

## ЭВОЛЮЦИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ПАРОЖИДКОСТНОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ СМЕСИ С ПОВЫШЕННЫМ НАЧАЛЬНЫМ СТАТИЧЕСКИМ ДАВЛЕНИЕМ

КУТУШЕВ А.Г., МАМЫТОВ А.М.

Тюменский государственный архитектурно-строительный университет, г.Тюмень  
[izvestiya@ktu.aknet.kg](mailto:izvestiya@ktu.aknet.kg)

*В рамках модели двухтемпературной, двухдавленной, односкоростной дисперсной смеси жидкости с пузырьками пара численно исследуется динамика нестационарных ударных волн в парожидкостной среде в зависимости от ее начального статического давления. Особое внимание уделяется анализу влияния процесса межфазного теплообмена на трансформацию волн давления в пузырьковой парожидкостной смеси.*

Закономерности распространения ударных волн в пузырьковых парожидкостных средах при различных начальных статических давлениях изучались в целом ряде экспериментальных и теоретических работ [1÷4 и др.]. Несмотря на это, следует констатировать, что отдельные вопросы волновой динамики пузырьковых парожидкостных сред исследованы не в полной мере. В частности, отсутствует детальное исследование совместного влияния фазовых превращений и начального избыточного давления в парожидкостных пузырьковых средах на закономерности распространения нестационарных ударных волн. В связи с этим, в данной работе предпринята попытка проведения такого исследования средствами численного моделирования.

Основные допущения. Пусть имеется двухфазная однокомпонентная смесь жидкости с пузырьками пара. Для математического описания движения такой смеси привлекаются методы и аппарат механики взаимопроникающих и взаимодействующих континуумов. При этом, следуя [5], принимаются следующие главные предположения динамики сплошных многофазных дисперсных сред: размеры пузырьков многократно превышают молекулярно-кинетические масштабы; расстояния, на которых макроскопические параметры смеси или фаз меняются существенно (вне поверхностей ударных волн), много больше размеров пузырьков.

Дополнительно принимаются следующие предположения [3, 6]: пузырьки сферические и монодисперсные; отсутствуют процессы дробления, столкновения, коагуляции и зарождения пузырьков; скорости макроскопического движения фаз совпадают; несущая фаза представляет собой идеальную несжимаемую жидкость, макроскопическая температура которой остается постоянной величиной во все моменты движения; дисперсная фаза описывается моделью идеального калорически-совершенного газа; эффекты вязкости и теплопроводности существенны лишь в процессах межфазного взаимодействия; теплофизические свойства фаз не зависят от температуры и давления; внешние массовые силы пренебрежимо малы.

Для корректного описания динамического, теплового и массового взаимодействия жидкости с пузырьками пара привлекаются следующие допущения: для радиального движения пузырьков справедливо обобщенное уравнение Рэлея-Ламба; давление, плотность и температура внутри пузырьков однородны и удовлетворяют уравнению Клапейрона-Клаузиуса для пара, находящегося на линии насыщения; интенсивность межфазного массообмена (конденсации пара или испарения жидкости) определяется разностью тепловых потоков на поверхности пузырьков со стороны паровой и жидкой фаз; поле температуры вокруг пузырьков, необходимое для нахождения потока тепла к межфазной поверхности со стороны жидкой фазы – сферически-симметричное.

Замкнутая система уравнений движения фаз парожидкостной пузырьковой смеси в Лагранжевых переменных  $(x, t)$  имеет вид [3, 4]:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\rho \rho_i}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial x} = 4(-1)^i \pi R^2 n_j, \quad \frac{\partial}{\partial t} (R^3 \rho_2^0) = 3R^2 j, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = 0,$$

$$\rho_i = \alpha_i \rho_i^0 \quad (i = 1, 2),$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2,$$

$$\alpha_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 n, \quad p = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 \left( p_2 - \frac{2\sigma}{R} \right),$$

$$\rho_1^0 = const, \quad \frac{dT_2}{dp_2} = \frac{T_2}{\rho_2^0 l} \left( 1 - \frac{\rho_2^0}{\rho_1^0} \right), \quad p_2 = \rho_2^0 B T_2,$$



$$\rho_1^0 c_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial t} + w_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_1 r^2 \frac{\partial T_1}{\partial r} \right), \quad w_1 = w_{1R} \frac{R^2}{r^2},$$

$$r = R \alpha_2^{-1/2} : T_1 = T_0, \quad r = R : T_1 = T_2, \quad j_l = -q_{1R} - q_{2R}, \quad q_{1R} = -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=R}, \quad q_{2R} = \frac{R}{3} \left[ \frac{c_{p2} T_2}{l} \left( 1 - \frac{\rho_2^0}{\rho_1^0} \right) - 1 \right] \frac{\partial p_2}{\partial t},$$

$$(1 - \varphi_1) R \frac{\partial w_{1R}}{\partial t} + 1.5(1 - \varphi_2) w_{1R}^2 + \frac{4\nu_1}{R} w_{1R} = \frac{1}{\rho_1^0} \left( p_2 - p_1 - \frac{2\sigma}{R} \right), \quad \frac{\partial R}{\partial t} = w_{1R} + \frac{j}{\rho_1^0},$$

$$\varphi_1 = 1.5 \frac{\alpha_2^{1/3} - \alpha_2}{1 - \alpha_2},$$

$$\varphi_2 = \frac{(2 + \alpha_2) \alpha_2^{1/3} - 3\alpha_2}{1 - \alpha_2}. \text{ Здесь } \rho_i^0, \rho_i, \alpha_i, p_i - \text{ истинная и приведенная}$$

плотности, объемное содержание и давление  $i$ -ой фазы (1 – жидкости, 2 – пузырьков);  $\rho_0, \rho, p, \nu$  – средние начальная и текущая плотности, приведенное давление и массовая скорость смеси;  $n$  – число пузырьков в единице объема;  $R, w_{1R}$  – текущий радиус пузырька и радиальная скорость жидкости на межфазной границе;  $j$  – интенсивность фазовых превращений на межфазной поверхности;  $\nu_1, \sigma, c_1, l$  – кинематическая вязкость, поверхностное натяжение, удельные теплоемкость и теплота парообразования жидкости;  $B_2$  – газовая постоянная;  $c_{p2}$  – удельная теплоемкость пара при постоянном давлении;  $T_2$  – температура паровой фазы;  $r$  – радиальная Эйлера координата, отсчитываемая от центра пузырька;  $T_1 = T_1(x, r, t)$  – температура жидкости вокруг пузырька;  $T_0$  – температура жидкости вдали от поверхности пузырька;  $q_{iR}$  – тепловой поток от  $i$ -ой фазы к межфазной границе;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – поправочные коэффициенты, учитывающие в уравнении Рэлея-Ламба неоднородность пузырьков.

Постановка задачи и некоторые результаты. Пусть в трубу, заполненную однородной термодинамически-равновесной монодисперсной пузырьковой смесью, вдвигается непроницаемый поршень, на поверхности которого поддерживается не зависящее от времени постоянное давление  $p_e$ . Требуется изучить влияние процессов межфазного теплообмена и начального статического давления в двухфазной среде на эволюцию в ней проходящей ударной волны.

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи имеют вид:  $t = 0 : p_1 = p_0,$

$$p_2 = p_0 + \frac{2\sigma}{R_0}, \quad R = R_0, \quad \alpha_2 = \alpha_{20},$$

$$T_1 = T_2 = T_0, \quad w_1 = v = 0. \quad x = 0 : p = p_e = const, \quad x = \infty : p = p_0.$$

Численное интегрирование уравнений движения пузырьковой смеси с упомянутыми выше начальными и граничными условиями осуществлялось по методике [6, 7] посредством вычислительной программы, написанной на алгоритмическом языке «Фортран». Контроль точности осуществлялся путем пересчета на более мелких сетках.

Расчеты выполнялись для пароводяных смесей при  $T_0 = 373$  К и  $p_0 = 1$  бар, а также при  $T_0 = 424$  К и  $p_0 = 5$  бар. Значения термодинамических параметров пара и воды при указанных условиях приведены в табл. 1. Начальный радиус пузырька ( $R_0$ ) полагался равным 1 мм. Исходное объемное содержание пара в смеси ( $\alpha_{20}$ ) принималось равным 0.05. Давление на поршне, инициирующее ударную волну ( $p_e$ ), взято равным 1.4 бар.

**Таблица 1**

**Термофизические свойства воды и водяного пара на линии насыщения**

$P \cdot 10^{-5}$ , Па	$T_s$ , К	$\rho_1^0$ , кг/м <sup>3</sup>	$\rho_2^0$ , кг/м <sup>3</sup>	$\sigma \cdot 10^3$ , Н/м	$\mu_1 \cdot 10^3$ , Н·сек/м <sup>2</sup>	$\mu_2 \cdot 10^6$ , Н·сек/м <sup>2</sup>
1	373	957.8	0.6	58.9	0.279	12.1
5	424	915.7	2.62	48	0.181	13.9
$P \cdot 10^{-5}$ , Па	$\gamma$	$\lambda_1$ , Вт/(м·К)	$\lambda_2 \cdot 10^3$ , Вт/(м·К)	$c_1$ , кДж/(кг·К)	$c_2$ , кДж/(кг·К)	$l$ , кДж/кг
1	1.28	0.68	24.8	4.216	2.034	2258.2
5	1.24	0.686	30	4.31	2.32	2117.4

На рис. 1 представлены некоторые результаты численного счета. В левой колонке графиком показаны расчетные осциллограммы давления и объемного паросодержания за ударной волной, распространяющейся по пузырьковой парожидкостной смеси с «замороженным» межфазным массообменом ( $j=0$ ) с начальным статическим давлением 1 и 5 бар. Данный пример расчета, при прочих одинаковых условиях, соответствует пузырьковой газожидкостной среде. Из рис. 1 видно, что при отсутствии фазовых превращений с увеличением начального давления ( $p_0$ ) в смеси наблюдается замедление межфазного теплообмена, приводящее к некоторому увеличению скорости распространения ударной волны. Кроме того, с ростом  $p_0$  усиливается осцилляционный характер структуры ударной волны в пузырьковой смеси.

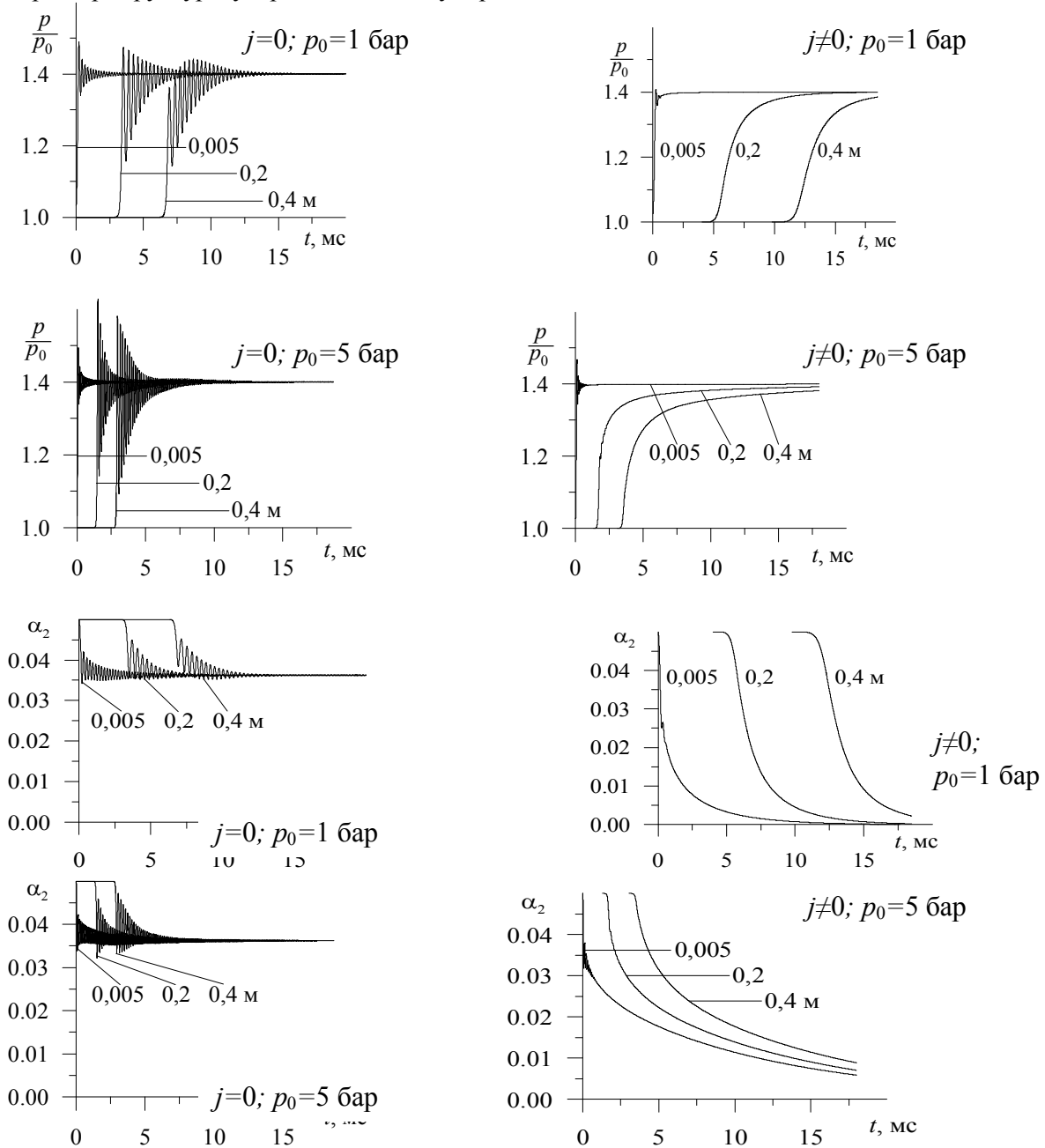
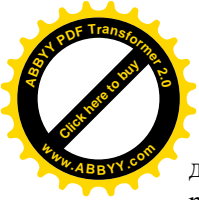


Рис.1. Расчётные «осциллограммы» давления ( $p/p_0$ ) и объёмного паросодержания в пузырьковой смеси в трёх сечениях ударной трубы ( $x=0,005$ ;  $0,2$  и  $0,4$  м) за нестационарной волной сжатия, генерируемой вдвигаемым поршнем ( $p_e/p_0=1,4$ ). Исходная объёмная доля пара  $\alpha_{20}=5\%$ ; начальный диаметр пузырьков 2 мм. Значения  $j \neq 0$  и  $j=0$  соответствуют случаям наличия и отсутствия в смеси фазовых превращений.

В правой колонке графиков изображены аналогичные результаты, соответствующие распространению ударной волны в парожидкостной пузырьковой смеси с межфазным массообменом ( $j \neq 0$ ) и начальным давлением 1 и 5 бар. Как видно из приведенных расчетных



данных с ростом  $p_0$  так же, как и в случае смеси с  $j=0$ , имеет место увеличение скорости распространения ударной волны. При этом, с ростом  $p_0$  замедляется снижение паросодержания в смеси. Отмеченные особенности поведения ударной волны и возмущенной смеси обусловлены процессом конденсации пара ( $j<0$ ) в пузырьках.

Как свидетельствуют данные численного исследования интенсивность конденсации пара в пузырьках в смесях с большим давлением ( $p_0=5$  бар) почти на порядок меньше аналогичной величины в смеси с меньшим давлением ( $p_0=1$  бар). Данное обстоятельство связано с тем, что согласно [3] интенсивность фазовых превращений в смеси ( $j$ ) пропорциональна безразмерному параметру  $(c_{p1} T_0/l) \cdot (\rho_1^0/\rho_{20}^0)$ , в котором первый множитель зависит от теплофизических свойств несущей жидкой фазы, а второй множитель – от относительной плотности фаз. Для ударных волн умеренной интенсивности величина  $\rho_1^0/\rho_{20}^0 \gg 1$ . Для  $p_0=1$  и 5 бар значение  $c_{p1} T_0/l \approx const$ , а относительная плотность фаз  $(\rho_1^0/\rho_{20}^0)$  зависит от начального давления ( $\rho_{20}^0 \sim p_0$ ,  $\rho_1^0 = const$ ).

В заключение отметим, что в результате проведенного численного исследования показана определяющая роль величины  $\rho_{20}^0/\rho_1^0$  на динамику распространения ударных волн в парожидкостных пузырьковых смесях в зависимости от их начального давления. Влияние других теплофизических параметров пара и жидкости на динамику протекания волновых процессов в пузырьковых средах за волнами умеренной интенсивности является менее существенным, чем относительная плотность фаз.

## Литература

1. Покусаев Б.Г. Волны давления в пузырьковых газо- и парожидкостных средах. – В кн.: Гидродинамика и теплообмен в одно- и двухфазных средах. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1979. – С.26-36.
2. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Прибатурин Н.А., Шрейбер И.Р. Распространение возмущений давления конечной амплитуды в пузырьковой парожидкостной среде // ПМТФ. – 1982, №3. – С. 84-90.
3. Зыонг Нгок Хай, Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С. Нестационарные волны в жидкости с пузырьками пара // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1984, № 5. – С. 117-125.
4. Кутушев А.Г., Мамытов А.М. Эволюция ударной волны в парожидкостной пузырьковой смеси под воздействием постоянного возмущающего давления поршня // Нефть и газ Западной Сибири: Материалы Всерос. научно-техн. конф. Т.3. – Тюмень: Изд-во ТюмГНГУ, 2007. – С. 154-157.
5. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1÷2. – М.: Наука, 1987. – 464с.
6. Nigmatulin R.I., Khabeev N.S., Zuong Ngok Hai. Waves in liquids with vapour bubbles // J. Fluid Mech. – 1988. – V.186. – P. 85-117.
7. Губайдуллин А.А., Ивандаев А.И., Нигматулин Р.И. Нестационарные волны в жидкости с пузырьками газа // ДАН СССР. – 1976. – Т.226, № 6. – С. 1299.
8. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, 1972.

