ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА. МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА

УДК 517.948

ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ ДИФФЕРЕНЦИЯЛЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР ҮЧҮН ТЕСКЕРИ МАСЕЛЕ

Сулайманов Бактыбек Эржигитович, ф.-м.и.к, доцент, Ж. Баласагын атындагы Кыргыз Улуттук университети

Мырзапаязова Зууракан Кузобаевна, улук окутуучу, И. Раззаков атындагы КМТУ, Кыргызстан, 720044, Бишкек шаары, Ч.Айтматов пр. 66

Токтогулова Айчурок Шеркуловна, ПМИ кафедрасынын улуу окутуучусу, И. Раззаков атындагы КМТУ, Кыргызстан, 720044, Бишкек шаары, Ч.Айтматов пр. 66

Аннотация: Бул жумушта биринчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелерге коюлган тескери маселе каралган. Чечимдин жашоо шарты тургузулган. Кошумча аргументтер ыкмасын колдонуп, коюлган тескери маселени Вольтерр тибиндеги сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер системасына алып келебиз. Биринчи леммада $w(s,t,x)$, $\lambda(t)$, $u(t,x)$, $w(s,t,x_0)$, $w_t(s,t,x)$, $w_t(s,t,x_o)$ функцияларына карата тургузулган Волтерр тибиндеги сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер системасынын чыгарылышынын жалгыздыгы жана чектелгендиги далилденген. Экинчи леммада кошумча аргументтүү жаңы белгисиз $w(s,t,x)$, $\lambda(t)$, $u(t,x)$, $w(s,t,x_0)$, $w_t(s,t,x)$, $w_t(s,t,x_o)$ функцияларына карата тургузулган Волтерр тибиндеги сызыктуу эмес интегралдык тендемелер системасы, биринчи тартиптеги жекече туурдулуу дифференциалдык теңдемелер үчүн коюлган тескери маселеге эквиваленттүү экендиги далилденген. Учүнчү леммада кошумча аргументтүү теңдемелер ситемасынын чыгарылышы берилген теңдеменин чыгарылшы болоору далилденген. Жогоруда көрсөтүлгөн үч лемманын негизинде биринчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык теңдемеге коюлган тескери маселенин чечиминин жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү теорема далилденген.

Урунттуу сөздөр: Интегро-дифференциалдык, жекече туунду, система, интегралдык теңдеме, тескери маселе, Вольтер тибиндеги, сызыктуу эмес, кошумча аргумент, белгисиз функциялар.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Сулайманов Бактыбек Эржигитович, к.ф.-м.н., доцент, Кыргызский Национальный университет им. Ж. Баласагына, Бишкек, Кыргызская Республика

Мырзапаязова Зууракан Кузобаевна, ст. преподователь, КГТУ им. И. Раззакова, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Ч.Айтматова 66

Токтогулова Айчурок Шеркуловна, ст. преподователь, КГТУ им. И. Раззакова, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Ч.Айтматова 66

Аннотация: В данной работе рассматривается обратная задача для дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Установлено условие разрешимости обратной задачи. Применяя метода дополнительного аргумент, данный обратный задача приводится к системе нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра. В лемме 1 доказана единственность и ограниченность решение системы нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра относительно неизвестных функций $w(s, t, x)$, $\lambda(t)$, $u(t,x)$, $w(s,t,x_0)$, $w_t(s,t,x)$, $w_t(s,t,x_o)$. В лемме 2 доказано, что система нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра относительно неизвестных функций с дополнительным аргументом $w(s,t,x)$, $\lambda(t)$, $u(t,x)$, $w(s,t,x_0)$, $w_t(s,t,x)$, $w_t(s,t,x_o)$, будет эквивалентно к данной обратной задаче для дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. В лемме три доказано что решение систем интегро-дифференциальных уравнений с дополнительным аргументом, удовлетворяет данный уравнения. С помощи выше указанных трех леммы доказана теорема существования и единственности обратных задач для дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка.

Ключевые слово: Интегро-дифференциальных, частных производных, система, интегральный уравнений, обратных задач, типа Вольтерра, нелинейных, дополнительных аргументов, неизвестные функции.

INVERSE PROBLEM FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS IN INDIVIDUAL DERIVATIVES

Sulaimanov Baktybek Erzhigitovich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Kyrgyz National University. J. Balasagyn, Bishkek, Kyrgyz Republic,

Myrzapayazova Zuurakan Kuzobaevna, Art. lecturer, KSTU named after I. Razzakova, Kyrgyzstan, 720044, Bishkek, Aitmatov Ave. 66

Toktogulova Aichurok Sherkulovna, Art. lecturer, KSTU named after I. Razzakova, Kyrgyzstan, 720044, Bishkek, Aitmatov Ave. 66

Abstract: This paper examines the reverse task for differential equations in private first-order derivatives. The condition of the indecision of the reverse task has been established. Using the additional argument method, this reverse task is led to a system of non-linear integral equations of the Volterra type. Lemme 1 proves the singularity and limitations of the solution of the system of non-linear integrated equations of the Volterra type of w(s,t,x), λ(t), u(t,x), $w(s,t,x_0)$, $w_t(s,t,x)$, $w_t(s,t,x_o)$. In lemme 2, it is proven that a system of non-linear integral equations like Volterra relative to unknown functions with an additional w argument w(s, t, x), λ(t), u(t,x), $w(s,t,x_0)$, $w_t(s,t,x)$, $w_t(s,t,x_o)$, will be equivalent to this reverse task for differential equations in private first-order derivatives. In lemme three it is proven that the solution of systems of integrative differential equations with an additional argument satisfies this equation. With the help of the above three lemma proven the theorem of existence and the singularity of reverse tasks for differential equations in private derivatives of the first order.

Key words: Intero-differential, private derivatives, system, integral equations, reverse tasks, such as Volterra, nonlinear, additional arguments, unknown functions.

[1] эмгекте кошумча аргументтер ыкмасы менен Уизем тибиндеги дифференциалдык теңдемеге коюлган тескери маселени изилдеген. [2] эмгекте болсо менен Уизем тибиндеги дифференциалдык теңдемелер системасына коюлган тескери маселе кошумча аргументтер ыкмасы менен изилденген.

Берилген жумушта жекече туундулуу дифференциалдык теңдемеге коюлган тескери маселенин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы теоремасы далилденген. Коюлган тескери маселенин, кошумча аргументтүү сызыктуу эмес интегралдык тендемелер системасына эквиваленттүүлүгү көрсөтүлгөн.

Төмөнкудөй тескери маселе карайбыз:

$$u_t(t,x,y) + a(t,x,y)u_x(t,x,y) + в(t,x,y)u_y(t,x,y) = \lambda(t)f(t,x,y),$$
$$x,y \in R,\ t \in [0,T], \tag{1}$$

$$u(0,x,y) = \phi(x,y), \qquad x,y \in R, \tag{2}$$

$$u(t,x_0,y_0) = g(t), \qquad 0 \le t \le T. \tag{3}$$

мында $a(t,x,y)$, $в(t,x,y)$, $f(t,x,y)$, $\varphi(x,y)$, $g(t)$ - берилген, ал эми $u(t,x,y)$, $\lambda(t)$ – изделүүчү функциялар.

Келишим шарты орун алат $g(0)=\varphi(x_0,y_0)$. (4)

Төмөнкү шарттар орун алсын:

$$1)\ g(t)\in C^1[0,T],\quad \phi(x,y)\in \bar{C}^{2,2}(R^2),\quad a(t,x,y)\in \bar{C}^{0.2,2}(G),$$
$$в(t,x,y)\in \bar{C}^{0,2,2}(G),\quad f(t,x,y)\in \bar{C}^{0,2,2}(G);$$

2) $\varphi_x(x,y)$, $\varphi_y(x,y)$, $f_x(t,x,y)$, $f_y(t,x,y)$ функциялары x, y өзгөрмөлөрү боюнча Липшиц шартын L, F туруктуулары менен канааттандырышсын, ал эми $a_x(t,x,y)$, $a_y(t,x,y)$, $в_x(t,x,y)$, $в_y(t,x,y)$ функциялары тиешелүү турдө A, B, туруктуулары менен x, y өзгөрмөлөрү боюнча Липшиц шартын аткарышсын. мында $G=\{(t,x,y)\colon 0\le t\le T,\ x\in R,\ y\in R\}$;

3) $f(t,x_0,y_0)\ge\alpha>0$ баардык $t\in[0,T]$ үчүн.

Биринчи (1) де t ны ρ го, x ти $p(\rho,t,x,y)$, ал эми y ти $q(\rho,t,x,y)$ функцияларына алмаштыралы, мында

$$p(\rho,t,x,y)=x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x,y),q(\tau,t,x,y))d\tau,\ p(t,t,x,y)=x, \tag{5}$$

$$q(\rho,t,x,y)=x-\int_\rho^t в(\tau,p(\tau,t,x,y),q(\tau,t,x,y))d\tau,\quad q(t,t,x,y)=y,$$

Анда төмөнкүгө ээ болобуз:

$$u_\rho(\rho,p(\rho,t,x,y),q(\rho,t,x,y))+u_p(\rho,p(\rho,t,x,y),q(\rho,t,x,y))p_\rho(\rho,t,x,y))+ \tag{6}$$
$$+u_q(\rho,p(\rho,t,x,y),q(\rho,t,x,y))q_\rho(\rho,t,x,y))=\lambda(\rho)f(\rho,p(\rho,t,x,y),q(\rho,t,x,y)).$$

(5) ден көрүнүп тургандай, $p_\rho(\rho,t,x,y)=a(\rho,p(\rho,t,x,y),q(\rho,t,x,y))$,
$q_\rho(\rho,t,x,y)=в(\rho,p(\rho,t,x,y),q(\rho,t,x,y))$.

(6) теңдемени ρ боюнча 0 дон s ке чейин интегралдап, төмөнкүнү алабыз:

$$u(s,p(s,t,x,y),q(s,t,x,y))=$$
$$=\varphi(x-\int_0^t a(\tau,p(\tau,t,x,y),q(\tau,t,x,y))d\tau,y-\int_0^t в(\tau,p(\tau,t,x,y),q(\tau,t,x,y))d\tau)+ \tag{7}$$
$$+\int_0^s f(\rho,x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x,y),q(\tau,t,x,y))d\tau,y-\int_\rho^t в(\tau,p(\tau,t,x,y),q(\tau,t,x,y))d\tau)d\rho.$$

(7) теңдемеде $s=t$, деп коюп, төмөнкүнү алабыз:

$$u(t,x,y)=\varphi(x-\int_0^t a(\tau,p(\tau,t,x,y),q(\tau,t,x,y))d\tau,y-\int_0^t в(\tau,p(\tau,t,x,y),q(\tau,t,x,y))d\tau)+$$
$$+\int_0^t f(\rho,x-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x,y),q(\tau,t,x,y))d\tau,y-\int_\rho^t в(\tau,p(\tau,t,x,y),q(\tau,t,x,y))d\tau)d\rho. \quad (8)$$

(8) теңдемеге $x=x_0$, $y=y_0$ деп коюп, t боюнча туундусун алабыз. Алынган теңдемени $\lambda(t)$ га карата чечмелеп, төмөнкүнү алабыз:

$$\lambda(t)=f^{-1}(t,x_0,y_0)\{g'(t)+\varphi_x(x_0-\int_0^t a(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))d\tau,$$
$$y_0-\int_0^t в(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))d\tau)[a(t,x_0,y_0)+$$
$$+\int_0^t a_x(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))p_t(\tau,t,x_0,y_0)d\tau+ \quad (9)$$
$$+\int_0^t a_y(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))q_t(\tau,t,x_0,y_0)d\tau]+$$

$$+\varphi_y(x_0-\int_0^t a(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))d\tau,$$
$$y_0-\int_0^t в(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))d\tau)[в(t,x_0,y_0)+$$
$$+\int_0^t в_x(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))p_t(\tau,t,x_0,y_0)d\tau+$$
$$+\int_0^t в_y(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))q_t(\tau,t,x_0,y_0)d\tau]+$$

$$+\int_0^t \lambda(\rho)f_x(\rho,x_0-\int_\rho^t a(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))d\tau,$$
$$y_0-\int_\rho^t в(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))d\tau))[a(t,x_0,y_0)+$$
$$+\int_\rho^t a_x(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))p_t(\tau,t,x_0,y_0)d\tau+$$
$$+\int_\rho^t a_y(\tau,p(\tau,t,x_0,y_0),q(\tau,t,x_0,y_0))q_t(\tau,t,x_0,y_0)d\tau]d\rho-$$

$$-\int_0^t \lambda(\rho) f_y(\rho, x_0 - \int_\rho^t a(\tau, p(\tau,t,x_0,y_0), q(\tau,t,x_0,y_0))d\tau,$$

$$y_0 - \int_\rho^t в(\tau, p(\tau,t,x_0,y_0), q(\tau,t,x_0,y_0))d\tau)[в(t,x_0,y_0)+$$

$$+\int_\rho^t в_x(\tau, p(\tau,t,x_0,y_0), q(\tau,t,x_0,y_0))p_t(\tau,t,x_0,y_0)d\tau+$$

$$+\int_\rho^t в_y(\tau, p(\tau,t,x_0,y_0), q(\tau,t,x_0,y_0))q_t(\tau,t,x_0,y_0)d\tau]d\rho\}.$$

(5) тен t боюнча туундусун алып, төмөнкүгө ээ болобуз:

$$p_t(s,t,x,y) = -a(t,x,y) - \int_s^t a_x(\tau, p(\tau,t,x,y), q(\tau,t,x,y))p_t(\tau,t,x,y)d\tau -$$
$$-\int_s^t a_y(\tau, p(\tau,t,x,y), q(\tau,t,x,y))q_t(\tau,t,x,y)d\tau, \tag{10}$$

$$q_t(s,t,x,y) = -в(t,x,y) - \int_s^t в_x(\tau, p(\tau,t,x,y), q(\tau,t,x,y))p_t(\tau,t,x,y)d\tau +$$
$$-\int_s^t в_y(\tau, p(\tau,t,x,y), q(\tau,t,x_0,y_0))q_t(\tau,t,x,y)d\tau]d\rho. \tag{11}$$

(5), (7), (8), (9), (10), (11) сызыктуу эмес интеграл-дифференциалдык теңдемелер системасы, $p(s,t,x,y)$, $q(s,t,x,y)$, $u(s,p(s,t,x,y), q(s,t,x,y))$, $u(t,x,y)$, $\lambda(t)$, $p_t(s,t,x,y)$, $q_t(s,t,x,y)$ кошумча аргументтүү белгисиз функцияларды аныктоодо туюк системаны түзөт.

ЛЕММА 1. Эгерде 1), 2), 3), (4) шарттары аткарылса, анда (5), (7), (8), (9), (10), (11) сызыктуу эмес интеграл-дифференциалдык тендемелер системасы чектелген, жалгыз чыгарылышка ээ боло турган T>0 оң саны жашайт жана берилгендерден толук аныкталат.

Далилдөө: Сызыктуу эмес интегралдык тендемелер системасын төмөнкүдөй түрдө жазабыз:

$$V(s,t,x)=BV(s,t,x), \tag{12}$$

мында $V(s,t,x)=colon\{p(s,t,x,y),\ q(s,t,x,y),\ u(s,p(s,t,x,y),q(s,t,x,y)),\ u(t,x,y),\ \lambda(t),\ p_t(s,t,x,y),\ q_t(s,t,x,y)\}$, $BV(s,t,x)=colon\{B_1V(s,t,x), B_2V(s,t,x), \ldots, B_7V(s,t,x)\}$, $B=colon\{B_1, B_2, \ldots, B_7\}$.

B_i, $i=1,\ldots,7$ операторлору тиешелүү түрдө (5), (7), (8), (9), (10), (11) түрүндө аныкталышат.

Мейкиндик кийребиз $Z=\overline{C}(G)\times\overline{C}(G)\times C(Q)\times C(Q)\times C[0,T]\times C(G)\times C(G)$.

Каалагандай элемент $V(s,t,x)\in Z$ үчүн норма кийребиз:

$$\|V(s,t,x)\|_Z = \sup_G|q(s,t,x)| + \sup_G|p(s,t,x)| + \sup_{Q]}|u(s,q(s,t,x,y),p(s,t,x,y)| + \sup_Q|u(t,x,y)| +$$

$$+\sup_{t\in[0,T]}|\lambda(t)| + \sup_G|q_t(s,t,x,y)| + \sup_G|p_t(s,t,x,y)|.$$

Z мейкиндигинен нөлдүк элемент алабыз да В оператору менен таасир берип, андан соң Z мейкиндигинин нормасы боюнча баалайбыз:$\| B(0) \|_Z \le 3L+4LM+LM^2+LF+[LM^2+2LM+LF+F+FM+M]/\alpha=S$.

Анда радиусу 2K болгон шар алабыз б. а.

$$U_{2S}=\{V(s,t,x)\in Z: \| V(s,t,x) \|_Z \le 2K\}.$$

Бардык $V(s,t,x)\in U_{2K}$ элементтери үчүн төмөнкү барабарсыздыгы орун ала турган T>0 оң саны табылат:

$$\| BV(s,t,x) \|_Z \le 2K. \tag{13}$$

Каалагандай эки $V^*s,t,x),V(s,t,x) \in U_{2K}$, элементтери үчүн төмөнкү барабарсыздыгы орун ала турган T>0 оң саны табылат:

$$\| BV^*(s,t,x) - BV(s,t,x) \|_Z \le q \| V^*(s,t,x) - V^1(s,t,x) \|_Z,\ 0 < q < 1, \tag{14}$$

мында q- саны T, K сандарыдан көз каранды болгон белгилүү сан.

$$0 < q = 4\{1+\frac{1}{\alpha}\}FS^2T^4 + [4FS\{1+\frac{1}{\alpha}\}\{4LS^2 + FMS + 6FS +$$

$$+2FAS\}]T^3 + [5F + 3A + 4LS + 2FM + 8AS^2 + 14AS(1+\frac{1}{\alpha})\{4LMS + 6LS +$$

Мында (13), (14) барабарсыздыктардан, В оператору кысуучу экендиги келип чыгат.

$$+2LAS + FM^2 + 4FM + F^2 + FA + F + 12AS^2 + 8AS^3 + 4AR\}]T^2 + [5L + 2LM +$$

$$+\frac{1}{\alpha}(4AS + AM) + (1+\frac{1}{\alpha})\{LM^2 + 4LM + LA + L\}]T < 1.$$

Кысып чагылтыруу принциби боюнча сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер системасы (5), (7), (8), (9), (10), (11) жалгыз $V(s,t,x)\in U_{2S}$ чыгарылышка ээ болот.

Лемма 1 далилденди.

ЛЕММА 2. Эгерде $V(s,t,x)=colon(p(s,t,x,y),\ q(s,t,x,y),\ u(s,p(s,t,x,y),q(s,t,x,y)),\ u(t,x,y),\ \lambda(t),\ p_t(s,t,x,y),\ q_t(s,t,x,y))$ - вектор-функция (5), (7), (8), (9), (10), (11) ситеманын чыгарылышы болсо, анда $u(t,x,y)$, $\lambda(t)$ функциялары (1) - (3) тескери маселени канааттандырат жана тескеисинче.

Лемманын далилдөөсү лемма 1. сыяктуу.

ТЕОРЕМА 1. Эгерде 1), 2), 3), (4) шарттары орун алса, (1) - (3) маселе $\overline{C}^{1,1,1}([0,T]\times R^2)\times C\ [0,T]$ функциялар классында жалгыз $\{u(t,x,y),\ \lambda(t)\}$ чыгарылышка ээ боло турган T>0 оң саны табылат.

Теореманын далилдөөсү леммалардан келип чыгат.

Колдонулган адабияттардын тизмеги

1. Асанов А., Сулайманов Б.Э. The inverse problem for differential equation of the whitham.// Обратные и некорректные задачи прикладной математики: Тр. 13 - Байкальской междунар. школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения», Иркутск, Байкал, 2005года. Том 3: ИСЭМ СО РАН –2005, -С. 207-211.
2. Асанов А., Сулайманов Б.Э., Токтогулова А.Ш. Об одной обратной задаче для систем дифференциальных уравнений типа Уизема// Материалы международной научно технической конф. «Иновации в образовании, науке и технике» посв. 100-летию первого проректора ФПИ-КГТУ проф. Сухомлинова Том 2, Бишкек, 2006.
3. Иманалиев М.И., Алексеенко С.Н. К теории системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных типа Уизема// ДАН. -1992. –Т. 325, -№ 6. – С. 1111-1115.
4. Асанов А., Сулайманов Б.Э. Обратная задача для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений //Труды международной научной конференции, посвященной 70-летию академика Иманалиева М. И., "Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике". –Бишкек: Вестник КГНУ им Ж. Баласагына, 2001. -Сер.3. - Вып. 6. - С. 74-79.
5. Асанов А., Сулайманов Б.Э. The inverse problem for differential equation of the whitham.// Обратные и некорректные задачи прикладной математики: Тр. 13 - Байкальской междунар. школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения», Иркутск, Байкал, 2005года. Том 3: ИСЭМ СО РАН –2005, -С. 207-211.
6. Сулайманов Б.Э. Обратная задача для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных|| Вестник ТарГУ им. Дулати, «природопользование и проблемы антропосферы» – Тараз: ТарГУ, 2002. Вестник ТарГУ, №2(6), -С. 32-46.
7. Асанов А., Сулайманов Б.Э., Токтогулова А.Ш. Об одной обратной задаче для систем дифференциальных уравнений типа Уизема// Материалы международной научно технической конф. «Иновации в образовании, науке и технике» посв. 100-летию первого проректора ФПИ-КГТУ проф. Сухомлинова Том 2, Бишкек, 2006.
8. Асанов А., Сулайманов Б. Э. Обратная задача для нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка// Труды международной конференции «Современной технологии и управление качеством в образовании, науке и производстве: опыт адаптации и внедрения». –Бишкек: Вестник КТУ им. И. Раззакова, –2001. -№5. –С. 221-225.
9. Асанов А., Сулайманов Б. Э. Нелинейная обратная задача для дифференциальных уравнений типа Уизема // Вестн. КГНУ. Бишкек, 2001. Сер. 3, Вып. 5. – С. 102-106.
10. Асанов А., Сулайманов Б. Э. Об одной обратной задаче для дифференциальных уравнений с частными производными // Вестн. Технол. Ун-та «Дастан». – Бишкек, 1999 – № 2 – С. 9-14.