

НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА СЕПАРАЦИИ ДИСПЕРСНОГО МАТЕРИАЛА НА ВИБРИРУЮЩЕМ СИТЕ

Федосов Сергей Викторович, д.т.н., профессор кафедры «Технологии вяжущих веществ и бетонов» НИУ МГСУ, академик РААСН, Россия, 129337, Москва, Ярославское шоссе, 26, корпус УЛК, каб. 522, e-mail: FedosovSV@mgsu.ru;

Огурцов Валерий Альбертович, зав. кафедрой «Архитектуры и строительства» ИВГПУ, д.т.н., проф., Россия, 153000, Иваново, ул. Красных Зорь, 25, к. 2-415, e-mail: ogurtzovvawork@mail.ru;

Румянцева Варвара Евгеньевна, д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Естественных наук и техносферной безопасности» ИВГПУ, советник РААСН, 153000, г. Иваново, Шереметевский пр., 21, к. У-411, e-mail.: k_nfh@ivgpu.com;

Логинова Анна Николаевна, магистрант кафедры «Естественных наук и техносферной безопасности» ИВГПУ, 153000, г. Иваново, Шереметевский пр., 21, к. У-411, e-mail: k_nfh@ivgpu.com.

Аннотация. При математическом моделировании процесса сепарации дисперсного материала на вибрирующем сите используются детерминистические и стохастические подходы. Детерминистические модели описывают движение одиночных частиц над вибрирующей просеивающей поверхностью. Принимаемые при этом допущения существенно упрощают физическую модель процесса. Вероятностные модели учитывают многообразие факторов, влияющих на процесс вибросепарации. В работе предлагается один из вариантов стохастического подхода описания закономерностей движения частиц дисперсного материала – математический аппарат теории цепей Маркова. Особенностью предлагаемой модели является то, что скорость сегрегации не считается постоянной, а меняется в зависимости от состояния ячеек цепи, что позволяет учитывать изменение концентрации мелких частиц в сепарируемом слое дисперсного материала.

Ключевые слова: цепь Маркова, просеивающая поверхность, кинетика, высота слоя, скорость извлечения, сегрегация, вектор состояния, матрица переходных вероятностей.

NONLINEAR MODEL OF DISPERSED MATERIAL SEPARATION PROCESS ON VIBRATING SIEVE

Fedosov Sergey Viktorovich, Professor of the Department of technology of binders and concretes OF NRU MGSU, academician of RAASN, doctor of technical Sciences, prof., Russia, 129337, Moscow, Yaroslavl highway, 26, ULK building, office 522, e-mail: FedosovSV@mgsu.ru;

Ogrtsov Valery Albertovich, head. Department of architecture and construction of IVGPU, doctor of technical Sciences, prof., Russia, 153000, Ivanovo, ul. Krasnykh Zor, 25, K. 2-415, e-mail: ogurtzovvawork@mail.ru;

Rumyantseva Varvara Evgenievna, head. Department of natural Sciences and technosphere safety of IVGPU, adviser of the RAASN, doctor of technical Sciences, prof., 153000, Ivanovo, Sheremetev Ave., 21, K. U-411, e-mail.: k_nfh@ivgpu.com;

Loginova Anna Nikolaevna, master's student of the Department of natural Sciences and technosphere safety of IVGPU, 153000, Ivanovo, Sheremetev Ave., 21, K. U-411, e-mail: k_nfh@ivgpu.com.

Abstract. In mathematical modeling of dispersed material separation process on a vibrating sieve, deterministic and stochastic approaches are used. Deterministic models describe the movement of single particles over a vibrating screening surface. The assumptions made in this case greatly simplify the physical model of the process. Probabilistic models take into account the variety of factors affecting the process of vibration separation. The paper proposes one of the variants of the stochastic approach for describing the laws of dispersed material particles motion - the mathematical apparatus of the theory of Markov chains. A feature of the proposed model is that the segregation rate is not considered constant, but varies depending on the state of the chain cells, which allows taking into account the change in the concentration of small particles in the separated layer of dispersed material.

Key words: Markov chain, screening surface, kinetics, layer height, rate of extraction, segregation, state vector, matrix of transition probabilities.

Механическая сепарация, то есть разделение дисперсного материала по размерам частиц на вибрирующих ситах, широко распространена в строительной, химической, горнодобывающей и других отраслях промышленности. Вибрационное воздействие со стороны сита на сыпучую среду приводит к псевдооживлению материала, коэффициенты сухого трения между частицами резко уменьшаются, частицы легко перемещаться друг относительно друга. Движение частиц внутри виброоживленного слоя обусловлено двумя механизмами: диффузионным, когда частицы двигаются друг относительно друга по аналогии с молекулярной диффузией в жидкостях и газах, и сегрегационным, когда происходит расслоение частиц по крупности (мелкие частицы, как правило, перемещаются вниз к ситам, а крупные – «всплывают» вверх) [1].

При моделировании процесса сепарации дисперсного материала, когда частицы распределены по вибрирующему ситам тонким слоем, используют детерминистический подход [2 – 4]. Большинство моделей этого подхода рассматривает движение одиночной частицы. Физическая картина процесса существенно упрощается. Учитывается влияние некоторых факторов на процесс сепарации, которые авторы считают определяющими [2].

Для увеличения производительности классифицирующего оборудования приходится подавать сыпучий материал на просеивающую поверхность толстым слоем. Мелкой частице необходимо некоторое время, чтобы пройти к ситам через слой сыпучего материала. Для описания закономерностей движения мелких частиц по виброоживленному слою и процесса их проникновения через ячейки сита используется стохастический подход, который позволяет учитывать широкий ряд случайных свойств дисперсионных материалов и разнообразие вибровоздействия сита на сыпучую среду.

Стохастический подход использует дисперсионное уравнение [1,7], имеющее вид:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \text{div}(-c \cdot \vec{V} + D \cdot \text{grad} c), \quad (1)$$

где $c(\vec{r}, t)$ – плотность вероятности распределения частиц определенной фракции сыпучего материала по виброожигенному слою, D – коэффициент макродиффузии, а V – скорость сегрегации.

Уравнение (1) упрощается до линейного случая:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -V \frac{\partial c}{\partial x} + D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad (2)$$

где: c – плотность вероятности положения частицы определенной фракции оказаться в момент времени t в координате x . Скорость сегрегации V и коэффициент макродиффузии D считаются постоянными величинами для частиц узкого класса крупности. Начальное условие уравнения (2) есть распределение частиц узкого класса крупности по слою сыпучего материала. Первое граничное условие соответствует отсутствию потока частиц через верхнюю границу слоя. Второе – затрудненности проникновения мелких частиц через отверстия сита. Решение уравнения (2) есть зависимость распределения мелких частиц по высоте слоя в различные моменты времени, которое представляет собой ряды Фурье, имеющие плохую сходимость. Решение уравнения (2) включает решения дополнительных трансцендентных уравнений для определения собственных чисел тригонометрических рядов, что требует использования численных методов. Получить аналитическую зависимость распределения мелких частиц по высоте слоя в различные моменты времени, учитывающую уменьшение высоты слоя, характеристики колебаний сита, размер частиц и отверстий сита, невозможно.

Эффективным для моделирования закономерностей движения частиц по виброожигенному слою и их проникновения через отверстия сита, учитывающим многообразие факторов процесса вибросепарирования, является математический аппарат теории цепей Маркова, реализованный в среде MATLAB [5].

Слой материала разбивается на m ячеек. Вероятность принадлежать к одной из ячеек для частицы рассматриваемой фракции соответствует их относительной концентрации в ячейке. Полный набор этих вероятностей есть вектор состояния ячеек цепи:

$$C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_m \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Частицы рассматриваемой фракции в течение малого промежутка времени Δt могут переместиться только в соседние ячейки. На рис.1 показаны вероятности перехода частиц вверх (диффузионная составляющая d) и вниз (диффузионная составляющая d и сегрегационная составляющая v).

Эти составляющие связаны с параметрами дисперсионного уравнения (2) соотношениями

$$v = \frac{V \Delta t}{\Delta x}; \quad (4)$$

$$d = \frac{D \Delta t}{\Delta x^2}, \quad (5)$$

где V – размерная скорость сегрегации, D – размерный коэффициент макродиффузии.

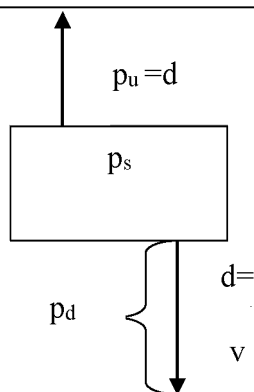


Рис.1. Схема переходных вероятностей ячейки слоя

Будем определять состояние ячеек цепи на наличие в них частиц рассматриваемой фракции в различные моменты времени $t_k=(k-1)\Delta t$, $k=1,2,\dots$, где k – номер перехода (аналог времени), с помощью матричного рекуррентного равенства:

$$C^{k+1} = PC^k, \tag{6}$$

где: P – матрица переходных вероятностей, которая имеет вид:

$$P^k = \begin{bmatrix} p_{s1}^k & p_{u2}^k & 0 & \dots & 0 & 0 \\ p_{d1}^k & p_{s2}^k & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & p_{d2}^k & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & p_{s(m-1)}^k & p_{um}^k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{d(m-1)}^k & p_{sm}^k \end{bmatrix}, \tag{7}$$

где p_u^k – вероятности перейти в течение Δt в верхнюю соседнюю ячейку, p_d^k – вероятности перейти в течение Δt в нижнюю соседнюю ячейку и p_s^k – вероятности в течение Δt остаться в данной ячейке.

В ряде работ [1, 5, 6] считается, что приведенные стохастические коэффициенты d и v постоянны для частиц рассматриваемой фракции сыпучей среды в течение всего времени пребывания сыпучего материала на поверхности сита. Однако при переходе частиц из верхней ячейки слоя в нижнюю математически возможно переполнение нижних ячеек частицами сыпучей среды, что физически невозможно.

Вероятности переходов из i -й ячейки рассчитываются по формулам:

$$p_{ui}^k = d = const; \tag{8}$$

$$p_{si}^k = d + v_0(1 - C_{i+1}^k); \tag{9}$$

$$p_{di}^k = 1 - p_{ui}^k - p_{si}^k, \tag{10}$$

где v_0 – скорость сегрегации частиц мелкой фракции в ячейку без таких частиц, а множитель $(1 - C_{i+1}^k)$ учитывает замедление скорости сегрегации по мере заполнения следующей ячейки частицами мелкой фракцией.

Выход частиц мелкой фракции в подситовое пространство может быть описан следующим образом. На каждом временном переходе после воздействия на вектор состояния C^k матрицей P из нижней ячейки цепи выводится доля v_f^k содержащейся в ней частиц мелкой фракции по методике, изложенной в [7]. Выход частиц мелкой фракции из ниней ячейки слоя в подситовое пространство составит

$$q^{k+1} = C_m^{k+1} \cdot v_f^k, \quad (11)$$

а оставшаяся в ней доля частиц мелкой фракции равна

$$C_m^{k+1} := C_m^{k+1} (1 - v_f^k), \quad (12)$$

где := – оператор присваивания.

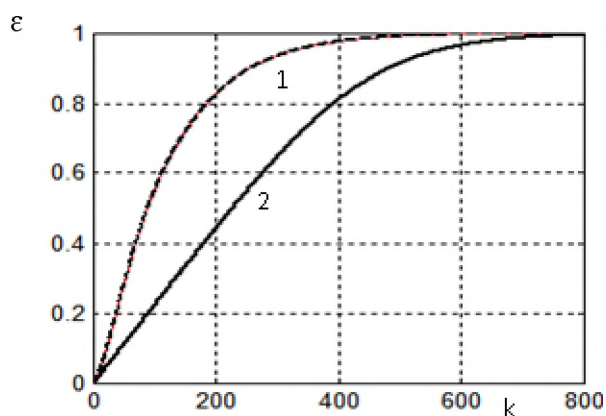
Кинетика сепарации частиц мелкой фракции за $k+1$ переход рассчитывается по формуле

$$\varepsilon^{k+1} = \sum_0^{k+1} q^{k+1}. \quad (13)$$

Характер движения материала внутри слоя, отражается на выходе частиц мелкой фракции в подрешетный продукт. Влияние нелинейности модели иллюстрируется на рис.2а, где приведена кинетика вибросепарации, рассчитанная при $d=0,2$; $v_0=0,2$; $v_f=0,02$.

Сравнение кривых кинетики процесса показывает, что линейная модель дает завышенные результаты по времени сепарирования. Так при извлечении частиц мелких фракций из исходной смеси 80% время сепарирования по линейной модели в 2 раза меньше времени сепарирования, определенного по нелинейной модели. На рис. 2б, аргумент нормирован на величину k_{50} – время процесса извлечения половины частиц мелкой фракции из исходной смеси. Видно, что график кинетики сепарирования, рассчитанный по нелинейной модели отстает от графика, рассчитанного по линейной модели.

а)



б)

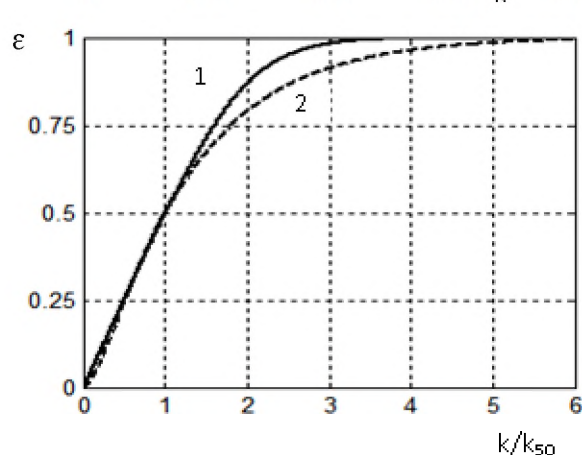


Рис. 2. Сравнение кинетики вибросепарации по линейной (1) и нелинейной (2) модели

Уменьшение высоты слоя сыпучего материала на сите учитывается в предлагаемой модели процесса следующим образом. Частицы мелкой фракции более интенсивно уходят из верхних ячеек цепи. В какой-то i – й ячейке содержание частиц мелкой фракции C_i^k

становится меньше некоторой наперед заданной малой величины, то содержание C_i^k переносится в следующую $i+1$ ячейку. Содержание фракции в i -й ячейке приравнивается к нулю. Таким образом, запираются i верхних ячейки цепи. Оставшиеся внизу ячейки составляют новую высоту слоя.

Сыпучий материал находится на сите в виброожиженном состоянии. Его поведение аналогично поведению капельной жидкости, а скорость проникновения частиц мелкой фракции сквозь сито может рассматриваться как скорость истечения жидкости под напором, определяемым высотой слоя или числом работающих ячеек $m - i$.

Поэтому в первом приближении можно принять, что

$$v_f^k = v_{f0} \left(\frac{(m - i(k))}{m} \right)^{0,5}, \quad (14)$$

где $(m - i(k))$ – выраженная через число ячеек переменная высота слоя, v_{f0} – скорость проникновения мелких частиц через отверстия сита при начальной высоте слоя, выраженная через m ячеек слоя.

На рис.3 показано, что на начальной стадии кинетика сепарации в случаях, когда скорость извлечения мелких частиц из исходной смеси постоянная и переменная, почти одинакова. Однако с дальнейшим убыванием скорости извлечения процесс сепарации заметно замедляется.

Введение зависимости интенсивности извлечения от высоты слоя, вызванного перемещением из верхних ячеек слоя частиц мелкой фракции, повышает на 15% точность определения степени извлечения в ее реальном рабочем диапазоне 70 – 85%.

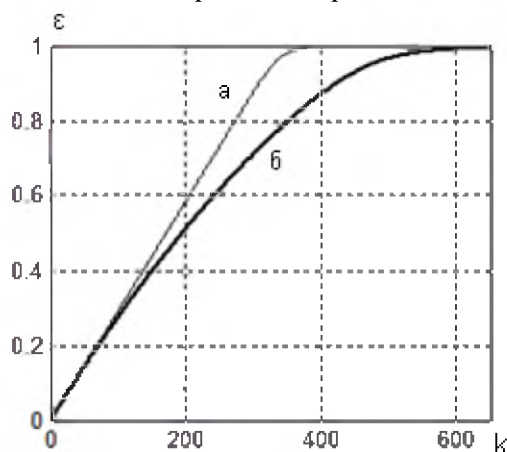


Рис.3. Кинетика извлечения мелкой фракции при постоянной (а) и переменной (б) скорости извлечения

Для исследования движения частиц по виброожиженному слою и извлечения мелких частиц из бинарной смеси в подситовое пространство была создана лабораторная установка, принципиальная схема и вид которой показаны на рис.4. Установка представляла собой плоский экран из прозрачных пластин, который мог совершать колебания с помощью вибропривода. Внутри экрана находились частицы, которые могли перемещаться друг относительно друга. Их размер составлял 5 и 11 мм. Мелкие частицы перемещались вниз к сити и проваливались в подситовое пространство. Размер отверстия сита составлял 8 мм.

Опыты проводились при следующих параметрах вибровоздействия сита на слой материала: частота колебаний экрана – 15 Гц, амплитуде колебаний – 10 мм. Начальная концентрация мелких частиц в слое сыпучего материала составляла 50%. Полное время процесса – 60 секунд. В расчетах число ячеек принималось $m = 4$. Число временных переходов – 300 ($\Delta t = 0,2$ с).

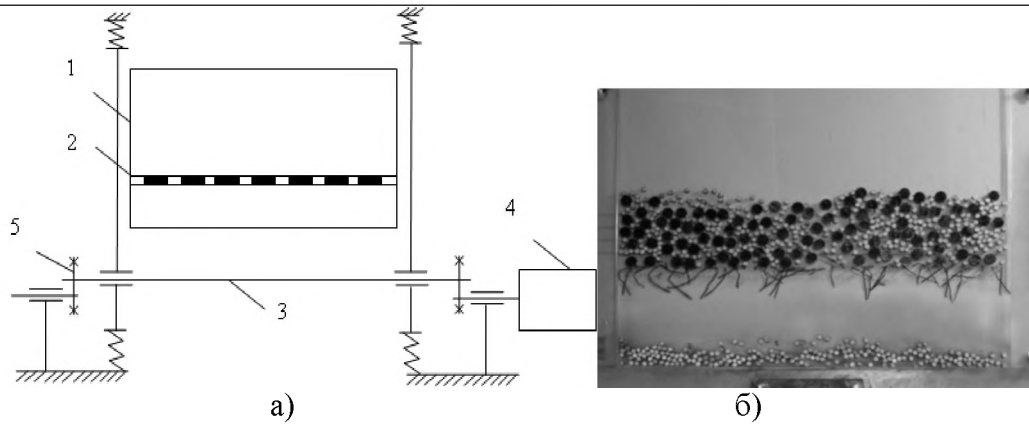


Рис.4. Схема установки (а) и вид экрана (б) с бинарной смесью частиц для сепарации: 1 – прозрачный экран, 2 – сито, 3 – эксцентриковый вал, 4 – электродвигатель с регулируемым числом оборотов, 5 – винты для изменения амплитуды колебаний экрана

Сравнения расчетных и экспериментальных значений извлечения мелких частиц в подситовое пространство в различные моменты времени позволили определить безразмерные стохастические параметры модели: коэффициент макродиффузии $d = 0,005$, начальную скорость сегрегации $v_0 = 0,026$, начальную скорость проникновения частиц через отверстия сита $v_{\theta} = 0,21$.

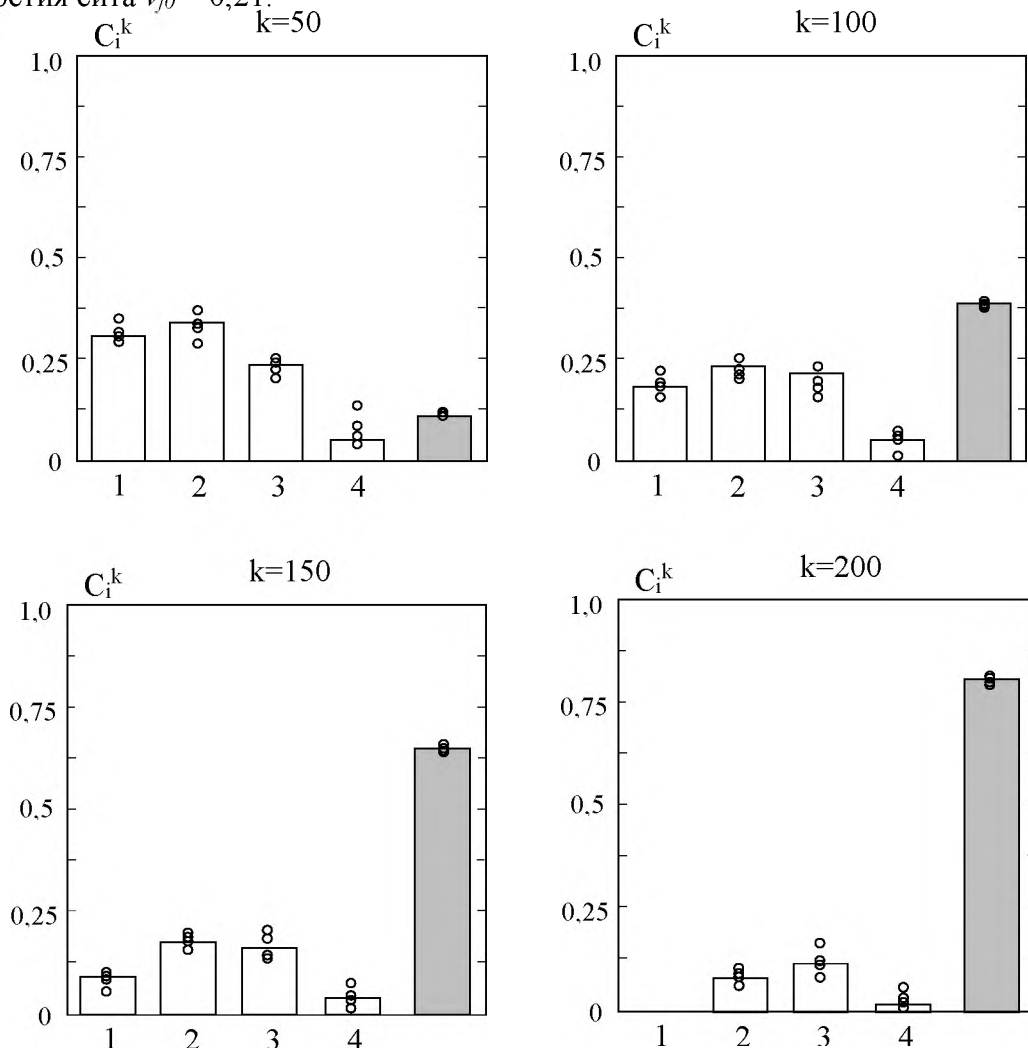


Рис. 5. Опытные и расчетные данные распределения содержания мелкой фракции по высоте слоя и степень их извлечения в подситовое пространство в различные моменты времени

Результаты расчетов проверялись идентификацией экспериментального и расчетного распределения частиц мелкой фракции по виброоживленному слою. На рис. 5 представлены опытные и расчетные данные распределения содержания частиц мелкой фракции по высоте слоя и относительное количество их извлечения в подситовое пространство.

На рис. 5 расчетные значения извлечения частиц мелкой фракции в различные моменты времени выделены серым цветом. Их расхождение с экспериментальными значениями составило 0,9%. Расхождение расчетных и экспериментальных данных по распределению относительной концентрации мелких частиц по ячейкам слоя более существенно, особенно для ячеек, у которых большинство мелких частиц перешло в нижние ячейки слоя, а далее в подситовое пространство.

При количестве переходов $k = 200$, что соответствует времени сепарирования 40 секунд, слой уменьшается на одну ячейку. Результаты расчетов также подтверждают уменьшение высоты слоя на одну ячейку за это время. При обработке экспериментальных данных оказалось, что среднее значение расхождений опытных и расчетных концентраций мелких частиц по всем ячейкам слоя в рассмотренные моменты времени составило 12,2%.

Заключение

Удовлетворительное совпадение расчетных и опытных данных, к которым относятся интегральные показатели процесса – кинетики извлечения частиц мелких фракций из исходной сыпучей смеси и локальные характеристики процесса – распределение мелких частиц по слою в различные моменты времени, подтвердило правомерность применения нелинейной модели вибросепарации. Это позволяет положить предлагаемую модель в основу инженерного метода расчета промышленных аппаратов для разделения по фракциям дисперсионных материалов.

Литература

1. Мизонов В.Е., Огурцов В.А., Федосов С.В., Огурцов А.В. Процессы сепарации частиц в виброоживленном слое: моделирование, оптимизация, расчет. Иваново: ИГЭУ, 2010. 191 с.
2. Кондратьев А.В., Кочкян С.М., Перхуров А.И., Вересов М.И., Виноградов А.В. Влияние углов наклона желобообразного валкового сита на результативность грохочения // Строительные и дорожные машины. -2015. № 4. С. 52-54.
3. Пелевин А. Е. Вероятность прохождения частиц через сито и процесс сегрегации на вибрационном грохоте // Известия вузов. Горный журнал.- 2011. № 1. С. 119 – 129.
4. Овчинников Д.А., Уваров В.А., Шерemet Е.О. Моделирование процесса сепарации цемента // Механизация строительства. - 2017. - №12. С. 34 – 38.
5. Огурцов В.А., Федосов С.В., Мизонов В.Е. Моделирование кинетики виброгрохочения на основе теории цепей Маркова // Строительные материалы. – 2008. - № 5. – С. 33 – 35.
6. Блехман И.И., Блехман Л.И., Вайсберг Л.А., Васильков В.Б., Якимова К.С. О явлении вибрационной диффузионной сегрегации в сыпучих средах // Доклады Академии наук. 2016. Т. 466. № 1. С. 30–32.
7. Огурцов В.А., Алешина А.П., Гриценко М.А., Огурцов А.В. Определение вероятности проникновения частиц мелкодисперсного материала через отверстия ситового тканого полотна при вибросепарации // Изв. Вузов. Технология текстильной промышленности. – 2017, № 1. С. 262 – 265.