УДК: 374.851

Кыдыралиев С.К., Син Е.Е.
Американский университет центральной азии г. Бишкек,
Кыргызская академия образования

НОВОЕ В ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЯХ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

Статья посвящена изучению в общеобразовательной школе новой для школьной математике темы: «Дельтоид», о которой впервые упоминается в предметном стандарте (2015 г.) и в новой программе по математике для основной средней школы 5 – 9 классы (2016 г.). В работе даётся определение, виды, свойства дельтоида, а также формулы для нахождения его периметра, площади и т.д. Отдельные задачи, связанные с свойствами дельтоида помогут глубже ознакомиться с интересной, практичной и реально существующей геометрической фигурой – дельтоид.

Ключевые слова: *дельтоид, их элементы, виды, свойства, площадь дельтоида.*

Макала жалпы билим берүү мектептериндеги математиканы окутууда жаны киргизилген «Дельтоид» деген теманы окутууга арналмакчы Бул жөнүндө биринчи жолу 2015-жылы предметтик стандартта жана 2016-жылы 5-9-класстар үчүн жазылган жаңы программада сөз болгон. Бул макалада дельтоиддин аныктамасы, түрлөрү, касиеттери жана периметрин, аянтын табуу формулалары берилет. Бул кызыктуу практикалык жана реалдуу геометриялык фигура Дельтоид менен тереңирээк таанышууда кээ бир маселелер жардам берет.

Негизги сөздөр: *дельтоид, анын элементтери, түрлөрү, дельтоиддин аянты.*

The article is devoted to the study in the secondary school of a new theme for school mathematics: the "Deltoids", which was first mentioned in the subject standard (2015) and in the new program on mathematics for the basic secondary school, grades 5-9 (2016).The work provides a definition, types and properties of the deltoid, as well as formulas for finding its perimeter, area, etc. Separate tasks related to the properties of the deltoids will help to learn more about the interesting practical and real geometrical figure-deltoids.

Key words: *deltoid, their elements, types, properties, area of the deltoid.*

В последние годы стало очевидным, что традиционное школьное математическое образованиене оправдывает надежду на полноценное развитие и воспитание человека [5, с. 55].

С 2018-2019 учебного года все общеобразовательные школы переходят на реализацию Государственного образовательного стандарта (2014 г.), нового предметного стандарта, программы по математике для основной средней школы (5 – 9 классы) и заработанных на их основе новых учебников[1;2].

Новая программа и учебники по математике отличаются от действующих не только последовательностью изучения основных учебных материалов и временем, отводимое на их изучение, но и своим содержанием. Одним из таких новых тем появившейся учебника является дельтоид. Изучение темы базируется на четырехугольниках, при этом активно используются методы: сопоставления, сравнения, аналогии, обобщения и другие. Недостаток времени отводимого в школе на изучение этой темы компенсируется решением задач по теме дельтоид.

С дельтоидом люди знакомы давно. Это размах крыльев птиц при их парении воздушном потоке, силуэт летящего самолета, спортивный дельтоплан, обыкновенный «воздушный змей» и т.д. Несмотря на такую известность, реальное существование и практическую ценность дельтоид не нашёл «прописку» в стандартах, программах и в учебниках по математике в школах, и вузе.При разработке предметного стандарта и учебной программы мной перед коллегами-математиками был инициирован вопрос о включени темы дельтоид в содержание математического образования школьников.

В математике существуют множество терминов, с помощью которых одно понятие можно выразить через другое более известное, более доступное и более простое. Например, понятие «квадрат» можно дать черезего видовое сходство: «квадрат - это правильный четырёхугольник», «квадрат - это ромб с прямым углом», «квадрат – это прямоугольник с равными сторонами» и т.д. Аналогично поступили и авторы учебника «Математика 7».

«Дельтоид – четырёхугольник, обладающий двумя парами сторон одинаковой длины. В отличие от параллелограмма, равными являются не противоположные, а две пары смежных сторон» [3, с.208].

В отличие от авторов можно дать и другое определение: «Дельтоид – это четырехугольник, у которого две пары равных сторон образуют смежные углы». Ясно, что упомянутые углы будут противоположными (т.е. располагаться в дельтоиде друг против друга). Дельтоиды бывают выпуклые и невыпуклые. Дельтоид называется выпуклым, если диагонали пересекаются внутри дельтоида. И дельтоид называется невыпуклым, если диагонали не пересекаются.

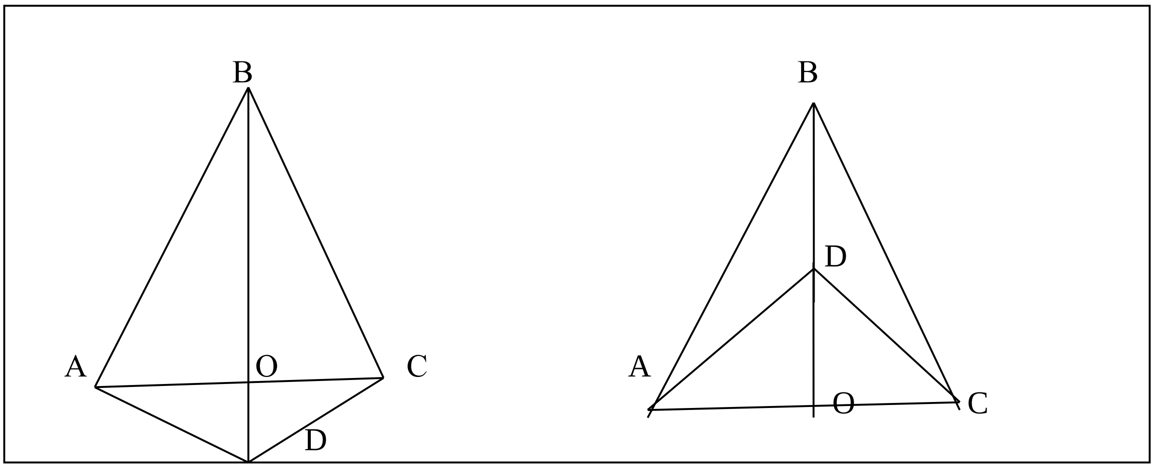

Рис. 1. Рис. 2.

При первом знакомстве с дельтоидом возникает иллюзия его сходства с ромбом. И это не случайно. Что их роднит?

1. У ромба и выпуклого дельтоида диагонали пересекаются под прямым углом (они взаимно перпендикулярны).
2. У ромба и дельтоида имеется ось симметрии, следовательно «боковые углы» равны.
3. У ромба и дельтоида стороны попарно равны (У ромба в отличие от дельтоида –все стороны равны).
4. Диагонали при пересечении делятся: у ромба оба диагонали делятся пополам, а у дельтоида только одна диагональ делится пополам.

Рассмотрим на рисунках 1 и 2 дельтоиды ABCD, у которых $|\mathrm{AB}| = |\mathrm{BC}|$, $|AD| = |DC|$. Если провести в них диагональ AC, то получатся по два равнобедренных треугольника: треугольник ABC и ACД. Тогда, воспользовавшись свойствами равнобедренных треугольников, получим следующие свойства дельтоида:

1. Дельтоиды имеют ось симметрии. Углы образованные не равными сторонами дельтоида имеют равную величину. Их на практике называют боковыми углами дельтоида.
2. Диагонали выпуклого дельтоида перпендикулярны друг другу и пересекаются внутри дельтоида. У невыпуклого дельтоида диагонали не пересекаются. Чтобы они

пересекались необходимо диагональ ВД, соединяющий не равные углы продолжить до пересечения с диагональю АС.

3. Одна диагональ точкой пересечения делится на две равные части.
4. Одна диагональ является одновременно биссектрисой двух противоположных углов.
5. Только одна диагональ разделяет дельтоид на два равнобедренных треугольника.
6. Одна диагональ разделяет дельтоид на два равновеликих треугольника.

В свойствах 3,4,5,6 речь идет о диагонале АС, который играет особую роль. Поэтому его можно назвать основной. Другую диагональ дельтоида, которая является осью симметрии дельтоида, назовем высотной. Её образуют высоты соответствующих равнобедренных треугольников.

Площадь дельтоида

В одном из своих статей Б.С. Прицкер высказал мысль, что площадь любого четырехугольника может быть выраженая формулой [4, с. 66].Учитывая, что формула площади дельтоида в спавочниках по математике отсутствует и о них практически не встечаются статьи даже в популярной литературе. Попробуем по рисунку 1 опредлить формулу площади выпуклого и невыпуклого дельтоидов:

$S_{дельтоида}= S_{ABC} + S_{АДС} =$ АС× ВО:2+ АС ×ОД:2 = АС: 2×(ВО + ОД) = АС× ВД:2, где АС и ВД диагонали дельтоида. Или тоже самое, если переобозначить диагонали d_1 = АС и d_2 =ВД. Тогда$S_{дельтоида} = d_1d_2:2$, где d_1 иd_2 диагонали дельтоида.

При определении площади не выпуклого дельтоида площади треугольников АВС и АДС вычитаются. Поэтому вывод формулы площади дельтоида выглядит так:

$S_{дельтоида} = S_{ABC} - S_{АДС} =$ АС ×ДО:2 - АС× ОД:2 = (ВО – ОД)× АС:2 = АС×ВД:2.$S_{дельтоида} = d_1d_2:2$, где и диагонали невыпуклого дельтоида.

Таким образом, при выводе формулы площади выпуклого и невыпуклого дельтоида мы получили одну и туже формулу:

$\mathbf{S_{дельтоида} = d_1d_2:2}$, где$d_1$ и d_2 - диагонали дельтоида.

Тогда можно сказать, что площадь любого дельтоида равна половине произведения его диагоналей. (Формула площади дельтоида и ромба одинаковы, что говорит о некоторых родственных связях этих фигур).

Как выяснилось выше, дельтоид является симметричной фигурой. Поэтому, при решении соответствующих задач удобно использовать декартову систему координат, поместив точку пересечения диагоналей дельтоида в начало координат.

Задача 1. *Углы дельтоида равны 50^0 и 100^0. Определите оставшиеся углы.*

Решение:

1) Как уже отмечалось, два из четырех углов дельтоида равны друг другу. (Это тоже одно из свойств дельтоида). Поэтому возможны три случая: два,когда один из известных углов равен неизвестному, и третий, когда друг другу равны неизвестные углы.

А. Пусть один из неизвестных углов равен 50^0. Тогда, четвертый угол равен: $360^0 – (100^0+50^0+50^0)=160^0$.

В. В случае, когда один из неизвестных углов равен 50^0, четвертый угол равен: $360^0 – (100^0+100^0+50^0)=110^0$.

С. Если неизвестные углы равны друг другу, их сумма равна: $360^0 – (100^0+50^0)=210^0$. Поэтому, каждый из неизвестных углов равен $210/2=105^0$.

Задача 2. Основная диагональ дельтоида равна 80 мм, высотная – 21 м м, одна сторона 65м. Определите периметр дельтоида.

2) Половина основной диагонали является катетом, сторона дельтоида гипотенузой прямоугольного треугольника. Тогда другой катет равен $\sqrt{50^2-40^2}$=$\sqrt{2500-1600}$ =$\sqrt{900}$ =

30. Так как высотная диагональ меньше, это означает, что имеет место невыпуклый дельтоид. Высота другого равнобедренного треугольника (ACD на рисунке 1) равна 30 – 21=9. Теперь, воспользовавшись меньшим прямоугольным треугольником (АДО), по теореме Пифагора получим другую сторону дельтоида: АД $= \sqrt{9^2+40^2}$=$\sqrt{1681}$=41. Следовательно, периметр дельтоида 50+41+50+41=182 мм.

Задача 3. *Основная диагональ невыпуклого дельтоида равна 168 м, одна сторона 85 м, другая – 105 м. Вычислите площадь дельтоида.*

Решение

1) Невыпуклый дельтоид является разностью двух равнобедренных треугольников с общим основанием – основной диагональю дельтоида. Поэтому площадь дельтоида в этом случае является Место для формулы.*разностью площадей равнобедренных треугольников. По теореме Пифагора высота большего:* $\sqrt{105^2-\left(\frac{168}{2}\right)^2} = \sqrt{11025-7056}$=$\sqrt{3969}=63$; высота меньшего: $\sqrt{85^2-\left(\frac{168}{2}\right)^2} = \sqrt{7225-7056} = \sqrt{169} = 13.$ Соответственно,

площадь большего: $\frac{168\cdot 13}{2} = 1092.$ *Поэтому, площадь дельтоида 5292-1092=4200.*

При изучении данной темы дополнительно можно рекомендовать следующие задачи.

1. Углы дельтоида равны 2110 и 180. Определите оставшиеся углы.
2. Углы дельтоида равны 580 и 1640. Определите оставшиеся углы.
3. Основная диагональ дельтоида равна 48 мм, высотная – 22 мм, одна сторона 40 мм. Определите периметр дельтоида.
4. Задача . Основная диагональ дельтоида равна 120м, высотная – 36 м, одна сторона 65м. Определите периметр дельтоида.
5. Основная диагональ выпуклого дельтоида равна 90 м, одна сторона 75 м, другая – 53 м. вычислите площадь дельтоида.
6. Высотная диагональ невыпуклого дельтоида равна 1,5 см , одна сторона 13 см, другая – 12,5 см. Вычислите площадь дельтоида.
7. Основная диагональ невыпуклого дельтоида равна 48 см , одна сторона 25 м, другая – 26 м. Вычислите площадь дельтоида.
8. Высотная диагональ выпуклого дельтоида равна 240 см , одна сторона 29 см, другая – 221 см. Вычислите площадь дельтоида.

Литература:

1. Предметный стандарт «Математика 5 – 9 кл.». – Бишкек, 2015. -41 с.
2. Программа по математике для основной школы. 5 – 9 классы. –Бишкек, 2015. -30 с.
3. Кыдыралиев С.К., Байзаков А.Б., Касымов А.Е., Рдалетова Б.У., Чоробек к. Б. Математика Учебник. -Бишкек, 2017. -310 с.
4. Прицкер Б.С. Площадь четырехугольника. Математика в школе. 1990. – «4. –С. 66 – 67.
5. Миракова Т.Н., Дорофеев Г.В. Программа спецкурса для физико-математических факультетов пединтститутов. Математика в школе. -2005. -№5. –С. 55 – 63.
6. Син Е.Е. Вопросы оптимизациикурса математики в школе. Известие КАО. – 2015. –С. 91 – 96.