УДК: 51 (07): 371.3

*Назарбаева М.Т.**,** Төлөгожоева Н.О.**,** Жапарова С.Н., Saltanuraika@mail.ru*
К.Тыныстанов ат. ЫМУ

МЕКТЕП ГЕОМЕТРИЯСЫНЫН КЭЭ БИР ТЕОРЕМАЛАРЫН ОКУТУУНУН ТЕХНОЛОГИЯЛАРЫ

Макала мектеп геометриясынын маанилүү чоңдуктарынын бири болгон көлөм түшүнүгүн окутууга арналган.

Бул түшүнүктү окуучулардын сапаттуу өздөштүрүүсүнө жетишүүдө интерактивдүү ыкмаларды колдонуу жолдору макалабызда каралып, илимий-методикалык жана окутуу практикасына негизделүү менен баяндалды.Окуучулардын мейкиндиктик ой жүгүртүүлөрүн өнүктүрүүдө жана алардын математикалык маданиятын жакшыртууда чоң мааниге ээ боло турган айрым теоремалар каралды. Аны окуп-үйрөнүүдө интерактивдүү окутуунун жолдорунун бири болгон глобалдык билим берүүнүн кыскача мааниси ачылып берилди. Ошондой эле учурдагы билим берүүнүн жаңы технологияларынын бири катары эсептелген глобалдык билим берүүнүн алкагында геометрия боюнча айрым сабактын фрагментинин иштелмеси келтирилди. Мында көлөмдөрү барабар болгон куб жана туура тетраэдр тең түзүлүштө болбой тургандыгы жөнүндө корутунду чыгарылды.

Өзөктүү сөздөр: *аянт, көлөм, теорема,натыйжа, тело, тегиздик, мейкиндик, компонент,тең түзүлүш,туура тетраэдр.*

*Назарбаева М.Т.**,** Төлөгожоева Н.О., Жапарова С.Н., Saltanuraika@mail.ru*
ИГУ им.К.Тыныстанова

ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ТЕОРЕМ ШКОЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Статья посвящена обучению понятия объема, которая является одним из важнейших величин школьной геометрии.

В настоящей статье, изложены способы применения интерактивных методов, рассмотренные на научно-методической основе и с учетом практики обучения, для достижения качественного усвоения учащимися данного понятия.

Расмотрены некоторые теоремы, имеющие большое значение для развития пространственного мышления и улучшения математического творчества учащихся. При их изучении кратко раскрыта суть глобального образования, который является одним из способов интерактивного обучения. А также приведен разработанный фрагмент некоторого урока по геометрии, рассмотренный в области глобального образования, который считается одним из новых технологий в образовании нашего времени. Авторы делают вывод о том,что куб и правильный тетраэдр равного объема не является равносоставным.

Ключевые слова*:площадь, объем, теорема, тело, поверхность, пространство, компонент, правильный тетраэдр,равносоставный.*

Nazarbaeva M.T., Tologozhoeva N.O., Zhaparova S.N., Saltanuraika@mail.ru
IKSUnamed after K.Tynystanov

TECHNOLOGIES OF TEACHING SOME THEOREM OF SCHOOL GEOMETRY

The article is devoted to teaching the concept of volume, which is one of the most important quantities of school geometry.

In this article, the methods of application of interactive methods, considered on the scientific and methodological basis and taking into account the practice of learning to achieve the qualitative mastery of this concept by students, are described.

Some theorems are considered to be of great importance for developing spatial thinking and improving mathematical creativity of students'. When studying them, the essence of global education is briefly disclosed which one of the ways of interactive learning. And also the developed fragment of some lesson on geometry, reviewed in the field of global education, which is considered one of the new technology of education of our time. The authors conclude that the cube and the correct tetrahedron of equal volume is not equal.

Key words: *area, volume, theorem, body, surface, space, component, correct tetrahedron, equals.*

Эгемендүүлүккө ээ болгон республикабызда социалдык-экономикалык өзгөрүүлөр менен бирге эле билим берүү багытында да бир катар алгылыктуу иштер жасалып, аны жакшыртууга багытталган мыйзамдар жана Өкмөттүн бир катар токтомдору кабыл алынганын белгилөө зарыл. Айрыкча, кыргыз окумуштуулары тарабынан кыргыз тилинде окуткан орто мектептер үчүн математика боюнча окуу китептеринин республика боюнча чоң сыноо-эксперименттен өтүп, министрлик тарабынан стабилдүү окуу куралдары катары кабыл алынып, мектептерге сунушталгандыгы өзгөчө канагаттануу менен белгилөөгө арзыйт. Сөз профессорлор И.Бекбоевдин, М.Иманалиевдин, Ж.Саламатовдун жетекчилиги менен жазылып, жарык көргөн планиметрия жана стеореометрия боюнча, ошондой эле алгебра жана анализдин башталышы боюнча оригиналдуу окуу китептери жөнүндө бара жатат.

Кыргыз авторлорунун окуу китептери котормо окуу китептеринен илимий-методикалык багытта болгону жагынан жана эне тилибиздин мүмкүнчүлүгүн толук пайдалануу боюнча бир топ артыкчылыктарга ээ. Маселен, И.Бекбоев ж.б. “Геометрия 7-9” окуу китебинде тегиздиктик фигуралардын аянты жөнүндөгү окуунун практикалык колдонмо маанисин эске алуу менен, бул түшүнүк менен тааныштыруу (котормо окуу китебинде 9-класста) 8-класстын экинчи жарымында ишке ашырылат. Анын үстүнө, аянт жана көлөм түшүнүктөрүнүн аксиомалык аныктамасы иреттүү түрдө берилип, тең чоңдукта жана түзүлүштө болуу сыяктуу, аянттар гана эмес, көлөмдөрдү окуп-үйрөнүүдө да чоң мааниге ээ болгон түшүнүктөр системалуу түрдө жана орду менен колдонулат [2]. Математикалык маанилүү сүйлөмдөрдүн бири болгон теоремалардын системасын жана алардын далилдөөлөрүн негиздеп берүүдө да бир катар олуттуу өзгөчөлүктөр бар. Бул багытта Чевынын теоремасынын натыйжалары, туура көп грандыктардын беш гана түрү бар экендиги жөнүндөгү ырастоону, тең чоңдукта болгон көп грандыктардын тең түзүлүштө болушунун жетиштүү шартын жана анын натыйжаларын ж.б. теоремаларды көрсөтүүгө болот [2], [3, 96-97].

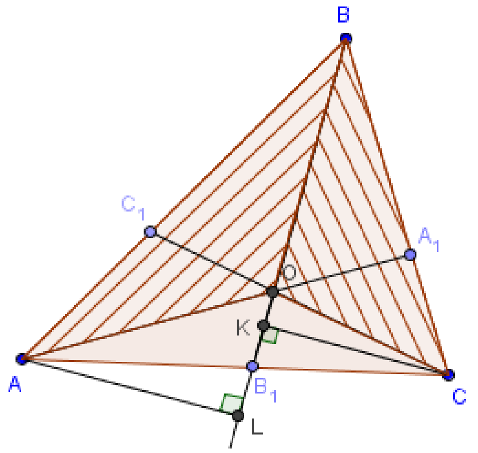
Алсак, Чевынын теоремасына жана анын колдонулушуна токтололу.

Чевынын теоремасы (1678 г.). Мейли A_1, B_1, C_1 чекиттери ABC үч бурчтугунун тиешелүү BC, AC, AB жактарында жатып, AA_1, BB_1жана CC_1 (чевианалар) кесиндилери бир чекитте кесилишсин.

Анда:

$$\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1$$

Далилдөө. Мейли, O –AA_1, BB_1 и CC_1 дин кесилиш чекити болсун (1-сүрөт). A жана C чокусунан BB_1түз сызыгына перпендикуляр тургузабыз. Мында L жана K – перпендикулярдын негизи.



1-сүрөт.

AOB жана BOC үч бурчтуктарынын жалпы жагы OB болгондуктан, анын аянттары ал жакка жүргүзүлгөн бийиктиктердин катышы катары аныкталат, б.а.,

$$\frac{S_{AOB}}{S_{BOC}}=\frac{\frac{1}{2}OB\cdot AL}{\frac{1}{2}OB\cdot CK}=\frac{AL}{CK}$$

$$\Delta ALB_1\sim\Delta CKB_1\,(2\text{-белгиси боюнча})\Rightarrow\frac{AL}{CK}=\frac{AB_1}{CB_1}.$$

Акыркы барабардык туура, анткени $\Delta ALB_1,\Delta CKB_1$ тик бурчтуу үч бурчтуктар жана тар бурчка карата окшош болушат.Аналогиянын негизинде төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\frac{S_{AOB}}{S_{BOC}}=\frac{AB_1}{CB_1}$$

$$\begin{cases}\dfrac{S_{AOB}}{S_{BOC}}=\dfrac{AB_1}{B_1C}\\ \dfrac{S_{BOC}}{S_{COA}}=\dfrac{BC_1}{C_1A},\\ \dfrac{S_{COA}}{S_{AOB}}=\dfrac{CA_1}{A_1B}\end{cases}$$, бул үч барабардыкты мүчөлөп көбөйтөбүз:

$$\frac{AB_1}{B_1C}\cdot\frac{BC_1}{C_1A}\cdot\frac{CA_1}{A_1B}=\frac{S_{AOB}}{S_{BOC}}\cdot\frac{S_{BOC}}{S_{COA}}\cdot\frac{S_{COA}}{S_{AOB}}=1$$

Теорема делилденди.

Чевынын теоремасынан келип чыккан кээ бир натыйжаларды карайлы.

1-натыйжа. Үч бурчтуктун медианалары бир чекитте кесилишет. Бул учурда:

$$\frac{AB_1}{B_1C}=\frac{CA_1}{A_1B}=\frac{BC_1}{C_1A}=1.$$

2-натыйжа. Үч бурчтуктун биссектрисалары бир чекитте кесилишет.

Далилдөө: Чындыгында эле биссектрисанын касиетинен төмөндөгүдөй барабардык жазып алсак болот:

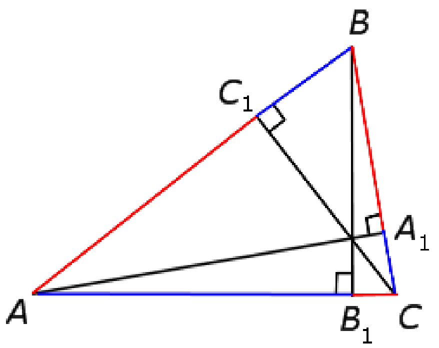
$$\frac{AB_1}{B_1C}=\frac{AB}{BC};\ \frac{CA_1}{A_1B}=\frac{CA}{AB};\ \frac{BC_1}{C_1A}=\frac{BC}{CA}.$$

Бул барабардыктардын тиешелүү түрдө оң жана сол бөлүктөрүн көбөйтүү менен, Чевынын теорамасынын шартын алабыз.

3-натыйжа. Үч бурчтуктун бийиктиктери бир чекитте кесилишет.

Далилдөө.

Мейли, ABC үч бурчтугу тар бурчтуу болсун (2-сүрөт). Мында AA_1, BB_1 жана CC_1 - үч бурчтуктун бийиктиктери.



2-сүрөт

Ошондуктан

$$\frac{AC_1}{C_1B}=\frac{AC\cdot\cos\angle A}{BC\cdot\cos\angle B},\quad \frac{BA_1}{A_1C}=\frac{AB\cdot\cos\angle B}{AC\cdot\cos\angle C},\quad \frac{CB_1}{B_1A}=\frac{BC\cdot\cos\angle C}{AB\cdot\cos\angle A},$$

$$\frac{AC_1}{C_1B}=\frac{AC\cdot\cos\angle A}{BC\cdot\cos\angle B},$$

$$\frac{BA_1}{A_1C}=\frac{AB\cdot\cos\angle B}{AC\cdot\cos\angle C},$$

$$\frac{CB_1}{B_1A}=\frac{BC\cdot\cos\angle C}{AB\cdot\cos\angle A},$$

Анда бул үч барабардыкты мүчөлөп көбөйтүп, төмөнкү барабардыкка ээ болобуз:

$$\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1$$

Мындан AA_1, BB_1жанаCC_1 кесиндилери бир чекитте кесилишери келип чыгат.

Биз чакан макалабызда окуучулардын тегиздиктик жана мейкиндиктик ой жүгүртүүлөрүн өнүктүрүүдө жана алардын математикалык маданиятын жакшыртууда чоң мааниге ээ боло турган, жогоруда көрсөтүлгөн айрым теоремаларды окуп-үйрөнүүдө интерактивдик ыкмаларды колдонуу жолдорун баяндоого токтолмокчубуз [1, 281-282].

Учурдагы билим берүүнүн жаңы технологияларынын бири катарында глобалдык билим берүүнүн алкагындагы геометрия боюнча айрым сабактардын фрагменттеринин иштелмелерин келтирели. Глобалдык билим берүү (ГББ) дүйнөдө бардыгы өз ара байланышта дегенге негизделип, окуучулардын билимдердин жана билгичтиктердин белгилүү бир системасын өздөштүрүүсүнө гана жетишүү эмес, ошону менен бирге алардын турмуштук көндүмдөргө, баалуулуктарга жана мамилелерге ээ болуусун камсыз кылууну негизги максат катары коет. Методикалык булактарда белгиленгендей, ГББ төрт (убакыттык, мейкиндиктик, проблемалык, ички) компоненттен турат да, алардын ичинен убакыттык жана мейкиндиктик компоненттер дүйнөнү үзгүлтүксүз өзгөрүүлөрдүн чынжырчасы катары карап, андагы бардык нерселердин өз ара көз каранды жана байланышта экендигин ачып көрсөтөт. Ал эми проблемалык жана ички компоненттер болсо глобалдык деңгээлдеги адамзатты тынчсыздандырган маселелерди окуучулар түшүнүп кабыл алуусуна жана аларды чечүүнүн негизги жолу кызматташуу экендигин сезе билүүсүнө жетишүүнү көздөп, ошону менен катар эле чөйрөнү окуу процессинин маанилүү бир бөлүгү катарында карайт. Бир сөз менен айтканда, ГББ интерактивдүү окутуунун жолдорунун бири болуу менен бирге, мектепке киргенден баштап эле ар бир окуучу өзүнүн келечекте кантип жашап өтө тургандыгы жөнүндө ой жүгүрткөн жана жашоодо кездешүүчү жагымсыз процесстердин алдын алуунун жолдорун изилдөөгө көнүккөн, ошондой эле ар тараптан өнүккөн бүтүрүүчүлөр менен коомдун активдүү инсандарын толуктоо багытында иштерди жүргүзүүнү көздөйт [4].

11-класс.

Программанын бөлүмү: Мейкиндиктик телолордун көлөмдөрү.

Тема: Дендин (Германиялык окумуштуу) теоремасы жана анын натыйжасы.

Максаттар: Окуучулар:

- мейкиндиктик телолордун көлөмдөрүн окуп үйрөнүүдө, тегиздиктеги фигуралардын аянттарынан айырмаланып, тең түзүлүштө түшүнүгүн колдонуу жетишсиз экендигин түшүнүүгө жетишишет;
- пирамиданын көлөмүн табууда негиздери жана бийиктиктери тең чоңдукта болгон үч бурчтуу пирамидалар тең чоңдукта экендиги жөнүндөгү айрыкча маанилүү лемманы аң-сезимдүү өздөштүрүүгө мүмкүнчүлүк алышат;
- биргелешип иштөө аркылуу өз ара жардамдашуу сезимдери өнүгөт, кызматташуу көндүмдөрүнө ээ болушат;
- абстракттуу ойжүгүртүүлөрүн калыптандырууну улантышат;
- мейкиндиктик ой жүгүртүүсүн калыптандырышат;

ГББ нын компоненттери: мейкиндиктик, ички.

Убакыт: 23 минута.

Ресурстар: Ар бир топко көлөмдөрү барабар болгон ар түрдүү өлчөмдөгү куб жана туура тетраэдр таратылат, ченөө үчүн сызгыч жана транспортир, эсептөөлөрдү жазуу үчүн А-4 формасындагы барактар берилет.

Процедура:

1. Класстагы окуучулар саноо менен үч кишиден турган топторго бөлүнүшөт. Ар бир топко бирден куб жана туура тетраэдр (алардын көлөмдөрү барабар), сызгыч жана транспортир, ошондой эле барактар таратылат.
2. Чийме куралдарын колдонуу менен кубдун жана туура тетраэдрдин сызыктуу жана бурч өлчөмдөрүн изилдешет да, натыйжаларын баракка жазышат.
3. Окуучулар топ ичинде талкуу жүргүзүү аркылуу аларга таандык мейкиндиктик телолордун сызыктуу өлчөмдөрүн жана эки грандуу бурчтарын ченешип, өз ара салыштырышат да, чоңдуктардын маанилерин Дендин формуласына коюшуп, көлөмдөрү барабар болгон куб жана туура тетраэдр тең түзүлүштө болбой тургандыгы жөнүндө корутунду чыгарышат.
4. Ар бир топ аткарган жумушунун жыйынтыктарын презентация кылышат.

Эскертүү: Окуучулар бул сабакка чейин Дендин теоремасын жана анын натыйжасын өздөштүрүшөт.

Дендин теоремасы. Эки көп грандыктын радиандык чен менен алынган эки грандуу бурчтары тиешелүү түрдө $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_m$ жана $\beta_1,\beta_2,...,\beta_n$ болсун. Эгерде бул көп грандыктар тең түзүлүштө болушса, анда:

$(P_1\alpha_1 + P_2\alpha_2 +...+P_m \alpha_m) - (q_1\beta_1+q_2\beta_2+...+q_n \beta_n)=2k\pi$ шарты аткарылгандай,

$P_1, P_2,..., P_m \in N$ $q_1, q_2,..., q_m \in N$ жана $k \in Z$ болгондой сандар жашайт.

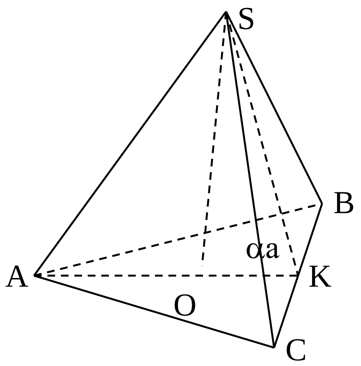
Бул теореманын далилдөөсүн берүү программада каралган эмес [2],

[3, 7-8], биз анын төмөнкү натыйжасын далилдөөсү менен окуучуларга сунуш кылабыз.

Натыйжа. Көлөмдөрү барабар болгон куб жана туура тетраэдр тең түзүлүштө эмес.

Далилдөөнү синтез методу менен окуучулардын активдүү акыл иш-аракеттерине таянуу аркылуу жүргүзүү максатка ылайык.

Туура тетраэдрдин эки грандуу бурчун α аркылуу белгилейли. Анда, чиймеден көрүнүп тургандай OKS тик бурчтуу үч бурчтугунан $\cos\alpha = \dfrac{OK}{SK}$ (1) барабардыгын алабыз:



(бул (1) катышын окуучулар планиметрия курсунда алган билимдерине таянуу менен жазышат). Андан ары жарым-жартылай изилдөө методун колдонууну улантып, класска төмөнкүдөй суроолор менен кайрылабыз.

1. ΔABC туура үч бурчтук болсо, OK кесиндисинин узундугун тапкыла. (окуучулар: OK кесиндиси AK медианасынын бөлүгү экендигин байкашат да, $OK = \dfrac{1}{3}AK = \dfrac{1}{3}m_a$ деген жыйынтык чыгарышат).

2. Аналогия методун колдонуу менен окуучулар тең жактуу OSK үч бурчтугунда $SK=m_a=AK$ экенин белгилешет. (Мында түзүү боюнча SO кесиндиси ABC үч бурчтугунун тегиздигине перпендикуляр)

3. (1) формулага кесиндилердин табылган тиешелүү маанилерин коюп, $\cos\alpha$ нын маанисин табууну сунуш кылабыз. Натыйжада, $\cos\alpha = \dfrac{\frac{1}{3}m_a}{m_a} = \dfrac{1}{3}$ деген барабардык пайда болот. Ошентип, туура тетраэдрдин эки грандуу бурчтарынын косинусу $\dfrac{1}{3}$ ге барабар экендиги далилденди.

4. Кубдун эки грандуу бурчтарын тапкыла (окуучулар мейкиндик элестөөлөрүнө таянуу менен, чиймесиз эле кубдун ар бир эки грандуу бурчу $\frac{\pi}{2}$ ге барабар экендигин айтышат.

5. Андан ары, Дендин теоремасын пайдаланышып, карама-каршысынан далилдөө методун колдонуу менен төмөнкүдөй талкуулоону мугалим өзү түшүндүрөт. Куб жана туура тетраэдр тең түзүлүштө десек, анда $p\alpha + q\cdot\frac{\pi}{2} = 2k\pi$ (2) шартын канагаттандыруучу p,q,k∈Z сандары Дендин теоремасы боюнча табылышы керек. Анда $p\alpha = (4k-q)\frac{\pi}{2}$ формуласы (2) ни теңдеш өзгөртүп түзүү менен алынат. Мындан тик бурчка жана жайылган бурчка эселүү бурчтардын косинусунун маанилери болгондуктан, cospα же нөлгө же бирге же минус бирге барабар экендиги келип чыгат. Бирок далилдөө боюнча $\cos\alpha = \frac{1}{3}$. Ал эми бул барабардыктан cospα бүтүн сан болбой тургандыгы келип чыгат. Чындыгында, маселени P=2, P=3 үчүн текшерсек

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2\cdot\frac{1}{9} - 1 = -\frac{7}{3^2};\quad \cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha = 4\cdot\frac{1}{27} - 3\cdot\frac{1}{3} = -\frac{23}{3^3}$$

болот ж.б.у.с.

Мына ошентип, алынган карама-каршылык натыйжанын орун аларын далилдейт.

Потенциал. Көрсөтүлгөн иш-аракеттерди аткаруу менен окуучулар математикалык билимин практикада колдонууга көнүгүшөт, өз ара кызматташтык көндүмдөрүн өнүктүрөт.

Де-брифинг үчүн суроолор:

1. Дендин теоремасынын жана анын натыйжасынын мааниси эмнеде деп ойлойсуңар?
2. Пирамиданын көлөмүн табууда алдын-ала берилген лемманын далилдөөсүндөгү түзүү менен алынган “шайтан тепкичтин” зарылдыгын түшүндүрүп бергиле.
3. Тапшырманы аткаруу кайсы учурда татаал же жеңил болду?

Улантылышы: Призмалар үчүн Дендин теоремасын (натыйжасын) текшерип көрүү сунуш кылынат.

Геометрия курсунун бир катар теоремаларын (үч бурчтуктун барабардык белгилери, трапециянын орто сызыгынын касиети, айланага ичтен сызылган үч бурчтуктун касиети ж.б.) окутууда эки бөлүктүү күндөлүк, Вендин диаграммасы, портфолио түздүрүү ж.б.у.с. интерактивдик ыкмаларды колдонуу да окуучулардын кызыгуусун арттырып, аларды активдештирүү менен окуу материалдарын өздөштүрүүнүн толуктугуна, ийкемдүүлүгүнө жана эң башкысы, бекемдүүлүгүнө жетишүүгө болот.

Адабияттар:

1. Бекбоев И.Б. Инсанга багыттап окутуу технологиясынын теориялык жана практикалык маселелери. -Бишкек: Педагогика, 2003.
2. Бекбоев И.Б. ж.б. Геометрия: Орто мектептин 10-11 -кл. үчүн окуу китеби. -Бишкек: Педагогика, 2000.
3. Бекбоев И.Б. Салыков С.С. Геометрияны 7-9 кл.окутуу: Мугалимдер үчүн методикалык колдонмо. -Бишкек: Педагогика, 2000.
4. Салыков С.С., Сартпаев Э.К., Кадырова А.Б. Фигуралардын тең түзүлүштө катышын окутуу. //Илимий-практикалык конференциянын материалдары. Нарын мамлекеттик университетинин кабарлары, 2011.