УДК: 51 (07): 371.3

Төлөгожоева Н. О., К. Тыныстанов ат. ЫМУ

ОРТО МЕКТЕПТЕ ТЕОРЕМАЛАРДЫ ЖАНА АЛАРДЫН ДАЛИЛДӨӨЛӨРҮН ОКУТУУНУН ТЕХНОЛОГИЯЛАРЫ

Макала мектеп геометриясынын теоремаларын жана алардын далилдөөлөрүн окутуунун методикасына арналган. Теореманын логикалык структурасын сапаттуу өздөштүрүү менен, анын формулировкасын жана далилдөөсүн бир катар логикалык кадамдарга ажыратуу жана ар бир кадамды негиздеп берүүгө аракет жасалган.

Өзөктүү сөздөр: *теорема, шарт, корутунду, тезис, аргумент, түз жана тескери теорема.*

Төлөгожоева Н. О., ИГУ им. К. Тыныстанова

ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ ТЕОРЕМ И ИХ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Статья посвящена методике преподавания теорем школьной геометрии и их доказательствам. Качественно усвоив логическую структуру теоремы, было предпринято действие расчленять ее формулировку и доказательство на отдельные логические шаги и обосновывать каждый шаг.

Ключевые слова: *теорема, условия, заключения, тезис, аргумент, прямая и обратная теорема.*

Tologojoeva N. O., Tynystanov Issyk-Kul State University

TECHNOLOGIES OF TEACHING THEOREMS AND THEIR PROOF IN SECONDARY SCHOOL

The article is devoted to the methods of teaching theorems in school geometry and their proofs. Having qualitatively assimilated the logical structure of the theorem, an action was taken to dismember its formulation and proof into separate logical steps and substantiate each step.

Key words: *theorem, conditions, conclusions, thesis, argument, direct and inverse theorem.*

Жалпы билим берүүчү орто мектептерде математиканы окутуунун негизги максаттарынын бири болуп окуучулардын логикалык ойлоосун өстүрүү, акылынын өнүгүшүн камсыз кылуу эсептелет. Көрсөтүлгөн максаттарды ишке ашырууда математикалык сүйлөмдөрдү, анын ичинде теоремаларды жана алардын далилдөөлөрүн талап кылынгандай деңгээлде окутуунун мааниси өтө чоң. Аныктамаларды, аксиомаларды, теоремаларды жана алардын далилдөөлөрүн системалуу түрдө окуп-үйрөнүү процессинде окуучулардын аң-сезиминде акыл эмгегинин көндүмдөрү акырындык менен калыптанып олтурат.

Математикада гана эмес, жалпысынан алганда, турмушубузда ар бир маданияттуу адам өз оюн, көз карашын негиздеп, далилдеп бере алуусу зарыл. Тигил же бул теореманын далилдөөсүн үйрөтүп жатып, мугалим окуучулардын математикалык ой жүгүртүүсүн өнүктүрөт.

Математиканы окутууда теореманын ролу жана алардын далилдөөсү көп кырдуу:

- теорема жана аны далилдөөсү кийинки теориялык материалдарды түшүндүрүүдө жана ар кандай маселелерди чечүүдө колдонулуучу математикалык фактылар менен окуучуларды куралдандырат;

- далилдөө логикалык талкуулоо (логиканын закондорун жана корутунду чыгаруунун эрежелерин аң-сезимдүү колдонуу, түз жана тескери теореманы, түшүнүктүн белгилерин жана касиеттерин, зарыл жана жетиштүү шарттарды айырмалай билүү, сүйлөмдү түрдүү формада формулировкалоо ж.б.) көндүмдөрүн өстүрөт;

- далилдөө окуучулардын өз ой жүгүртүүсүн негиздүү аткарууга, аналитика-синтетикалык методду колдонуп, ой жүгүртүүнүн рационалдуу жолун жазууга үйрөтөт;

- теореманы далилдөө математиканын дедуктивдүү мүнөзүн билүүгө да мүмүнчүлүк түзөт;

- теореманы далилдөөдө жалпы учурда далилдөөнүн өзүн аткаруу билгичтиги окуучуларда өнүгөт, далилдөө учурунда тезисти-талапты жана шартты бөлүп көрсөтүү менен, далилдөөнүн өзүн жана аны ишке ашыруунун жалпы ыкмаларын үйрөтүү, ирети менен аткарылуучу бир катар логикалык кадамдарга ажыратуу жана ар бир кадамды негиздөө, натыйжаны алуу, теореманын формулировкасын анализдөө, далилдөөнү издөө, математикалык кырдаалды изилдөө ж.б. менен байланышкан көндүмдөр калыптанат.

Демек, теореманы окуучулардын далилдей билүүсү окутуунун бардык мезгилинде математиканы терең жана аң-сезимдүү окуп үйрөнүүсүнө мүмкүнчүлүк түзөт.

Азыркы учурда өлкөбүздүн мектептеринде геометрия кыргыз авторлорунун жана котормо окуу китептери менен окутулууда. Алсак, И. Бекбоев ж.б. “Геометрия 7-9”, “Геометрия 10-11”, А. Погорелов ж.б. “Геометрия 7-11” окуу китептери. Бул окуу китептеринде берилген теоремалардын системасы жана алардын далилдөөлөрү негизделип берилгенин билебиз. Бирок теореманы далилдөө кадамдарын окуучулар өз алдынча өздөштүрүп кетүү кыйынчылыгы жаралууда.

Методикалык адабияттарда теореманы окутуп үйрөтүү ишин этаптар боюнча жүргүзүү керектиги айтылат [3: 18-19]. Алардын кээ бирине токтолуп кетсек, 2- жана 3-этаптарда теореманын мазмунун алдын-ала ачып берүү; теореманын структурасынын үстүнөн иштөө каралган.

Теореманын формулировкасын жана далилдөөсүн түшүнүү аны колдоно алуу оорчулугун жоюуда теореманын шартын жана корутундусун, берилишин жана талабын бөлүп көрсөтүү зарыл. Эгерде теореманын формулировкасы шарттуу формада эмес, категориялык формада берилсе, анда аны аткаруу оорчулугу туулат. Ошондуктан категориялык формадан шарттуу формага жана тескерисинче берүү дайыма эле жеңил эмес. Бул учурда окуучуларга төмөндөгүдөй тапшырмалар берүү сунушталат.

1. а) Пифагордун теоремасын; б) үч бурчтуктун бурчтарынын суммасы жөнүндө теореманы; в) Виеттин теоремасын; г) трапециянын орто сызыгы жөнүндө теореманы шарттуу формада формулировкалагыла.

2. а) үч бурчтуктардын барабардык белгилерин; б) түз сызыктардын параллелдик белгилерин ж.б. категориялык формада формулировкалагыла.

Теореманы формулировкалоодо окуучулар талап кылына турган теореманын ордуна берилген теореманын тескерисин беришет. Тескери теоремалар боюнча суроолорду окуп үйрөнүп, түшүнүктүн касиеттерин жана белгилерин айырмалай билүүнү калыптандыруу менен айтылган логикалык каталардан арылышат. Ошондуктан тескери теорема жөнүндө түшүнүк геометрия курсунун башында эле каралат. Бул учурда окуучуларды берилген теоремага тескери болгон сүйлөмдү түзүүгө жана анын чын экендигин аныктоого үйрөтүү зарыл. Кандайдыр бир теоремага тескери болгон сүйлөм чын болбойт, мында эки түшүнүктү: түз жана тескери теореманы туура пайдаланышына мүмкүнчүлүк түзүлөт. Тескери теореманын формулировкасын өзгөртүүдө кыйынчылык болушу мүмкүн, мисалы, төмөнкү теоремаларда: а) ромбдун диагоналдары перпендикулярдуу; б) параллелограммдын диагоналдары кесилишсе, тең экиге бөлүнөт.

Мындай кырдаалдан чыгыш үчүн теореманын формулировкасынан түшүндүрүүчү бөлүгүн көрсөтүү керек. Алсак, эгерде төрт бурчтук параллелограмм болсо, анда анын диагоналдары кесилишет жана кесилишкен чекитте тең экиге бөлүнөт. “Төрт бурчтук” термини теореманын шартынын түшүндүрүүчү бөлүгүн түзөт.

Макалабызда окуучулардын логикалык ой жүгүртүүлөрүн өнүктүрүүдө, математикалык маданиятын жакшыртууда теореманын логикалык структурасын жана анын логикалык далилдөөсүн берүү чоң мааниге ээ жана аларды окутуу жолдорун баяндоого токтолмокчубуз.

Логикалык структурасы боюнча теорема:

- түшүндүрүүчү бөлүгү
- теореманын шарты
- теореманын корутундусу

Теорема. *Тик бурчтуу үч бурчтукта гипотенузанын квадраты катеттердин квадраттарынын суммасына барабар.*

- **түшүндүрүүчү бөлүгү:** жактары а, в, с болгон каалаган үч бурчтук
- **теореманын шарты:** Тик бурчтуу үч бурчтук

теореманын корутундусу: гипотенузанын квадраты катеттердин квадраттарынын суммасына барабар: $\boxed{c^2 = b^2 + a^2}$

Теореманын шарты жана корутундусунун санына жараша: <u>жөнөкөй жана татаал</u> теорема болуп эки класска бөлүнөт. Жөнөкөй теореманын бир шарты жана бир корутундусу болсо, ал эми татаал теореманын бир нече шарты, же бир нече корутундусу, же бир нече шарты жана корутундусу болот. Мисалы, Пифагордун теоремасы жөнөкөй теорема жана категориялык формада берилген.

Шарттуу формасы: Эгерде үч бурчтук тик бурчтуу үч бурчтук болсо, анда гипотенузанын квадраты катеттердин квадраттарынын суммасына барабар болот.

Теореманын шарттуу формасын “Эгеде А болсо, В болот” же импликация түрүндө

“А =>В” беребиз. Мында А- теореманын шарты, В- кортундусу.

Ар бир теорема структурасы боюнча $(\forall x)\ (A(x) \Rightarrow B(x))$ түрүндө берилет. $\forall x$-квантордук операция теореманын түшүндүрүүчү бөлүгүн билдирет. Мисал катары төмөнкү теореманы берели.

Теорема. *Эгер тегиздикте жатпаган түз сызык ушул тегиздиктеги кандайдыр бир түз сызыкка параллель болсо, анда ал тегиздиктин өзүнө да параллель болот.*

Символдордун жардамы менен бул теореманы төмөндөгүчө жазууга болот:

$$(\forall a, в, \alpha)\ (a, в \text{ –түз сызыктар})\ [(a \not\subset \alpha \ \&\ в \subset \alpha \ \&\ a \,//\, в\,) \Rightarrow (\ a \,//\, \alpha\ )\ ]$$

түшүндүрүүчү бөлүгү шарты корутундусу

Геометриянын систематикалык курсунун башында эле теореманын шартын жана корутундусун канчалык деңгээлде түшүнүктүү кылып жазуу керектиги жөнүндө суроо коюлат. Бул суроого жооп бериш үчүн, каалаган теореманын формулировкасы категориялык же шарттуу формада экендигин ажырата билүү менен, категориялык форманы шарттуу формада берүүгө үйрөтүү керек. Анткени теореманын структурасынан (түшүндүрүүчү бөлүгү, шарты жана корутундусу) ачык айкын көрүнүп турат.

Мугалим теореманын формулировкасына анализ жүргүзүүдө, теореманы формулировкалоодо анын ар бир элементинин маанисин түшүндүрүү менен окуучулар тарабынан кетириле турган каталарды алдын ала көрө билип, жоюуга тиешелүү иш-чараларды аткарууга туура келет. Мектеп геометрия курсунан мисал келтирели. "Үч бурчтуктагы көрүнүктүү төрт чекит" деген түшүнүктү калыптандырууда төмөндөгү теоремаларды карап чыгуу керек.

1-теорема. Үч бурчтуктун биссектрисалары бир чекитте кесилишет.

2-теорема. Үч бурчтуктун жактарынын ортосуна тургузулган перпендикулярлар бир чекитте кесилишет.

3-теорема. Үч бурчтуктун бийиктиктерин камтыган түз сызыктар бир чекитте кесилишет.

4-теорема. Үч бурчтуктун медианалары бир чекитте кесилишет, ал чекитте ар бир медиана чокудан тартып 2:1 катышта болот.

Бул теоремалардын анализи көрсөткөндөй, 3-теореманын формулировкасы башка теоремалардын формулировкаларынан айырмаланат. Теоремада үч бурчтуктун бийиктиги жөнүндө эмес, бул бийиктиктерди камтыган сызыктар жөнүндө баяндалып жатат.

Теорема – бул далилденүүчү сүйлөм. Логикалык көз караш менен караганда, теоремалар − бул чын деген гана маанини алуучу айтылыштар. Ошондуктан теореманы төмөндөгүдөй $A \Rightarrow B$ айтылыштардын импликациясы аркылуу беребиз. В чын болгондо гана импликация чын болору белгилүү.

$A \Rightarrow B$ деген импликацисы берилип, ал импликация чын болсун.

Мында В айтылышы А нын зарыл шарты болот. В нын аткарылбай тургандыгынан А нын да түздөн-түз орун албай тургандыгынан келип чыгат.

А айтылышы В нын жетиштүү шарты болот. А нын болушу В нын болушун камсыз кылганда орун алат. Мисал катары төмөндөгү теореманы карайлы.

Теорема. *Вертикалдуу бурчтар барабар (категориялык формада).*

Шарттуу формасы: Эгерде бурчтар вертикалдуу болсо, анда алар барабар болот.

1. ***Бурчтардын барабардыгынын жетиштүү шарты.*** Бурчтардын барабар болушу үчүн, анын вертикалдуу болушу жетиштүү.

2. ***Вертикалдык бурчтардын зарыл шарты.*** Бурчтар вертикалдуу болушу үчүн, алардын барабар болушу зарыл.

Жогорудагы теоремада эки бурчтун барабар болушу үчүн алардын вертикалдуу болушу жетиштүү, бирок зарыл эмес. Анткени эки бурч барабар дегенден эле алардын вертикалдуу экендиги келип чыкпайт: барабар болгон, бирок вертикалдуу эмес эки бурчту (мисалы, жандаш барабар эки бурчту) көрсөтүүгө болот.

Логикалык далилдөө үч негизги бөлүктөн турат:

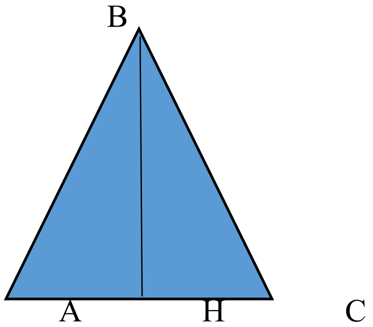
1) Тезис – далилденүүчү сүйлөм (кыскача, эмне далилденет).

2) Негиздер же аргументтер – далилдөөдө таяныч боло турган ой-пикирлер

(кыскача, эмнеге таянылат, эмненин негизинде).

3) Демонстрация же далилдөө ыкмасы – кабыл алынган негиздерден (шарттардан) берилген тезисти далилдейт.

Теорема. Тең капталдуу үч бурчтуктун негизине жүргүзүлгөн медиана биссектриса болуп эсептелет.



Т Б-ди. Δ **ABC**- тең капталдуу
Е AC- негизи
З BH- медиана
И Д-син. BH - биссектриса
С

Далилдөө (демонстрация)

1) BH - Δ *ABC* тун медианасы (шарт боюнча)
2), 1) ⇒ AH=CH
3) Δ *ABC*.- тең капталдуу, AC- негизи
4), 3) ⇒ AB = BC
5) Барабар кесиндилердин рефлексивдүүлүгү
6) BH- кесинди
7),6) ⇒ BH=BH
8) Δ дын = нын III белгиси боюнча
9) Δ *ABH жана* Δ *BHC* : AB = BC, AH=CH, BH- жалпы жак
10), 9) ⇒ Δ *BAH* = Δ *BCH*
11) Барабар үч бурчтуктарды аныктоо.
12) Δ *BAH* = Δ *BCH*, *<ABH жана < CBH* – барабар жактардын каршысында жатат
13), 12) ⇒ *<ABH = < CBH*
13) Үч бурчтуктун биссектрисасын аныктоо
14) <ABC, *<ABH = < CBH*
15), 14) ⇒ BH-биссектриса

Жыйынтык: Аргументтер – далилдөөдө таяныч боло турган ой-пикирлер колдонулду. Алсак, а) теореманын шартында берилгендер; б) мурда далилденген теоремалар; в) аксиомалар; г) аныктамалар.

Адабияттар:

1. Бекбоев И. Б. ж.б. Геометрия: Орто мектептин 7-9-кл. үчүн окуу китеби. -Б.: Педагогика, 2000.

2. Бекбоев И. Б. Салыков С. С. Геометрияны 7-9-класстарда окутуу: Мугалимдер үчүн методикалык колдонмо. -Б.: Педагогика, 2000.

3. Салыков С. С. Теоремалар жана алардын далилдөөлөрүн окутуу методикасы: Методикалык колдонмо. -Каракол, 2009.

4. Погорелов А. В. Геометрия. Орто мектептин 7-11-классы үчүн окуу китеби. -Б.: Мектеп, 1993.