УДК 517.977.2 DOI:10.35803/1694-5298.2022.2.495-501

АШИРБАЕВ Б. Ы., АЛЫМБАЕВА Ж.А.
[1]КГУСТА им. Н. Исанова, Бишкек, Кыргызская Республика

ASHIRBAEV B. Y., ALYMBAEVA J.A.
[1]KSUCTA n.a. N. Isanov, Bishkek, Kyrgyz Republic
ashirbaev-58@mail.ru jazi_spflower@mail.ru

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ЛИНЕЙНОЙ ДИСКРЕТНОЙ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ С МАЛЫМ ШАГОМ

ALGORITHM FOR SOLUTIONS OF THE PROBLEM OF SEPARATION OF STATE VARIABLES OF A LINEAR DISCRETE CONTROLLED SYSTEM WITH A SMALL STEP

Объектилери илим жана техниканын ар түрдүү областтарынан болгон оптималдык башкаруу маселелерин чыгарууда моделдердин жогорку өлчөмдүүлүгү жана бир катар параметрлердин болушу менен шартталган татаалдыктар пайда болот. Ошого байланыштуу баштапкы системанын абалынын өзгөрмөлөрүн толук ажыратууну ишке ашыруу зарылдыгы келип чыгат.

Макалада кичине кадамдуу сызыктуу дискреттик башкарылма системасынын абалынын өзгөрмөлөрүн ажыратуу маселесинин чыгарылышынын алгоритми сунушталган. Абалдын өзгөрмөлөрүн толук ажыратууда алынган эквиваленттик система баштапкы системанын бардык касиеттерине ээ болот. Алар, чыгарылышы көз карандысыз табылуучу, а түгүл алар башкаруу функциясы менен гана байланышып турушкан, төмөнкү тартиптеги эки камтылган системадан турат.

Өзөк сөздөр: *дискреттештирүүчү кичине кадам, жөнөкөй структуранын матрицасы, айырмалык оператор, инварианттык камтылган мейкиндиктер.*

При решении задач оптимального управления объектами из различных областей науки и техники возникают сложности, обусловленные высокой размерностью моделей и наличием нескольких временных параметров. В связи с этим возникает необходимость осуществить полное разделение переменных состояния исходной системы.

В статье предложен алгоритм решений задачи разделения переменных состояния линейной дискретной управляемой системы с малым шагом. Эквивалентная система, полученная при полном разделении переменных состояния обладает всеми свойствами исходной системы. Она состоит из двух подсистем низкого порядка, решения которых находится независимо, причем они связаны только управляющей функцией.

Ключевые слова: *малый шаг дискретизации, матрица простой структуры, разностный оператор, инвариантные подпространства.*

When solving problems of optimal control of objects from various fields of science and technology, difficulties arise due to the high dimension of the models and the presence of several parameters. In this regard, it becomes necessary to carry out a complete separation of the state variables of the original system.

The article proposes an algorithm for solving the problem of separation of state variables for a linear discrete control system with a small step. An equivalent system obtained with a complete separation of state variables has all the properties of the original system. It consists of two low-order subsystems, the solutions of which are found independently, and they are connected only by the control function.

***Key words**: small discretization step, simple structure matrix, difference opera... invariant subspaces.*

Введение. В работе рассматривается задача разделения переменных состояния линейной дискретной управляемой системы с малым шагом. Одним из подходов, позволяющих производить расщепление сложных динамических систем, является метод асимптотической декомпозиции [1,2]. Проблема декомпозиции моделей в управляемых объектах рассматривались и в работах [3-5]. Исследованию дискретных задач оптимального управления на основе метода асимптотической декомпозиции велись и в наших работах [6-9]. Данная работа является развитием исследований вышеупомянутых работ по данной проблеме.

Постановка задачи. Рассматривается линейная дискретная управляемая система с малым шагом

$$y(t+\mu) = A(t)y(t) + B(t)u(t), \tag{1}$$

где $y(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix}, x(t), z(t) - n$ -мерные векторы переменных состояния,

$A(t) = \begin{pmatrix} A_1(t) & A_2(t) \\ A_3(t) & A_4(t) \end{pmatrix}, B(t) = \begin{pmatrix} B_1(t) \\ B_2(t) \end{pmatrix}, A_i(t)\ (i = \overline{1,4}) - (n \times n), B_1(t), B_2(t) - (n \times r)$-матрицы, $u(t) - r$ -мерный вектор управления,

$t \in T_\mu = \{t\colon\ t = k\mu,\ \ k = 0,\ 1, \cdots, M-1\} \subset T = \{t\colon 0 \le t \le 1\},\ M = \frac{1}{\mu},$

$0 < \mu < 1$ –малый шаг дискретизации.

Начальные и конечные условия системы (1) определяются соотношениями:

$$y(0) = y_0, \tag{2}$$

$$y(M) = y_M. \tag{3}$$

Условие 1. Матрица $A(t),\ t \in T$ устойчивая, т.е. действительные части всех ее собственных значений удовлетворяют условию $|Re\lambda_i| < q_0 < 1, \lambda_i\ \ (i = \overline{1,n})$.

Вывод формулы задачи. При выполнении условии 1 в системе (1) введем замену переменных [1]:

$$z(t) = \tilde{z}(t) + H(t)x(t), \tag{4}$$

$$x(t) = \tilde{x}(t) - N(t)\tilde{z}(t), \tag{5}$$

где матрицы $H = H(t), N = N(t)$ размера $(n \times n)$ будут определены через параметры системы (1). Тогда из (4) и (5) будем иметь соотношения:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_n & -N \\ H & E_n - HN \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{z}(t) \end{pmatrix}, \tag{6}$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{z}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_n - NH & N \\ -H & E_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Введем обозначение

$$D(t) = \begin{pmatrix} E_n & -N \\ H & E_n - HN \end{pmatrix}, \tag{8}$$

тогда

$$D^{-1}(t) = \begin{pmatrix} E_n - NH & N \\ -H & E_n \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Так как $y(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ z(t) \end{pmatrix},\ \tilde{y}(t) = \begin{pmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{z}(t) \end{pmatrix}$, то соотношения (6) и (7) соответственно записываются в виде

ABBYY PDF Transformer 2.0
Click here to buy
www.ABBYY.com

$$y(t) = D(t)\cdot\tilde{y}(t),\ \tilde{y}(t) = D^{-1}(t)\cdot y(t). \quad (10)$$

Применив разностный оператор $\Delta_\mu y(t) = \frac{y(t+\mu)-y(t)}{\mu}$ и его свойства, к обеим частям первого соотношения (10) имеем [4]

$$\Delta_\mu y(t) = [\Delta_\mu D(t)]\cdot\tilde{y}(t) + D(t+\mu)\cdot[\Delta_\mu\tilde{y}(t)]. \quad (11)$$

С учетом (10), (11) система (1) записывается в виде

$$\mu[\Delta_\mu D(t)]\cdot\tilde{y}(t) + \mu D(t+\mu)\cdot[\Delta_\mu\tilde{y}(t)] = (A(t) - E_{2n})D(t)\tilde{y}(t) + B(t)u(t)$$

или

$$\tilde{y}(t+\mu) = D^{-1}(t+\mu)A(t)D(t)\tilde{y}(t) + D^{-1}(t+\mu)B(t)u(t). \quad (12)$$

Пусть матрицы $H(t)$ и $N(t)$ удовлетворяют уравнениям:

$$H(t+\mu)\tilde{A}_1(t) - A_4(t)H(t) - A_3(t) = 0, \quad (13)$$

$$\tilde{A}_1(t)N(t) - N(t+\mu)\tilde{A}_4(t) - A_2(t) = 0, \quad (14)$$

где

$$\tilde{A}_1(t) = A_1(t) + A_2(t)H(t),\ \tilde{A}_4(t) = A_4(t) - H(t+\mu)A_2(t), \quad (15)$$

тогда уравнение (12) записывается в форме

$$\begin{pmatrix}\tilde{x}(t+\mu)\\ \tilde{z}(t+\mu)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\tilde{A}_1(t) & 0\\ 0 & \tilde{A}_4(t)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde{x}(t)\\ \tilde{z}(t)\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\tilde{B}_1(t)\\ \tilde{B}_2(t)\end{pmatrix}u(t), \quad (16)$$

здесь

$$\tilde{B}_1(t) = B_1(t) + N(t+\mu)\tilde{B}_2(t),\ \tilde{B}_2(t) = B_2 - H(t+\mu)B_1(t). \quad (17)$$

Полученный результат сформулируем в виде следующей теоремы.

Теорема 1. *Пусть выполняются условие 1 и матрицы* $H(t)$, $N(t)$ *являются решениями уравнений (13) и (14), тогда систему (1) можно разделить на две подсистемы низкого порядка:*

$$\tilde{x}(t+\mu) = \tilde{A}_1(t)\tilde{x}(t) + \tilde{B}_1(t)u(t), \quad (18)$$

$$\tilde{z}(t+\mu) = \tilde{A}_4(t)\tilde{z}(t) + \tilde{B}_2(t)u(t). \quad (19)$$

Начальные и конечные условия уравнений (18) и (19) определяются соотношениями:

$$\tilde{x}(0) = \tilde{x}_0,\ \tilde{x}_0 = x_0 + N(0)\tilde{z}_0,\quad \tilde{z}(0) = \tilde{z}_0,\ \tilde{z}_0 = z_0 - H(0)x_0, \quad (20)$$

$$\tilde{x}(M) = \tilde{x}_M,\ \tilde{x}_M = x_M + N(M\mu)\tilde{z}_M, \tilde{z}(M) = \tilde{z}_M, \tilde{z}_M = z_M - H(M\mu)x_M. \quad (21)$$

Системы (18) и (19) независимы друг от друга и связаны только по управляющей функции $u(t)$.

В случае с постоянными матрицами системы (1) уравнения (13), (14) имеют вид:

$$HA_1 + HA_2H = A_3 + A_4H, \quad (22)$$

$$\tilde{A}_1N - N\tilde{A}_4 - A_2 = 0. \quad (23)$$

где $\tilde{A}_1 = A_1 + A_2H,\ \tilde{A}_4 = A_4 - HA_2$.

Можно показать, что уравнения (22), (23) имеют решения, которые могут быть представлены в виде равномерно сходящихся степенных рядов [1,9]:

$$H(s) = \sum_{i=0}^{\infty} H_i s^i,\quad N(s) = \sum_{k=0}^{\infty} N_k s^k. \quad (24)$$

Матрицы $H_i(s)$ и $N_k(s)$ $(i,k = 0,1,\cdots)$ определяются путем приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях s в уравнениях (22), (23). В результате имеем:

$$A_4H_0 - H_0A_1 - H_0A_2H_0 + A_3 = 0, \quad (25)$$

$$H_1\tilde{A}_{10} - \tilde{A}_{40}H_1 - A_3 = 0, \quad (26)$$

$$H_i\tilde{A}_{10} - \tilde{A}_{40}H_i + \sum_{j=1}^{i-1} H_jA_2H_{v-1} - A_3 = 0,$$

где $\tilde{A}_1 = A_1 + A_2H_0,\ \tilde{A}_4 = A_4 - H_0A_2,\ i = 1,2,\cdots, v = i, i-1, i-2,\cdots$.

$$\tilde{A}_1N_k - N_k\tilde{A}_4 - A_2 = 0,\ k = 0,1,2,\cdots. \quad (27)$$

Построим приближенные решения уравнения (25). Пусть матрица

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix} \quad (28)$$

имеет инвариантные подпространства G_n всех размерностей n. Тогда в подпространстве G_n, имеющее базисную матрицу V, найдется такая квадратная матрица A_G размера $n \times n$, что выполнится равенство [10]

$$AV = VA_G. \quad (29)$$

Представим базисную матрицу V в виде

$$V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}, \quad (30)$$

где V_1, V_2 – матрицы размера $n \times n$.

Теорема. 2. *Пусть* $|V_1(0)| \neq 0$. *Справедливы следующие утверждения:*

1) матрица

$$H_0 = V_2 \cdot V_1^{-1} \quad (31)$$

является решением матричного уравнения (25);

2) подпространство G_n *с базисной матрицей*

$$V = \begin{pmatrix} E_n \\ H \end{pmatrix}, \quad (32)$$

где E_n *–единичная матрица* размера $n \times n$, *является инвариантным подпространством матрицы* A. *Для этой базисной матрицы и для решения уравнения (25) справедлива формула (31).*

Доказательство. Докажем пункт *1* теоремы 2. Подставляя матрицы A и V в уравнение (29) получим

$$A_1V_1 + A_2V_2 = V_1A_G, \quad (33)$$

$$A_3V_1 + A_4V_2 = V_2A_G. \quad (34)$$

Умножая каждое из уравнения (33) и (34) справа на V_1^{-1}, с учетом (31) имеем:

$$A_1 + A_2H_0 = V_1A_GV_1^{-1}, \quad (35)$$

$$A_3 + A_4H(0) = V_2A_GV_1^{-1}. \quad (36)$$

Теперь равенство (34) умножая слева на H_0 и вычитая полученный результат из (36) получаем уравнение (31).

Докажем пункт *2* теоремы 2. Считая, что решение H_0 известным, введем обозначение

$$A_3 + A_4H_0 = S. \quad (37)$$

Подставляя (37) в (25) имеем

$$H_0(A_1 + A_2H_0) = S, \quad (38)$$

тогда с учетом (26) и (37) из (38) получаем:

$$A_1 + A_2H_0 = \tilde{A}_{10}, \quad (39)$$

$$A_3 + A_4H_0 = H_0\tilde{A}_{10}. \quad (40)$$

Теперь, равенства (39) и (40) записываем так

$$\begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_n \\ H_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_n \\ H_0 \end{pmatrix}\tilde{A}_{10}$$

или

$$A\begin{pmatrix} E_n \\ H_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_n \\ H_0 \end{pmatrix}\tilde{A}_{10}. \quad (41)$$

Из (41) в соответствии с (29) следует, что подпространство G_n с базисной матрицей (30) является инвариантным подпространством матрицы A. В результате имеем следующие следствия из теоремы 2:

Следствие 1. Каждое решение уравнения (25) определяет некоторое -мерное инвариантное подпространство матрицы A.

Следствие 2. Между решениями уравнения (25) и -мерными инвариантными подпространствами матрицы A такими, что в любой их базисной матрице верхний блок матрицы размера $n \times n$ не вырожден, установлено соответствие. Специальный выбор базисной матрицы в виде (32) показывает, что это соответствие взаимно однозначно, т.е. различным решениям отвечают различные инвариантные подпространства и обратно.

Следствие 3. Выбор базисной матрицы V подпространства G_n для поиска решения по формуле (31) произволен. В частности, для любой диагонализируемой матрицы A в качестве базиса может быть взята любая система из n ее собственных векторов.

Теперь построим приближенные решения уравнения (26). Известно [11], что если матрицы $\tilde{A}_{10}$ и $\tilde{A}_{40}$ устойчивы, а матрица A_2 неотрицательно определена, то решение уравнения Ляпунова (26) можно представить в виде

$$H_1 = \int_0^\infty e^{\tilde{A}_{10}\tau}(-A_2)e^{-\tilde{A}_{40}\tau}d\tau. \tag{42}$$

Для численного решения интеграла (42) используем формулу прямоугольников

$$H_1 = \int_0^\infty e^{\tilde{A}_{10}\tau}(-A_2)e^{-\tilde{A}_{40}\tau}d\tau = \lim_{\sigma\to 0}\sigma\sum_{j=0}^{\infty} e^{\tilde{A}_{10}j}(-A_2)e^{-\tilde{A}_{40}j}. \tag{43}$$

Для вычисления матричной экспоненты используем формулу из [11]

$$e^{\tilde{A}_{10}j} = \mathrm{K} = \left(12E - 6j\tilde{A}_{10} + j^2\tilde{A}_{10}^2\right)^{-1}\left(12E - 6j\tilde{A}_{10} + j^2\tilde{A}_{10}^2\right), \tag{44}$$

$$e^{-\tilde{A}_{40}j} = \mathrm{P} = \left(12E + 6j\tilde{A}_{40} + j^2\tilde{A}_{40}^2\right)^{-1}\left(12E + 6j\tilde{A}_{40} + j^2\tilde{A}_{40}^2\right).$$

Тогда формулу (43) перепишем в виде ряда

$$H_1 = \sum_{j=0}^{\infty}\sigma\left(-A_2 + \mathrm{K}(-A_2)\mathrm{P} + \mathrm{K}^2(-A_2)\mathrm{P}^2 + \cdots + \mathrm{K}^\sigma(-A_2)\mathrm{P}^\sigma + \cdots\right). \tag{45}$$

Частичную сумму ряда (45) обозначим через $\overline{H}_{1\sigma}$ и ее можно вычислить формулой

$$\overline{H}_{1\sigma+1} = \mathrm{K}^{2\sigma}\overline{H}_{1\sigma}\mathrm{P}^{2\sigma} + \overline{H}_{1\sigma}, \quad \sigma = 1,2,\cdots, \tag{46}$$

причем $\overline{H}_{11} = \sigma(-A_2) + \sigma\mathrm{K}(-A_2)\mathrm{P}$.

Решение уравнения Ляпунова (26) будет

$$H_1 = \lim_{\sigma\to 0}\overline{H}_{1\sigma}. \tag{47}$$

Далее из уравнения $H_i\tilde{A}_{10} - \tilde{A}_{40}H_i + \sum_{j=1}^{i-1}H_jA_2H_{v-1} - A_3 = 0$ находим H_i, $i = 1,2,\cdots$

и подставляя в ряд (24) определяем H.

Аналогично решается уравнения (27) при $k = 0,1,2,\cdots$.

Решения уравнения (18) и (19) с начальными условиями (20) и с постоянными матрицами $\tilde{A}_1$, $\tilde{A}_4$, $\tilde{B}_1$, $\tilde{B}_2$ при известном $u = u(k\mu)$ представим в виде:

$$\tilde{x}(k\mu) = \tilde{A}_1^{k\mu}\tilde{x}_0 + \sum_{i=0}^{k-1}\tilde{A}_1^{k-i-1}\tilde{B}_1u, \tag{48}$$

$$\tilde{z}(k\mu) = \tilde{A}_4^{k\mu}\tilde{z}_0 + \sum_{i=0}^{k-1}\tilde{A}_4^{k-i-1}\tilde{B}_2u. \tag{49}$$

Алгоритм решений задачи. Алгоритм решений задачи разделения переменных состояния линейной дискретной управляемой системы с малым шагом состоит в следующем:

1) вводим данные матрицы системы (1): $A_i(t)(i = \overline{1,4}), B_1(t), B_2(t)$, μ —малый шаг

дискретизации, начальные и конечные условия системы (1)
$x_0 = x(0), z_0 = z(0), x_M = x(M), z_M = z(M)$;

2) проверим выполнения условий 1, если выполняется условия 1, то переходим к пункту 3, иначе к пункту 1;

3) из собственных значений матрицы $A(0)$ формируются матрицы V_1, V_2. При $|V_1| \neq 0$ получаем матрицу $H_0 = H(0) = V_2 \cdot V_1^{-1}$.

Проверяются выполнения равенство

$$A_4(0)H(0) - H(0)A_1(0) - H(0)A_2(0)H(0) + A_3(0) = 0 \tag{50}$$

и для матрицы

$$\tilde{A}_1(0) = A_1(0) + A_2(0)H(0),\ \tilde{A}_4(0) = A_4(0) - H(0)A_2(0)$$

выполнения условий 1. Если эти условия выполняются, то переходим к пункту 4, иначе к пункту 3;

4) из уравнения (13) при $k = 0,\ 1, \cdots, M-1$ и $\mu \neq 0$ находим с точностью $O(s^i)$:

$$H(\mu) = \left(A_4(0)H(0) + A_3(0)\right)\tilde{A}_1^{-1}(0), \tag{51}$$

$$H(2\mu) = \left(A_4(\mu)H(\mu) + A_3(\mu)\right)\tilde{A}_1^{-1}(\mu), \cdots,$$

$$H((M-1)\mu) = \left(A_4((M-2)\mu)H((M-2)\mu) + A_3((M-2)\mu)\right)\tilde{A}_1^{-1}((M-2)\mu),$$

где $\tilde{A}_1(k\mu) = A_1(k\mu) + A_2(k\mu)H(k\mu)$;

5) находим $N_0 = N(0)$ из уравнения Ляпунова

$$\tilde{A}_1(0)N_0 - N_0\tilde{A}_4(0) - A_2(0) = 0 \tag{52}$$

аналогично нахождению $H(0)$ из уравнения Ляпунова (26);

6) из уравнения (14) при $k = 0,\ 1, \cdots, M-1$ и $\mu \neq 0$ находим:

$$N(\mu) = \left(\tilde{A}_1(0)N(0) - A_2(0)\right)\tilde{A}_4^{-1}(0), \tag{53}$$

$$N(2\mu) = \left(\tilde{A}_1(\mu)N(\mu) - A_2(\mu)\right)\tilde{A}_4^{-1}(\mu), \cdots,$$

$$N((M-1)\mu) = \left(\tilde{A}_1((M-2)\mu)N((M-2)\mu) - A_2((M-2)\mu)\right)\tilde{A}_4^{-1}((M-2)\mu),$$

где $\tilde{A}_4(k\mu) = A_4(k\mu) - H((k+1)\mu)A_2(k\mu)$;

7) получаем матрицы $\tilde{B}_1(k\mu), \tilde{B}_2(k\mu)$ при $k = 0,\ 1, \cdots, M-1$ и $\mu \neq 0$ по формулам (17);

8) получаем систему (18), (19), начальные и конечные условия (20) и (21).

В случае с постоянными матрицами системы (1) алгоритм решений задачи разделения
переменных состояния линейной дискретной управляемой системы с малым шагом состоит в следующем:

1) вводим данные матрицы системы (1): $A_i(i = \overline{1,4}), B_1, B_2, \mu$ —малый шаг
дискретизации, начальные и конечные условия системы (1)
$x_0 = x(0), z_0 = z(0), x_M = x(M), z_M = z(M)$;

2) проверим выполнения условий 1, если выполняется условия 1, то переходим к пункту 3, иначе к пункту 1;

3) из собственных значений матрицы A формируются матрицы V_1, V_2. При $|V_1| \neq 0$ получаем матрицу $H_0 = V_2 \cdot V_1^{-1}$. Проверяются выполнения равенство (25)
и для матрицы $\tilde{A}_{10} = A_1 + A_2H_0$, $\tilde{A}_{40} = A_4 - H_0A_2$ выполнения условий 1. Если эти условия выполняются, то переходим к пункту 4, иначе к пункту 3;

4) построим приближенные решения уравнения (26). По формулам (44) вычислим матричные экспоненты $e^{\tilde{A}_{10}j} = K$ и $e^{-\tilde{A}_{40}j}$, частичную сумму ряда (45) $\bar{H}_{1\sigma}$ вычислим по формулам (46). Решение уравнения Ляпунова (26) будет $H_1 = \lim_{\sigma\to 0} \bar{H}_{1\sigma}$;

5) аналогично находим решения уравнения Ляпунова:

$$H_i\tilde{A}_{10} - \tilde{A}_{40}H_i + \sum_{j=1}^{i-1} H_j A_2 H_{v-1} - A_3 = 0,\ i = 1,2,\cdots, v = i, i-1, i-2, \cdots;$$

6) аналогично находим решения уравнения Ляпунова (27);

7) получаем матрицы H и N в виде ряда (24) с точностью $O(s^i)$;

8) получаем матрицы $\tilde{A}_1, \tilde{A}_4, \tilde{B}_1, \tilde{B}_2$;

9) получаем систему (18), (19), начальные и конечные условия (20) и (21).

Заключение. Предложенный способ декомпозиции линейной дискретной управляемой системы с малым шагом в дальнейшем будут использованы при исследовании управляемости, наблюдаемости и стабилизируемости дискретных систем с малым шагом, и при построении алгоритмов решений дискретных задач оптимального управления с малым шагом.

Список литературы

1. Стрыгин В. В. Разделение движений методом интегральных многообразий [Текст]
/ В.В. Стрыгин, В.А. Соболев. - М: Наука, 1988. - 256 с.

2. Воропаева Н.В. Геометрическая декомпозиция сингулярно-возмущенных систем [Текст] / Н.В. Воропаева, В.А. Соболев. – М.: Физматлит, 2009. – 256 с.

3. Геращенко Е. И. Метод разделение движений и оптимизация нелинейных систем [Текст] /Е.И. Геращенко, С.М. Геращенко. - М: Наука, 1975. - 296 с.

4. Портер У. Современные основания общей теории систем [Текст] /У Портер. - М: Наука, 1971. - 556 с.

5. Б. Куо. Теория и проектирование цифровых систем управления [Текст] /Б. Куо. - М: Машиностроение, 1986. - 448 с.

6. Иманалиев З.К. Исследования задачи управления экономики на основе дискретной модели оптимального управления [Текст] /З.К. Иманалиев, Б.Ы. Аширбаев, Ж.А. Алымбаева. - Вестник КГУСТА. – Бишкек: 2013. - №4(42). - С. 232 -237.

7. Иманалиев З.К. Управление с минимальной энергией в дискретной задаче оптимального управления с малым шагом [Текст] / З.К. Иманалиев, Б.Ы. Аширбаев, А.М. Осмонканов. - Вестник КГУСТА. – Бишкек: 2014. - №2 (44). - С. 138 -141.

8. Аширбаев Б.Ы. Дискретная задача оптимального управления при ограниченной энергии [Текст] / Б.Ы. Аширбаев, А.М. Осмонканов, Абдрасул кызы Чолпонай. - Вестник КГУСТА. – Бишкек: 2015. - №4 (50). - С. 183 -187.

9. Аширбаев Б.Ы. Об одном способе построения переходной матрицы линейной дискретной управляемой системы с малым шагом [Текст] / Б.Ы.Ашырбаев / *Горный журнал, научно-технический журнал.- Бишкек: 2021. - т. 2 (1), – С. 13 – 17.*

10. Beavers A. N., Denman E.D. A new solution method for the Lyapunov matrix eguation. [Text] /A. N. Beavers, E. D. Denman. – SIAM J. Appl. Math., 1975. - P. 416 – 421.

11. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами [Текст] / Ю.Н. Андреев - М: Наука, 1976. 424 с.