

ДИАЛЕКТИКА ЖАНА ЗАМАНБАП МАТЕМАТИКА

ДИАЛЕКТИКА И СОВРЕМЕННАЯ МАТЕМАТИКА

DIALECTICS AND MODERN MATHEMATICS

Аннотация: Макалада азыркы математиканын методологиясы катары материалисттик диалектиканын ролу каралат, анын артка санагы XVII-кылымда башталат. XVII-кылымдын математикасына ой жүгүртүү ыкмасы катары диалектиканын кириши эсептелет. Ал эми өзгөрмө чоңдуктардын математикасынын гүлдөгөн доору катары - азыркы математика болуп саналат.

Аннотация: В статье рассматривается роль материалистического диалектики как методология современной математики отсчёт которой, начинается в XVII веке. Отмечая целенаправленное вхождение диалектики как метода мышления в математику XVII в. в связи с ее переходом к изучению переменных величин. А периодом рассвета математики переменных величин является современная математика.

Annotation: The article considers the role of materialistic dialectics as a methodology of modern mathematics, which begins in the seventeenth century. Noting the purposeful entry of dialectics as a method of thinking in seventeenth-century mathematics in connection with its transition to the study of variables. And the period of the dawn of variable mathematics is modern mathematics.

Негизги сөздөр: Өзгөрүлмө чоңдук, функция, чек, туунду, дифференциал, интегралдык, чексиз кичине чоңдук.

Ключевые слова: Переменная величина, функция, предел, производная, дифференциал, интеграл, бесконечно малая величина.

Keywords: Variable, function, limit, derivative, differential, integral, infinitesimal value.

Как и все другие науки, математика возникла из практических потребностей людей, из измерения площадей земельных участков и вместимости сосудов, из исчисления времени и механики.

История развития математики показывает, что люди первоначально имели дело с целыми числами, как выражение отдельных вещей, а потом с дробными числами, выражающими деление целого предмета на части. Со временем наступает момент обобщенного взгляда на предметы. Так, возникает буквенное обозначение однородных предметов под названием «алгебра». Потребность измерения земельных площадей привела к созданию геометрии и тригонометрии. Совокупность этих математических разделов составляет одну общую науку под названием элементарной или классической математики, особенностями которой являются: а) неподвижность рассматриваемых объектов; б) неиспользование идей бесконечности; в) отсутствие общих методов. Следовательно, элементарная математика имеет дело с постоянными величинами (т.е. с метафизикой), с которыми повсеместно встречаемся в макром мире, чувственно ощущая их. Именно поэтому, изучение природы начинается с познания чувственно воспринимаемых вещей, только после этого мы имеем дело с отношениями между этими постоянными величинами (т.е. с диалектикой). Так возникают математические операции. Например, $1+1=2$, где один есть выражение отдельного предмета, а $1+1$ выражает их связь между собой. Значит, если не было бы отдельных, единичных предметов, не было и связи между ними, не появлялось бы число

2. Это говорит о том, что наличие постоянных величин предшествует выражению связей между ними, следовательно, метафизическое познание предшествует диалектическому.

Отметим, что земная механика исходит из постоянства массы, потому и ее законы вполне объяснимы классической. Вот почему механический взгляд на мир составляет характерную особенность метафизического мышления. Недостаточность механического представления мира обнаруживается тотчас же, когда обращается внимание на бесконечно малую величину, обладающую свойством переменной величины. Под переменной величиной в математике принято называть ту величину, которая принимает различные значения, выражая изменчивость материальных объектов.

Таким образом, математика имеет дело с двумя формами величин – постоянной и переменной, и соответственно она состоит из двух ступеней: классической математики и высшей математики, где первая – имеет дело с постоянными величинами, а вторая – с переменными, и соответственно классическая математика пользуется метафизическим способом мышления, а высшая математика – диалектическим способом, выражая математически не только состояние объекта, но и процессы, движения. Ф. Энгельс увидел пропорциональную связь между этими четырьмя величинами и их соотношения выразил положением: «как математика переменных величин относится к математике постоянных величин, так вообще диалектическое мышление относится к метафизическому»¹ [1.

Маркс К. и Энгельс Ф. соч. т.20, с. 125.].

При этом мы должны отметить, что главным предметом изучения объекта высшей математикой является не выражение изменения одной бесконечно малой переменной самой по себе, а отражение зависимости между двумя или несколькими переменными при их совместном изменении. Причем независимая бесконечно малая переменная величина называется аргументом, а зависимая от нее величина – функцией. Таким образом, высшая математика имеет дело с явлениями, связь между которыми в общем виде выражается функцией:

$$y = f(x)$$

Такая зависимость иллюстрируется на примере нескольких конкретных примеров, что для высшей математики характерна функциональная зависимость бесконечно малых изменений, обозначаемых понятием «дифференциал», который имеет мало лишь в том случае, когда бесконечно малая величина стремится к нулю, и имеет место соотношение:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{0}{0}$$

0

Это отношение в высшей математике называется неопределенностью в том смысле, что оно с точки зрения классической математики не имеет смысла. Потому что бесконечно малая величина с позиции макромира по существу означает нуль. Житейски это объясняется тем, что мы не можем визуально воспринимать действия микрочастиц. С точки зрения макромира эти микрообъекты равны нулю, а с точки зрения микромира они реально существуют и не равны нулю. Поэтому математическая неопределенность, выражая отношение микрообъектов, имеет дело с действительными величинами. Явления макромира выражаются обыкновенными уравнениями, а явления микромира – только дифференциальными уравнениями. Следовательно, мерками макромира невозможно познать тайну микромира, поэтому подлинным способом изучения микромира является не метафизика, а диалектика. Превращение постоянной величины при дифференцировании в нуль выражает лишь то, что постоянная величина лишена движения и находится всегда в постоянном покое. Поэтому метафизика не способна выразить переменную величину, проникать в микромир.

Следует отметить, что все в мире диалектически связаны между собой, сплетены друг с другом, причем каждое явление связано бесконечными нитями с любыми другими явлениями, и существование каждого зависит от множества других факторов. Эта всеобщая диалектическая связь выражается уравнением общего вида:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Но это общее уравнение в таком виде не имеет однозначного решения. Практически это невозможно. Поэтому любое математическое общее уравнение с несколькими переменными подвергается решению лишь относительно какого-то аргумента. Тогда решение данного общего уравнения имеет вид: $y=f(x_1)$, или $y=f(x_2)$ и т.д.

Как отражение общих свойств изменяющихся величин и зависимостей между ними в математике возникло понятие переменной величины и функции.

Математические понятия переменной и функции представляют собой нечто иное, как абстрактное обобщенное конкретных переменных величин (как время, путь, скорость, угол поворота, зачерчиваемая площадь и т.д.), конкретных зависимостей между ними (как зависимости пути от времени и т.д.). Понятие «переменная» есть отвлеченный образ, изменяющийся величины – величины, необходимо принимающей в рассматриваемом процессе разные значения. Это есть, стало быть, переменная вообще; можно разуметь и время, и путь, и любую другую величину – функция есть отвлеченный образ зависимости одной величины от другой. Математический анализ имеет своим предметом зависимость не между теми или иными конкретными величинами, а между переменными вообще, в отвлечении от их содержания. Такое отвлечение обеспечивает широту применения анализа, так как в одной формуле, в одной теореме он охватывает бесконечное число возможных конкретных случаев.

1. $Q = \pi R^2$, или $Q=f(R)$. Где Q - площадь круга

R - Радиус

2. $S = \underline{gt^2}$ где S - путь, t – время

g - ускорение силы тяжести при свободном падении.

3. Закон Бейла Мариотта:

$p \cdot v = const$, или $p=f(v)$ или

$p=f(v)$

или $v=f(p)$

или $V=f(p)$ Или вообще $y=f(x)$

Математика переменных величин и диалектический метод мышления.

Энгельс: «Математика переменных величин самый значимый отдел математики, который составляет исчисления бесконечно малых, есть нечто иное как применения диалектики математическим отношениям». Энгельс писал, что высшая математика вызвала замешательство, так как часто утверждает нечто противоположное тому, что правомерно для «низшей математики». «Здесь, - отмечал он, - имею ввиду высшую математику, затвердевшие категории расплавились, математика вступила в такую область, где даже столь простые отношения, как отношения абстрактного количества, дурная бесконечность приняли совершенно диалектический вид и заставили математиков стихийно и против их воли стать диалектиками»² [2. Маркс К. и Энгельс Ф. соч., т. 20, с. 130].

Ни одно из других понятий не отражает явлений реальной действительности с такой непосредственностью и с такой конкретностью как понятие функциональной зависимости, в которой воплощены и подвижность, и динамичность реального мира, взаимная обусловленность реальных величин. Потому что это понятие как не одно другое воплощает всебя диалектические черты современного математического мышления; именно оно приучает мыслить величины в их живой изменчивости, а не искусственной препарированной неподвижности; в их взаимосвязи и обусловленности, а не в искусственном отрыве друг от друга.

Предел $\lim f(x)=f(X_0)$. Здесь речь идет о специальном математическом методе бесконечно-малых или в его современном виде – о методе пределов.

«Идея методов пределов проста и заключается в следующем. Чтобы определить некоторую величину, мы определяем сначала не ее самое, а некоторое ее приближение. При этом строится не одно приближение, а целый ряд приближений, все более и более точных.

Затем из рассмотрения цепи этих приближений, т.е. из рассмотрения самого процесса приближения, определяется уже единственным образом точное значение величины. Этим по существу глубоко диалектическим методом устойчивое, постоянное познается как результат процесса движения.

С помощью понятия предела, благодаря процессуальному происхождению и живой диалектике его, математика переменных величин отражает в своих абстракциях реально протекающие в природе изменения, движения, т.е. диалектику.

Производная. Скорость есть производная от пути по времени $V = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ называется производной функции.

$$\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Например:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Предел отношения приращения функции y к вызывающему его приращению независимой переменной x , при стремлении Δx к нулю.

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ называется производной функции $f(x)$ по независимой переменной x при данном ее значении (или в данной точке) $X = X_0$

Скорость V есть производная от производного пути S по времени t , т.е. бесконечно малое изменение пути S в зависимости от бесконечно малого изменения времени t является показателем скорости.

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

А отношение бесконечно малого изменения скорости (ΔV) в зависимости от бесконечно малого изменения времени Δt дает ускорение:

$$S = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

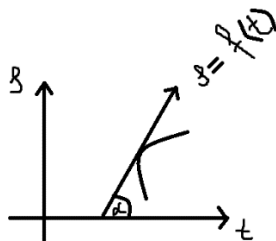
Иначе говоря, ускорение есть производная от скорости по времени.

Производная означает скорость изменения функции.

Дифференциал. $y = f(x)$, $dy = f'(x)dx$.

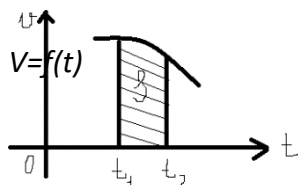
Новые математические объекты – функция, дифференциал, интеграл – являются более мощным средством познания, которые способствуют проникновению в тайны, глубоко скрытые от нашего прямого восприятия и недоступных наглядному представлению областей природы, т.е. микромира.

Дифференциальное исчисление в своей основе есть метод нахождения скорости движения в любой данный момент времени, когда известна зависимость пути от времени, это задача решается «дифференцированием». Оказывается, она совершенно равносильна задаче проведения касательных к той линии, которая дает графическое изображение зависимости пути от времени. Скорость в момент времени t просто равна тангенсу угла наклона касательной в точке, отвечающей этому t на графике.



Интегральное исчисление в своей основе есть метод нахождения пройденного пути, когда известна зависимость скорости от времени (или вообще нахождения суммарного результата действия переменной величины). Это задача, очевидно, обратная задаче дифференциального исчисления, т.е. задаче нахождения скорости: она решается

«интегрированием». Оказывается, она совершенна равносильна задаче нахождения площади под кривой, которая дает графическое изображение зависимости скорости от времени. Путь, пройденный за промежуток времени от момента t_1 до t_2 просто равен площади под изображающей график скорости кривой, между прямыми, отвечающими на графике значениям t_1 и t_2



Подчеркивая диалектическую сущность математики переменных величин, К. Маркс заметил: «И следовательно иначе говоря, понятие пределов и дифференциалов существуют только для переменных, а не для постоянных»³ [3. Маркс К. математические рукописи. М.: Наука 1968. с. 76].

Энгельс: «Лишь дифференциальное исчисление дает естествознанию возможность выразить математически не только состояния, но и процессы: движения»⁴ [4. Маркс К. и Энгельс Ф. Соч.т., с. 387].

В основе определения новых объектов-интегралов и дифференциалов была заложена идея суммирования и вычитания.

Если до открытия математического анализа сложения совершались над конечными и постоянными величинами (что давало возможность отображать математически состояния), то с открытием метода интегрирования мы имеем сложение «бесконечно большого» числа «бесконечно малых» величин, что давало возможность отображать математические изменения, процессы.

Элементарная математика и есть математика постоянных величин. Она функционирует в пределах формальной логики (метафизика). Математика переменных величин, имея дело с исчислением бесконечно малых величин, представляет собой применение диалектики к математическим отношениям. Следовательно, математик а переменных величин выступает как отрицание математики постоянных величин. Дифференцируя переменные величины X и Y , мы получаем бесконечно малые величины dx и dy . Это первое отрицание. Интегрировав dx и dy мы снова получаем X и Y . Но последние величины не являются простыми повторениями первоначальных X и Y , а является разрешением задачи, которая не под силу обыкновенной элементарной математике. Это есть отрицание на высшей основе.

Метафизику следует рассматривать как «ограниченную диалектику», как ее момент, как применение диалектики к конкретному факту, к конкретному анализу, как ее предельный случай. Точно так же, классическая механика является предельным случаем теории относительности при малых скоростях, а элементарная математика представляет собой предельный случай дифференциально-интегрального исчисления при неизменных параметрах. Когда постоянная Планка равна нулю, квантовая механика превращается в классическую механику И. Ньютона. При слабых полях тяготения и малых скоростях уравнения общей теории относительности переходят в уравнения движения и закона всемирного тяготения к классической механике. Раскрытие внутренних закономерностей развития науки позволяет глубже понять механизм связей старой теории с новой, отчетливо представить логику развития математического знания и наметить перспективы его развития.

Принцип соответствия выступает как объективная и общая закономерность развития не только физического, но и математического, даже математизированного познания. Т.о., метафизика есть предельный случай диалектики, когда отсутствует движение: диалектика рассматривает явление со стороны его движения, тогда как метафизика со стороны его покоя.

Метафизика имеет дело с «неподвижными категориями», а диалектика – «с текучими». В силу этого метафизика нередко называется наукой о вещах, о предметах, диалектика – о движении, о процессах.

Современная математика есть период расцвета математики переменных величин.

В XIX и XX вв. предмет математики и проблемы ее обоснования качественно изменились.

Открытие неевклидовых геометрий, изучающих пространственные формы космического масштаба, построение Кантором теории множеств, в которую вошло понятие мощности (или кардинального числа), создание математической логики (по своему предмету исследования – логическая, а методу – математическая), функционального анализа, теории групп, теории категорий, развитие арифметики кватернионов и гиперкомплексных чисел, исследование различных типов рядов и их соотношений и т.д. обусловили дальнейшее бурное развитие всей математической науки. Изменился предмет и соответственно ему и метод алгебраического познания. Алгебра оказалась математической наукой об абстрактных операциях над объектами достаточно общей природы о формальных структурах и операциях, заданных в множествах произвольной природы.

Возникли различные формы геометрии, алгебры, анализа, теории множеств, топологии. Остановиться подробно на каждой из этих дисциплин не позволяет объем статьи.

Список цитируемых источников:

1. Маркс К. и Энгельс Ф. соч. т.20, с. 125
2. Маркс К. и Энгельс Ф. соч., т. 20, с. 130.
3. Маркс К. Математические рукописи. М.: Наука 1968. с. 76
4. Маркс К. и Энгельс Ф. Соч.т., с. 387.
5. Колмогоров А. Н. Математика БСЭ, т.26. с. 360.
6. Казарьян В. П. Современная математика как ядро комплексных исследований// Казарьян В.П., Лолаев Т. П. Математика и культура. Владикавказ: СОГУ, 1999.
7. Вейль Герман. О философии математики М.: Ком Книга, 2005.
8. Кадровский О. И. Взаимосвязь философии и математики в процессе исторического развития. Киев, 1974.
9. Канке В. А. Философия математики, физики, химии, биологии: уч. пособие// В. А. Канке-М.: КноРус, 2016-268с.