Барабарсыздыктарды чыгарууда сызыктуу функциянын касиеттерин, геометриялык сүрөттөрдү кеңири колдонуу зарыл. Мектепте математика курсунда барабарсыздыктарды чыгаруу талабы y=f(x) функцияларынын мааниси y=q(x) функциясынын тиешелүү маанилерине караганда чоң же кичине болгон аргументтик маанилердин жыйындысын табуу талабына барабар экендигин белгилеп кетүү зарыл. Кандайдыр бир конкреттүү тапшырманы аткарууда окуучулардан абстракциялоо жана андагы жалпы функционалдык мазмунду көрүү, чоңдуктардын өзгөрүшүнүн функционалдык аймактарын табуу, алардын көз карандылыгынын мүнөзүн билүү талап кылынат. Демек, барабарсыздыктарды чыгарууда функциялардын касиеттерин колдонуу зарыл.

Өзөктүү сөздөр: *барабарсыздык, сызыктуу, метод, график, функция, функционалдык метод, чоңдук, сызыктуу функция, параметр.*

Кыштообаева Ч. А., канд.пед. наук,
ст. преподаватель, kysktoobaeva@mail.ru
ТалГУ, Кыргызстан

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ

В данной статье рассматривается функциональный метод решения линейных неравенств. Функциональный метод решения неравенств позволяет сделать более осмысленным их изучение. Свойства функции, геометрические образы необходимо широко использовать при изучении неравенств. В курсе математики в школе должна проводиться установка на то, что требование решить неравенство эквивалентно требованию найти множество значений аргумента, при которых значение функций $y = f(x)$ *больше или меньше соответствующих значений функции* $y = q(x)$*. От учащихся требуется во всякой конкретной задаче отвлечься от несущественных деталей и увидеть в ней общее функциональное содержание: найти реальные области изменения величин, выяснить характер их зависимости. Следовательно, при решении неравенств, необходимо обязательно использовать свойства, входящих в него функций.*

Ключевые слова: *неравенство, линейный, метод, график, функция, функциональный метод, величина, линейная функция, параметр.*

Kyshtoobaeva Ch. A., Ph.D., senior lecturer
e-mail: kysktoobaeva@mail.ru
Talas State University, Kyrgyzstan

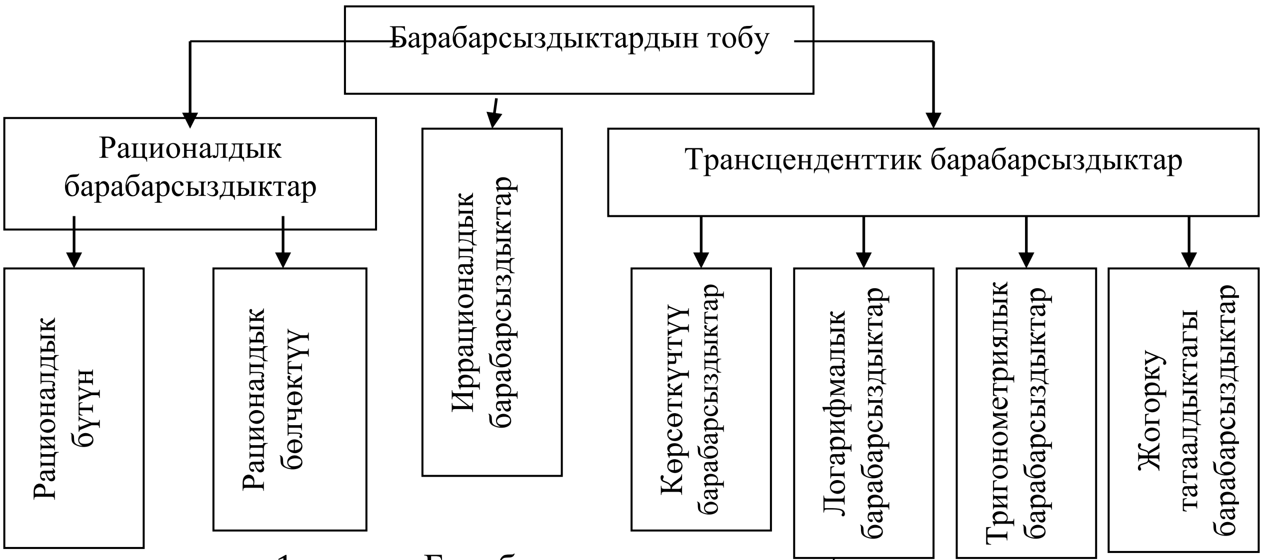
FUNCTIONAL METHOD FOR SOLVING LINEAR INEQUALITIES

This article discusses a functional method for solving linear inequalities. The functional method for solving inequalities makes their study more meaningful. Function properties, geometric images must be widely used in the study of inequalities. In the course of mathematics at school, it should be established that the requirement to solve an inequality is equivalent to the requirement to find a set of argument values for which the value of the functions y=f(x) is greater or less than the corresponding values of the function y=q(x). In any specific task, students are required to abstract themselves from irrelevant details and see the general functional content in it: to find real areas of change in quantities, to find out the nature of their dependence. Therefore, when solving inequalities, it is necessary to use the properties of the functions included in it.

Keywords: *inequality, linear, method, graph, function, functional method, value, linear function, parameter*

Мектеп окуучулары башталгыч класстарда барабарсыздыктар менен таанышып башташат, мында төмөнкү түрдөгү тапшырмалар колдонулат: "сандарды салыштыруу", "туюнтмалардын маанилерин салыштыруу", "алардын маанилерин эсептебей туруп, туюнтмаларды салыштыруу", сандык барабарсыздыктарга байланыштуу логикалык маселелерди чыгаруу [1].

Андан ары, "Барабарсыздык" темасынын мазмуну бара-бара тереңдеп, кеңее баштайт. Мисалы, 7-класста бардык окутулган материалдарда барабарсыздыктын пайызы 20%, 8-класста - 25%, 9-класста - 30%, 10-11-класстарда - 38% түзөт. Мектептин алгебра курсундагы барабарсыздыктарды топторго бөлүп кароого болот (1-сүрөт).



1-сүрөт. Барабарсыздыктардын тобунун схемасы

Биринчи топ орто мектепте алгебра курсунда көндүмдөрдү калыптандырууда жетиштүү өнүккөн.

Бул курстагы калган барбарсыздык топтору жаңы гана изилдене баштады жана бардык эле класстарда каралбайт, ал эми жыйынтыктоочу окутуу 10-11-класстарда алгебра жана математикалык анализдин башталышы курстарында жүргүзүлөт. Негизги класстардын барабарсыздыктары гана изилденет, андан тышкары, мектеп курсунан бир катар тапшырмалар барабарсыздыктарды түзүүгө жана чечүүгө чейин кыскартылат: функциянын аныктоо областын табуу; функцияны изилдөө (монотондуулук, чектелген функция) ж. б. [2].

Барабарсыздыктарды изилдөөдө конкреттүү маселелерди чечүү процессин негиздөө маселелерине олуттуу көңүл бурулат. Алгебра курсун изилдөөнүн баштапкы этаптарында бул негиздемелер эмпирикалык, индуктивдүү мүнөзгө ээ. Андан кийин ар кандай класстагы барабарсыздыктарды чечүү тажрыйбасынын топтолушу менен, чечим процессинин дедуктивдик негизделиши барган сайын маанилүү болуп саналат. Барабарсыздыктарды чыгаруунун ар кандай ыкмаларын билүү деңгээли бизге эң көп колдонулган өзгөртүүлөрдү эквиваленттүүлүктү жана логикалык изилдөөнү бөлүп көрсөтүүгө мүмкүнчүлүк берет.

Мындан тышкары, барабарсыздыктарды изилдөөдө интервалдар методу, визуалдык-графикалык метод жана функционалдык метод кеңири колдонулат. Эгерде барабарсыздыкты аналитикалык жол менен чыгаруу мүмкүн болбосо, визуалдык-графикалык ыкма колдонулат. Барабарсыздыкты чыгаруунун функционалдык методу деп, барабарсыздыкка кирген функциялардын касиетин колдонууга негизделген чыгаруу ыкмасын айтабыз.

Биз сызыктуу барабарсыздыктарды функционалдык методду колдонуп чыгарууну карайлы. Окуучулар 7-класста сызыктуу барабарсыздыктарды чыгаруу алгоритми менен тиешелүү теңдемелердин түрлөрүн жана сызыктуу функциянын касиеттерин изилдеп чыккандан кийин таанышышат [3].

Сызыктуу функциянын графигинин жайгашуусунун a жана b коэффициенттеринин маанилерине көз карандылыгынан төмөнкү барабарсыздыктардын түрлөрүнө ээ болобуз:

1) $ax > b$

(1) Эгерде $a < 0$ и $b \in R,$ $\quad x < \dfrac{b}{a}$, т.е. $x \in \left(-\infty; \dfrac{b}{a}\right)$;

(2) Эгерде $a = 0$ и $b < R,$ $\quad x \in R$;

(3) Эгерде $a = 0$ и $b \geq R,$ $\quad$ чыгарылышка ээ эмес;

(4) Эгерде $a>0$ и $b\in R$, $\quad x\in\left(\frac{b}{a};+\infty\right)$.

2) $ax\leq b$

(1) Эгерде $a>0$ и $b\in R$, $\quad x\in\left(-\infty;\frac{b}{a}\right]$;

(2) Эгерде $a=0$ и $b\geq 0$, $\quad x\in R$;
(3) Эгерде $a=0$ и $b<0$, чыгарылышка ээ эмес;

(4) Эгерде $a<0$ и $b\in R$, $\quad x\in\left[\frac{b}{a};+\infty\right)$.

3) $a\geq b$

(1) Эгерде $a<0$ и $\forall b\in R$, $\quad x\leq\frac{b}{a}$, т.е. $x\in\left(-\infty;\frac{b}{a}\right]$;

(2) Эгерде $a=0$ и $b\leq 0$, $\quad x\in R$;
(3) Эгерде $a=0$ и $b>0$, чыгарылышка ээ эмес;

(4) Эгерде $a>0$ и $\forall b\in R$, $\quad x\geq\frac{b}{a}$, $x\in\left[\frac{b}{a};+\infty\right)$.

Ошондой эле $ax<b$, $ax\leq b$.

Сызыктуу барабарсыздыктарды чыгарууга байланыштуу бир нече мисалдарды карап көрөлү.

1-мисал. а параметринин бардык маанилери үчүн барабарсыздыкты чыгаргыла: $3(4a-x)<2ax+3$.

Чыгаруу. Элементардык өзгөртүүлөрдү жүргүзгөндөн кийин төмөнкүгө ээ болобуз :

$3(4a-x)<2ax+3,\Rightarrow 12a-3x<2ax+3,\Rightarrow 12a-3<2ax+3x$,

$x(2a+3)>3(4a-1)$.

Барабарсыздыкты чыгаруунун 3 жолун карайлы:

а) эгерде $2a+3>0$болсо, анда $a>-\frac{3}{2}$, $x>\frac{3(4a-1)}{2a+3}$болгондо гана $x(2a+3)>3(4a-1)$;

б) эгерде $2a+3<0$, б. а., $a<-\frac{3}{2}$, $x(2a+3)>3(4a-1)$ качан гана $x<\frac{3(4a-1)}{2a+3}$

в) эгерде $2a+3=0$, анда $0x>-21$, бул – сандык барабарсыздык, мында каалагандай чыныгы сан берилген барабарсыздыктын чыгарылышы болуп саналат.

Жообу:

эгерде $a \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$ $x \in \left(-\infty; \frac{12a-3}{2a+3}\right)$;

эгерде $a = -\frac{2}{3}$ $\quad x \in R$;

эгерде $a \in \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ $x \in \left(\frac{12a-3}{2a+3}; +\infty\right)$

Математиканын көптөгөн маселелери сызыктуу барабарсыздыктар системасын чыгаруу зарылчылыгына алып келет. Мисалы, $\sqrt{2x-1} + \sqrt{3-x}$ туюнтмасынын аныкталуу областын табуу үчүн, $\begin{cases} 2x-1 \geq 0, \\ 3-x \geq 0; \end{cases}$ системасын чыгаруу зарыл; ал эми $\frac{2x-5}{3-x} > 0$ барабарсыздыгынын чыгарылышынын көптүгүн табууда,

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x-5 > 0, \\ 3-x > 0; \end{cases} \\ \begin{cases} 2x-5 < 0, \\ 3-x < 0. \end{cases} \end{array}\right.$$

системасын чыгаруу зарылдыгы келип чыгат. Демек, алгебра курсунда бир өзгөрмөлүү сызыктуу барабарсыздыктар системасын чыгарууга өзгөчө көңүл бурулат.

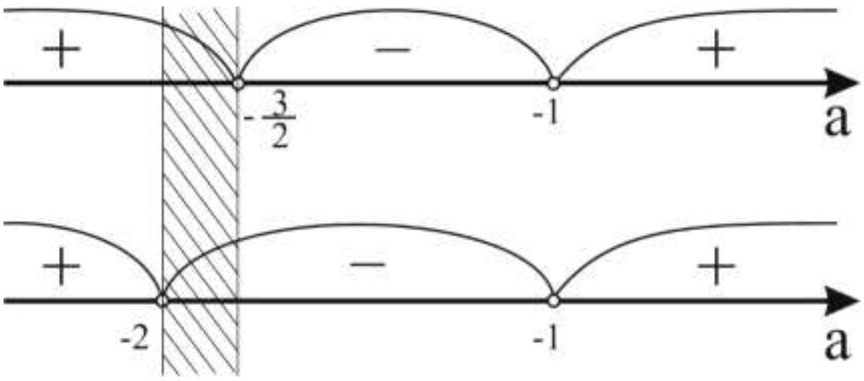
Барабарсыздыктар системасын түзүүнү талап кылган мисалды карап көрөлү.

2-мисал. Эгерде $\frac{1}{a} = \frac{x}{x+a}$ теңдемеси $-3 < x < -2$ шартын канааттандырса, а параметринин бардык маанилерин тапкыла.

Чыгаруу. Теңдеменин аныкталуу областынан $x \neq -a$ жана $a \neq 0$ээ болобуз. Берилген теңдемени өзгөртүп түзөбүз: $-ax = x + a$ или $(a+1)x = -a$. Эгерде $a = -1$ болсо, анда теңдеме чыгарылышка ээ эмес. Эгер $a \neq 0$ жана $a \neq -1$болсо, анда$x = -\frac{a}{a+1}$. $-3 < x < -2$ шарттын колдонуп, барабарсыздыктар системасын түзүп жана чыгарабыз:

$$\begin{cases} \dfrac{-a}{a+1} > -3, \\ \dfrac{-a}{a+1} < -2; \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{-a+3a+3}{a+1} > 0, \\ \dfrac{-a+2a+2}{a+1} < 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{2a+3}{a+1} > 0, \\ \dfrac{a+2}{a+1} < 0. \end{cases}$$

Системаны интервалдар методу менен чыгарабыз (2-сүрөт)



2-сүрөт. Интервалдар методу

Жообу: $a \in \left(-2;-\dfrac{3}{2}\right)$.

3-мисал. а параметринин бардык маанилерин тапкыла, эгерде эң чоң терс мааниси барабарсыздыктын чыгарылышы болсо, анда $\dfrac{ax-10}{x} \le 8$ ал - 5 ке барабар.

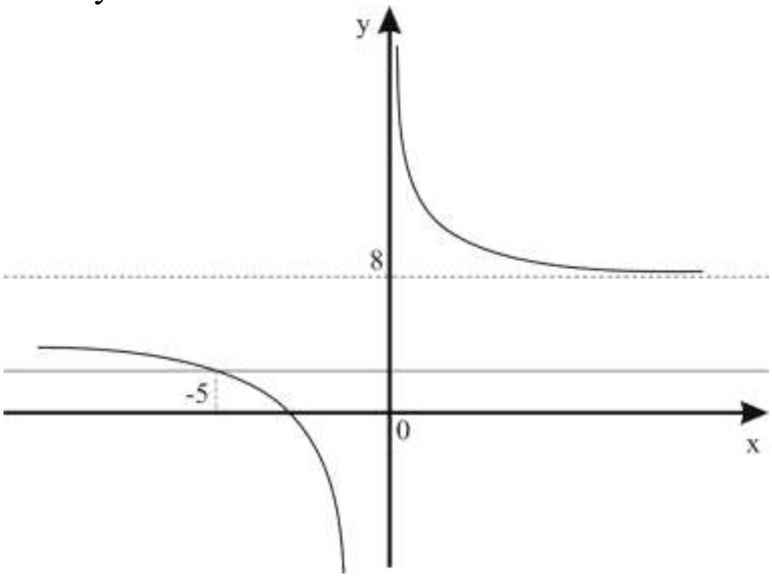
Чыгаруу. Берилген барабарсыздыкты $a - \dfrac{10}{x} \le 8$ түрүнө келтиребиз же $a \le 8 + \dfrac{10}{x}$. $y(x) = a$ жана $g(x) = 8 + \dfrac{10}{x}$ функцияларын карайлы.

$y = a$ функциясы сызыктуу, анын графиги түз сызык ОХ огуна параллель. $g(x) = 8 + \dfrac{10}{x}$ функциясынын графигин тургузабыз (3-сүрөт).

$y = a$ функциясы $g(x) = 8 + \dfrac{10}{x}$ графигин $a \in (-\infty;8)$ аралыгында кесип өтөт, $y = a$ түз сызыгы гиперболадан ылдый жайгашкан, анткени -5 – бул барабарсыздыктын эң чоң терс чыгарылышы, анда $x = -5$ - бул абсцисса чекити $y = a$ жана $g(x) = 9 + \dfrac{10}{x}$ функциялардын графиктеринин кесилишинде жайгашкан. $g(5)$ табабыз: $g(5) = 8 + \dfrac{10}{-5}$, $g(-5) = 6$. Эгерде

a = 6 болсо, анда $\dfrac{ax-10}{x} \leq 8$ барбарсыздыктын эң чоң чыгарылышы -5 ке барабар.

Жообу: a = 6.



3-сүрөт. $g(x) = 8 + \dfrac{10}{x}$ функциясынын графиги

Эми акыркы маселенин чыгарылышынын ушул сыяктуу ыкмасын карап көрөлү.

4-мисал. Эгерде $\dfrac{ax-10}{x} \leq 8$ барабарсыздыкты чыгаруунун эң чоң мааниси -5 болсо, а параметринин маанисин тапкыла.

Чыгаруу. Мында -5 – чыгарылышы болсо, анда $\dfrac{-5a-10}{-5} \leq 8$, $a+2 \leq 8$ ээ болобуз, мындан $a \leq 6$, б. а., барабарсыздыктын эң чоң чыгарылышы

$$\frac{ax-10}{x} \leq 8 \text{ - } a = 6.$$

Жообу: a = 6.

5-мисал.

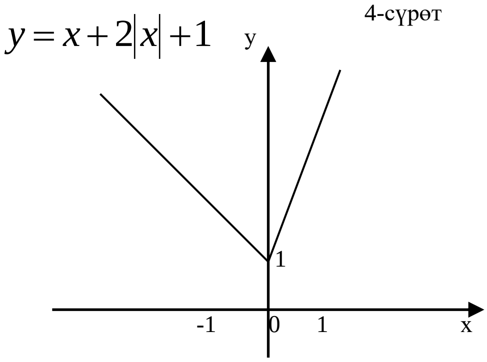
$$\frac{(x+3)(2x+|x|-9)}{(x-2)(x+2|x|+1)} > 0$$

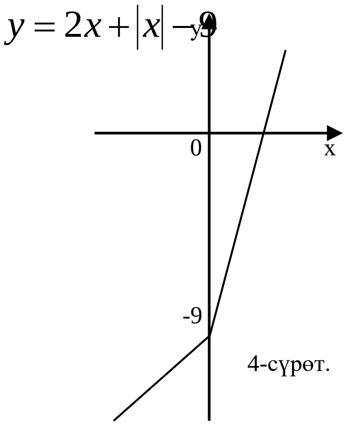
1. $y = x + 2|x| + 1$ функциясын карайлы

(4-сүрөт)

2. Функциянын графигинен берилген функция $y = x + 2|x| + 1$ х тин бардык маанисинде оң.

4-сүрөт





4-сүрөт.

$y = 0$

$x_1 = -3$, $x_2 = 2$,

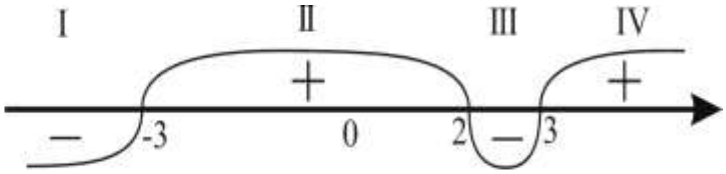
$x_3 = 3$ болгондо

3. $F(x) > 0$ барабарсыздыгын чыгарабыз.

4. $x + 3$ жана $x - 2$ функциялары монотондуу.

5. $y = 2x + |x| - 9$ графигин тургузабыз (5-сүрөт).

6. $y = 2x + |x| - 9$ графиги монотондуу



5-сүрөт.

жана $(3;\infty)$ аралыгында оң мааниге ээ.

7. Жыйынтыгында, $F(x)$ бөлчөгүнүн бөлүмү жана алымы 3 монотондуу функцияларга ээ жана -3, 2, 3 маанилеринде нөлгө барабар.

8. Бул 3 чекит сандык интервалды 4 интервалга бөлөт: $(-\infty;-3)$, $(-3;2)$, $(2;3)$, $(3;\infty)$, акыркысы $F(x) > 0$ (5-сүрөт).

9. Мындан $F(x) > 0$ барабарсыздыгынан $-3 < x < 2$ орун алат, ошондой эле $3 < x < \infty$.

Жообу: $x \in (-3;2) \cup (3;\infty)$

Демек, сызыктуу барабарсыздыктарды чыгарууда сызыктуу функциянын касиеттерин, ошондой эле сызыктуу барабарсыздыктарды чыгаруунун графикалык интерпретациясын колдонсо болот.

Жыйынтыктап айтканда, сызыктуу барабарсыздыктарды функционалдык ыкма аркылуу чыгаруу схемалаштыруу жөндөмүн өркүндөтүүгө, интуицияны өнүктүрүүгө, дедуктивдүү ой жүгүртүү жөндөмдөрүн калыптандырууга, чыгармачылык изилдөө көндүмдөрүн жогорулатууга алып келет. Башкача айтканда, математикалык маданияттын өнүгүшүнө салым кошуп, окуучулардын инсандык сапаттарын калыптандырууда чоң роль ойнойт, андыктан педагогикалык жактан маанилүү.

Адабияттар:

1. Алилов М. А., Колягин Ю. М. и др. Алгебра и начала анализа. Пробный учебник для 10-11 кл. средней школы. - М.: Просвещение, 2002.
2. Болтянский В. Г., Сидоров Ю. В., Шабунин М. И. Лекции и задачи по элементарной математике. - М.: Наука, 1974.
3. Вавилов В. В., Мельников И. И. и др. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. - М.: Наука, 1987.
4. Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики: Книга для учащихся. - М.: Просвещение, 1988.
5. Гусев В. А., Мордович А. Г. Математика. Справочные материалы: Книга для учащихся. - М.: Просвещение, 1990.
6. Денищев Л. О., Бойченко Е. М. и др. Готовимся к единому государственному экзамену. Математика. - М.: Изд. «Дрофа», 2004.