ABBYY PDF Transformer 2.0 Click here to buy www.ABBYY.com

УДК 621.311

О МЕТОДАХ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

ОСМОНАЛИЕВ К.Б., КОЙЧУМАНОВА Ж.М.
ТТИ КГТУ им.И.Раззакова
izvestiya@ktu.aknet.kg

Рассматривается некоторые методы численного интегрирования расчета переходных процессов синхронной машины.

At the article are described some methods of number integration of conversional processes calculation done by synchronic machine. For calculation on educational practice Ayler's and Rung-Kutte are suggested.

Оценка возможных погрешностей в расчетах из-за неточного задания параметров в общем случае представляет достаточно громоздкую задачу. Нужно с помощью какого-либо приема проварьировать все параметры, учитывая корреляционные связи между параметрами и оценивая каждый раз изменения в основных результатах расчетов.

Правильность расчетов переходных процессов зависит не только от используемых моделей, но и от эффективности метода, которым осуществляется в программе интегрирования дифференциальных уравнений

Ряд численных методов решения систем уравнений требует точного задания значений искомых переменных. Причем возможны случаи, когда от того, насколько близки, будут эти значения к корням уравнений, зависит не только время, затрачиваемое на решение, но и сама возможность его получения. Между тем оценить ориентировочного значения возможных корней удается далеко не для всех систем уравнений, к решению которых сводится задача расчета системы. Следовательно, в этих случаях выбранные методы численного решения непосредственно влияют на конечный результат исследования.

Рассмотрение некоторых наиболее характерных подходов к решению задачи представляется целесообразным, поскольку это может быть полезным для получения необходимых представлений о методах, нашедших применение в программах для ЭВМ. Поэтому в настоящей работе рассматриваются некоторые методы численного интегрирования расчета переходных процессов синхронной машины.

Уравнения синхронной машины, применяемые в настоящее время для расчетов переходных процессов в сложных электрических системах, могут существенно различаться по своей форме, будучи близкими по существу. Возможные различия уравнений в осях d, q обусловлены выбором электродвижущей силы E, с помощью которой осуществляется связь с уравнениями сети, и формой представления интегрируемых и неинтегрируемых переменных.

Модели основных элементов синхронной машины содержат и дифференциальные и алгебраические уравнения $\left[\textit{например} : \textit{равненияПарка} - \textit{Горевал} - 1\right]$, решение которых можно рассмотреть на примере системы уравнений с четырьмя переменными x, y, z, w, из которых x и y – интегрируемые:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f_1(x, y, z, w); \\ \frac{dx}{dt} &= f_2(x, y, z, w); \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} f_3(x, y, z, w) &= 0 \\ f_4(x, y, z, w) &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

здесь вид функции f_1, f_2, f_3 и f_4 известен

Интегрируемыми переменными, т.е. величинами, производные которых входят в уравнения являются, например, углы роторов синхронных машин, скольжения, проекции сверхпереходных ЭДС Eq, "E_d" и т.д. Для интегрируемых переменных должны быть известны начальные значения при t=0; они определяются из расчета исходного режима.

Если в системе уравнений (1), (2) начальные значения x_0,y_0 известны, то из системы уравнений (2) для того же момента времени t=0 могут быть рассчитаны z_0,w_0. Это позволяет вычислить значения функций f_1 и f_2 (1), т.е. определить значения производных при t=0: $(dx/dt)_0$ и

ABBYY PDF Transformer 2.0 Click here to buy www.ABBYY.com

$(dy/dt)_0$. Выбрав шаг интегрирования Δt настолько малым, что можно считать производные dx/dt и dy/dt на отрезке от 0 до Δt неизменными и равными их значениями при $t=0$, определим величины интегрируемых переменных в конце первого шага интегрирования: $x_1 = x_0 + \left(\frac{dx}{dt}\right)_0 \Delta t_1$,

$$v_1 = y_0 + \left(\frac{dy}{dt}\right)_0 \Delta t \qquad (3)$$

Далее все операции повторяются: вычисляются Z_1, W_1,$(dx/dt)_1$и $(dy/dt)_1$, и рассчитываем новые значения

$$X_2 = X_1 + \left(\frac{dx}{dt}\right)_1 \Delta t \text{ , } y_2 = y_1 + \left(\frac{dy}{dt}\right)\Delta t$$

и т.д. Этот метод Эйлера в его простейшей форме. Однако такой простой способ интегрирования дает слишком грубые результаты, требует очень малого шага интегрирования и приводит к накоплению значительных погрешностей при большом числе шагов.

Различные методы численного интегрирования используют более сложные алгоритмы для получения большей точности. Так, например, если по методу Эйлера одно дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \qquad (4)$$

на n +1-м шаге интегрирования решается по формуле

$X_{n+1} = X_n + \left(\frac{dx}{dt}\right)_n \Delta t = X_n + f(X_n)\Delta t$, то по одному из методов Рунге-Кутта четвертого порядка используется аналогичная, но более сложная формула

$X_{n+1} = X_n + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)\Delta t$, где $h_1 = f(x_n)$; $k_2 = f\left(x_n + \frac{k_1}{2}\right)$;

$k_3 = f\left(x_n + \frac{k_2}{2}\right)$;

$k_4 = f(x_n + k_3)$

Кроме методов Рунге-Кутта в программах для расчетов переходных процессов используются различные модификации метода «прогноз- коррекция», относящегося к классу многошаговых методов. Сущность его состоит в следующем. Пусть для решаемого уравнения (4) известны значения X для $t_0=0$ и $t_1=\Delta t$, т.е. X_0 и X_1, и вычислены $(dx/dt)_0$,$(dx/dt)_1$. Тогда для удвоенного интегрирования $2\Delta t$ аналогично методу Эйлера и формулам (3) получаем при $t_2=2\Delta t$

$$X_2^n = X_0 + \left(\frac{dx}{dt}\right)_1 2\Delta t,$$

где X^n_2- прогнозируемое значение интегрируемой переменной. Нужно обратить внимание на то, что в отличие от метода Эйлера здесь использовано значение производной в середине удвоенного шага, т.е. при $t_1=\Delta t$, что точнее, чем та же операция, но с использованием производной в начальной точке. По значению X^n_2, определяется, $(dx/dt)^n_2=f(x^n_2)$- прогнозируемое значение производной.

Теперь для шага интегрирования от

$t_1=t$ до $t_2=2\Delta t$.

Известны производные в начале шага (dx/dt),и (в виде прогноза) в конце шага$(dx/dt)^n_2$. Взяв среднее значение этих производных, можно получить скорректированное, более точное значение X для

$t_2=2\Delta t$:

$X^к_2 = X_1 + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)_1 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^n_2\right]\Delta t$ Такая коррекция при необходимости может быть повторена:

$$X_2^к = X_1 + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)_1 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^к_2\right]\Delta t$$

Этот метод, обладающий многими преимуществами, не самоначинающийся- в том смысле, что для начала работы метода «прогноз-коррекция» требуются значения интегрируемых переменных не только при $t_0=0$, но и для момента времени $t_1=\Delta t$ (в более эффективных разновидностях метода требуются значения интегрируемых переменных ещё для нескольких моментов времени). Поэтому метод «прогноз-коррекция» включается в работу после того, как нужное число начальных точек рассчитано другим методом, например методом Руите- Кутта

В любом методе численного интегрирования дифференциальных уравнений точность решения зависит от шага интегрирования. С уменьшением Δt точность возрастает, но одновременно растут и затраты машинного времени. Выбор шага интегрирования зависит от метода интегрирования и от самого решения уравнений: чем быстрее изменяются во времени интегрируемые переменные, тем меньшим приходится выбирать шаг интегрирования. Расчеты систем, в которых синхронные машины имеют высокочастотные системы возбуждения или системы возбуждения с АРВ-СД, и расчеты асинхронных режимов систем (особенно асинхронных режимов синхронных машин) требуют малых шагов интегрирования – не более 0,005-0,01 с.

Выбор шага интегрирования может быть выполнен несколькими пробными расчетами с разными значениямиΔt. Если изменение шага с Δt до $\Delta t/2$ не приводит к заметному изменению зависимостей б(t), то шаг интегрирования Δt считается приемлемым. Аналогичным образом, может осуществляться и автоматический выбор шага интегрирования.

Литература

1. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах: Учебник для вузов - М.: Высшая школа, 1985.
2. Горев А.А. Переходные процессы синхронной машина. – Л.: Наука, 1985.
3. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. - М.: Наука, 1971.
4. Жуков Л.А., И.П. Стретан. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем. - М.: Энергии; 1979.
5. Ракитский Ю.В., Устинов С.М, Чернорудский И.Г. Численные методы решения тесных систем. - М.: Наука,1979.