**ОЙЧУЕВА Б.Р.**¹Ошский государственный университет, Ош, Кыргызская Республика**OYCHUEVA B.R.**¹Osh State University, Osh, Kyrgyz Republic
oichuevab@gmail.com**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХ ФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ****NUMERICAL SIMULATION OF TWO-PHASE FLOW**

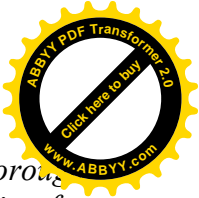
Бул макалада көп фазалуу агымдын сандык эсептөөлөрүнүн жыйынтыктары келтирилген. Иште колдонулган сандык моделдөө ыкмасы суюктук моделинин көлөмүн жана агымдын структурасын изилдөө үчүн чектелген чек ара ыкмасын камтыйт. Симуляция структураланган декарттык адаптивдүү сеткада жүргүзүлгөн, мында чектелген чеги тегерек түтүк. Суюктуктун көлөмү, сызыктуу интерфейсдин реконструкциясына негизделген суюктук-суюктуктун чек арасын аныктоого мүмкүндүк берет. Навье-Стокстун теңдемелери бүтүндөй доменде чектүү айырмачылык схемасын колдонуу менен дискретизацияланган. Гибридик моделдин мүмкүнчүлүктөрү (суюктуктун көлөмү модели - VOF жана чектелген чек ара ыкмасы-IB) мисалдарда көрсөтүлөт. Жалпы методологияда текшерүү тесттеринин кылдат сериясынан өттү, алардын жыйынтыктары бул макалада берилген.

Өзөк сөздөр: эки фазалуу агым, структураланган адаптивдүү сетка тактоо, суюктуктун көлөмү- VOF, чектелген чек ара ыкмасы -IB, OpenFOAM ,көп фазалуу InterFoam.

В этой статье представлены результаты численного расчетов многофазного потока. Использованный в той работе метод численного моделирования включает в себе модель объема жидкости и метод погруженной границы для исследования структуры потока. Моделирование проводилось на структурированной декартовой адаптивной сетки, где погруженная граница представляет собой круглую трубу. Объем жидкости, основанный на кусочно-линейном интерфейсе реконструкции, позволяет определить границу жидкость – жидкость. Уравнения Навье-Стокса дискретизируются во всей области с использованием конечно-разностной схемы. Возможности гибридной модели (модели объема жидкости и метод погруженной границы) демонстрируются на примерах, в которых встречаются сложные топологические изменения в границе. Общая методология прошла тщательную серию проверочных тестов, результаты которых приведены в данной работе.

Ключевые слова: двухфазный поток, структурированное адаптивное уточнение сетки, метод объема жидкости – VOF, метод погруженной границы – IB, OpenFOAM, multiphaseInterFoam.

This article presents the results of a multiphase flow numerical calculations. The numerical modeling method used in this work includes a volume of fluid model and immersed boundary method for studying the flow structure. The simulation was carried out on a structured Cartesian adaptive grid, where the immersed boundary is a circular pipe. The volume of the liquid, based on the piecewise linear interface reconstruction, allows us to determine the liquid-liquid boundary. The Navier-Stokes equations are discretized over the entire domain using a finite-difference scheme. The possibilities of the hybrid model (Volume of Fluid model – VOF and the immersed boundary method) are demonstrated by examples in which complex



topological changes in the boundary occur. The general methodology has passed a thorough series of verification tests, the results of which are presented in this paper. An application for calculating the water flow is presented.

Key words: Two-phase flow, structured adaptive mesh refinement, volume of fluid – VOF, immersed boundary method – IB, OpenFOAM, multiphaseInterFoam.

Введение. Многофазные потоки являются источником многочисленных нелинейных процессов, имеющих как научное, так и технологическое значение. Эти потоки характеризуются сложным движением границ раздела жидкостей, разделяющих массы жидкостей с различными свойствами материала, которые могут подвергаться значительным деформациям и топологическим переходам.

Из-за многокомпонентной природы потока поверхности раздела жидкости подвергаются поверхностному натяжению, и эта промежуточная сила играет ключевую роль почти во всех многофазных потоках. Кроме того, многофазные токи обычно имеют большие размеры.

Численные методы расчета многофазных потоков можно условно разделить на два типа: методологии сбора и отслеживания. В методах захвата, таких как континуум модель поверхностных сил [1], метод набора уровней [2], метод фазового поля [3] и метод объема жидкости [4, 5, 6, 7], граница раздела жидкости определяется неявно через глобально заданную скалярную функцию (плотность массы, функцию расстояния со знаком или объемная доля), который действует как индикатор жидкости. Эти методы захватывают интерфейс движения на сетке Эйлера и автоматически обрабатывают изменения межфазной топологии. Фронт-трекинг методы [8], с другой стороны, используют отдельную сетку для явного отслеживания движения интерфейса.

В последние годы большое внимание уделяется разработке гибридных подходов [6, 9]. Комбинированные методы также нашли свое место в научной литературе [10]. Следуя этой философии, представленный здесь метод сочетает в себе метод объема жидкости для представления границы раздела жидкость-жидкость и метод погруженной границы для представления границы раздела твердое тело-жидкость. В настоящей работе такая комбинация используется для выполнения вычислительного моделирования потока через длинную трубу: граница погружения используется для моделирования трубы, в то время как метод объема жидкости определяет границу раздела газ-жидкость.

Основная цель состоит в том, чтобы показать возможности комбинированного метода для моделирования схемы потока в трубопроводной системе с учетом структурированной декартовой сетки. С учетом этой цели в текущей работе представлены управляющие уравнения и численный метод.

Основные уравнения и численная схема. Представленная здесь комбинированная модель состоит из двух основных частей: одна учитывает наличие деформируемых границ раздела (модель объема жидкости), а другая - наличие твердых границ раздела (метод погруженных границ). Оба они встроены в несжимаемый поток с переменной плотностью, описываемые системой уравнений Навье-Стокса.

Основные уравнения. Несжимаемые уравнения Навье-Стокса с переменной плотностью с поверхностным натяжением можно записать в виде

$$\rho [\mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}] = \nabla \cdot [\mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)] - \nabla p + \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_\sigma + \mathbf{f}_s, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0,$$

где $\mathbf{u} = (u, v, w)$ - скорость жидкости, $\rho = \rho(x, t)$ - плотность жидкости, а $\mu = \mu(x, t)$ - динамическая вязкость. Здесь p , \mathbf{g} и \mathbf{f}_σ - давление, ускорение свободного падения и сила поверхностного натяжения соответственно. Исходный термин \mathbf{f}_s учитывает связь жидкость-твердое тело (физические единицы измерения, N/m^3).

Для двухфазных потоков вводится объемная доля $C(x, t)$, и через нее можно определить плотность и вязкость как



$$\rho(C) = C\rho_1 + (1 - C)\rho_2, \quad (2)$$

$$\mu(C) = C\mu_1 + (1 - C)\mu_2, \quad (3)$$

с ρ_1 , ρ_2 и μ_1 , μ_2 плотность и вязкость первой и второй жидкостей соответственно. Интерфейс переносится с локальной скоростью жидкости, используя следующее уравнение переноса для объемной доли:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(C\mathbf{u}_i) = 0. \quad (4)$$

Дискретизация во времени. Представленная здесь схема дискретизации по времени аналогична схеме, представленной в [8] с небольшими изменениями, которые позволяют выбирать различные полу неявные схемы из в соответствии с необходимостью. Полу неявная схема второго порядка имеет вид

$$\frac{\rho^{n+1}}{\Delta t} (\alpha_2 \mathbf{u}^{n+1} + \alpha_1 \mathbf{u}^n + \alpha_0 \mathbf{u}^{n-1}) = \beta f(\mathbf{u}^n) + \beta_0 f(\mathbf{u}^{n-1}) + \quad (5)$$

$$\lambda [\theta_2 \nabla^2 \mathbf{u}^{n+1} + \theta_1 \nabla^2 \mathbf{u}^n + \theta_0 \nabla^2 \mathbf{u}^{n-1}] - \nabla p^n + \rho^{n+1} \mathbf{g},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0, \quad (6)$$

где $\lambda = |\mu|_\infty$ и $f(\mathbf{u})$ вынуждающий член

$$f(\mathbf{u}) = -\lambda \nabla^2 \mathbf{u} + \nabla \cdot [\mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)] - \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \mathbf{f}_\sigma. \quad (7)$$

Здесь α_i , β_i и θ_i параметры

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{(2\gamma-1)\omega^2}{1+\omega}, & \alpha_1 &= (1-2\gamma)\omega - 1, & \alpha_2 &= \frac{1+2\gamma\omega}{1+\omega}, & \beta_1 &= -\gamma\omega, \\ \beta_0 &= 1+\gamma, & \theta_0 &= \frac{c}{2}, & \theta_1 &= 1-\gamma-(1+\frac{1}{\omega})\frac{c}{2}, & \theta_2 &= \gamma+\frac{c}{2\omega}. \end{aligned} \quad (8)$$

где $\omega = \Delta t_{n+1}/\Delta t_n$ - отношение между двумя последовательными временными шагами. Эта семья численные схемы с двумя параметрами γ и c , как показано в [11], включают

- Crank-Nicolson Adams-Bashforth (CNAB): $(\gamma, c) = (0.5, 0.0)$.
- Модифицированный Crank-Nicolson Adams-Bashforth (MCNAB): $(\gamma, c) = (0.5, 0.125)$.
- Crank-Nicolson Leap Frog (CNLF): $(\gamma, c) = (0.0, 1.0)$.
- Полуобратная разница (SBDF): $(\gamma, c) = (1.0, 0.0)$.

В настоящей работе во всех случаях выбирается указанная выше временная дискретизация, при этом переменный размер временного шага.

Чтобы справиться со связью давления и скорости, задаваемой (5) и (6), дробный временной шаг метод предлагается

$$\frac{\rho^{n+1}}{\Delta t} (\alpha_2 \mathbf{u}^* + \alpha_1 \mathbf{u}^n + \alpha_0 \mathbf{u}^{n-1}) = \beta_1 f(\mathbf{u}^n) + \beta_0 f(\mathbf{u}^{n-1}) + \quad (9)$$

$$\lambda [\theta_2 \nabla^2 \mathbf{u}^* + \theta_1 \nabla^2 \mathbf{u}^n + \theta_0 \nabla^2 \mathbf{u}^{n-1}] - \nabla p^n + \rho^{n+1} \mathbf{g},$$

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \frac{\Delta t}{\alpha_2} \frac{\mathbf{g}}{\rho^{n+1}}, \quad (10)$$



$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0, \quad (11)$$

Как только условная скорость \mathbf{u}^* вычисляется из (9), налагая $\mathbf{u}^* = \mathbf{u}^{n+1}$ на границах, он проецируется на пространство без дивергентных векторных полей. Это достигается путем решения уравнения Пуассона для q , определенного формулами (10) и (11), вместе с однородными граничными условиями Неймана $\partial q / \partial \mathbf{n} = 0$, где \mathbf{n} - внешняя нормаль к области.

Многоуровневые - многосеточные методы используются для решения как для временного векторного поля \mathbf{u}^* в (9), а приращение давления q . Последний получен из

$$\nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho^{n+1}} \nabla q \right] = \frac{\alpha_2}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^*. \quad (12)$$

Дискретизация расчётной области. Расчетная область дискретизируется с помощью структурированного адаптивного уточнения сетки, основанного на иерархической сеточной структуре, предложенной в [12], и на адаптивной метод погруженной границы, представленный в [13]. В этой схеме области потока, представляющие особый интерес, покрываются сетками с блочной структурой, определяемыми как иерархическая последовательность вложенных сеток, постепенно более мелкие уровни (составные сетки). Каждый уровень образован набором непересекающихся прямоугольных сеток, а коэффициент детализации между двумя последовательными уровнями детализации является постоянным и равно двум. Ячейки используются вокруг каждой сетки, на всех уровнях и под ними мелкие участки сетки для формального предотвращения переопределения операторов конечных разностей на границах сетки и во внутренних областях, которые покрываются более мелкими уровнями. Значения, определенные в этих ячейках, получены из схем интерполяции, обычно со вторым или третьим порядком точности, а не от решения уравнений задачи. Используется составная сетка в шахматном порядке. Выполняется дискретизация дифференциальных операторов Лапласа.

Метод объема жидкости. Для решения уравнения переноса объемной доли (урав.4) используется кусочно-линейный геометрический объем жидкости, основанный на схеме [14]. Геометрические схемы методы объема жидкости классически выполняются в два этапа:

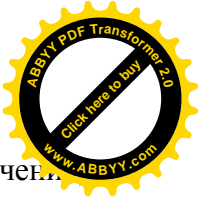
1. Реконструкция интерфейса.
2. Вычисление геометрического потока и переноса интерфейса.

Реконструкция интерфейса выполняется с использованием кусочно-плоского представления интерфейса в каждой ячейке, определяемого уравнением

$$\mathbf{m} \cdot \mathbf{x} = \alpha \quad (13)$$

Учитывая нормаль интерфейса \mathbf{m} и объемную долю C в данной ячейке, α может быть определяется однозначно с использованием аналитических соотношений ([4], [15], [16]). Нормаль интерфейса \mathbf{m} может быть аппроксимирована с учетом объемных долей в окрестности рассматриваемой ячейки. После выполнения реконструкции интерфейса геометрические потоки с разделением по направлениям могут быть легко вычислены на регулярных декартовых сетках. Как показано в [4], полученная схема адвекции сохраняет четкую границу раздела и было показано, что точность близка к точности второго порядка для практического применения. Хотя эта схема не является строго консервативной [17], ошибки в сохранении массы для сложных задач обычно не превышают 0.01%.

Метод погруженных границ. Член источника импульса f_s учитывает наличие твердого тела. Исходный член f_s оценивается методом прямого принуждения, предложенным в [18]. Основная характеристика этого метода заключается в том, что нет необходимости использовать специальные константы, и он позволяет избежать скольжения моделирование условий по погруженному интерфейсу.



Источниковый член f_s определен во всей области Ω , но он представляет значение отличное от нуля, только в точках, которые совпадают с погруженной геометрией,

$$f_s(\mathbf{x}, t) = \begin{cases} F_s(\mathbf{X}, t), & \text{то } \mathbf{x} = \mathbf{X}, \\ 0 & \text{то } \mathbf{x} \neq \mathbf{X}, \end{cases} \quad (14)$$

где \mathbf{x} - положение любой частицы в жидкости, а \mathbf{X} - положение любой точки на жесткой границе раздела, а $F_s(\mathbf{X}, t)$ Лагранжева сила

$$F_s(\mathbf{X}, t) = \rho(\mathbf{X}, t)[U_t + (\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathbf{U}] - \nabla \cdot [\mu(\mathbf{X}, t)(\nabla\mathbf{U} + \nabla\mathbf{U}^T)] + \nabla P - \rho(\mathbf{X}, t)\mathbf{g} - \mathbf{F}_\sigma, \quad (15)$$

где \mathbf{U} и P принадлежат Лагранжевой области и могут быть заданы интерполяцией скоростей и давления соответственно из точек Эйлера вблизи погруженного тела.

Сила (15) можно переписать как

$$F_s(\mathbf{X}, t) = \rho(\mathbf{X}, t) \frac{\alpha_2 U^{n+1} - \alpha_2 U^* + \alpha_2 U^* + \alpha_1 U^n + \alpha_0 U^{n-1}}{\Delta t} + \mathbf{RHS}^{n, n-1}, \quad (16)$$

где U^* - временный параметр, Δt - временной шаг, а \mathbf{RHS} - правая сторона, составленная из адвективного члена, диффузионного члена, члена градиента давления, гравитационного члена и межфазного члена силы. Обратите внимание, что (16) решается уравнениями (17) и (18) одновременно шаг:

$$\rho(\mathbf{X}, t) \frac{\alpha_2 U^{n+1} - \alpha_2 U^* + \alpha_2 U^* + \alpha_0 U^{n-1}}{\Delta t} + \mathbf{RHS}^{n, n-1} = 0, \quad (17)$$

$$F_s(\mathbf{X}, t) = \rho(\mathbf{X}, t) \frac{\alpha_2 U^{n+1} - \alpha_2 U^*}{\Delta t}, \quad (18)$$

где $U^{n+1} = U_{FI}$ - погруженная граница, заданная скорость.

Уравнение (17) решается в Эйлеровой области, т.е. решение уравнения (1) с $f_s = 0$. Временная скорость \mathbf{u}^* интерполируется в область Лагранжа и принимает вид \mathbf{U}^* и используется в уравнении (18). После этого $F_s(\mathbf{X}, t)$ размывается до Эйлеровой сетки с помощью функция распределения D

$$f_s(\mathbf{x}) = \sum_{\Gamma} D_h(\mathbf{x} - \mathbf{X}) F_s(\mathbf{X}) \Delta V, \quad (19)$$

$$D_h(\mathbf{x} - \mathbf{X}) = \frac{1}{h^3} W_g\left(\frac{x-X}{h}\right) W_g\left(\frac{y-Y}{h}\right) W_g\left(\frac{z-Z}{h}\right), \quad (20)$$

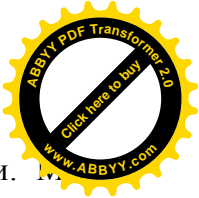
$$W_g(r) = \begin{cases} 1 - |r| & \text{se } 0 \leq |r| \leq 1, \\ 0 & \text{se } 1 < |r|. \end{cases} \quad (21)$$

где $r = \frac{x-X}{h}$ - шаг Эйлеровой сетки, ΔV - объем диапазона влияния (см. [18]).

Наконец, Эйлерова скорость обновляется уравнением (22)

$$\mathbf{u}^{**} = \mathbf{u}^* + \frac{\Delta t}{\rho(\mathbf{x}, t) \alpha_2} \mathbf{f}_s. \quad (22)$$

Уравнения (18) - (22) можно повторять несколько фиксированных раз или до тех пор, пока некоторая погрешность допуска не было достигнуто. Важно отметить, что в



многофазном потоке отношение плотностей может достигать высокие ценности. Мы заметили, что при запуске метода погруженной границы в контексте многофазного течения, особенно, когда отношение плотностей больше 10, ошибка между $\rho(\mathbf{X},t)$ и $\rho(\mathbf{x},t)$ может повлиять на схождение нескольких прямых сил. Вот почему в этих случаях в уравнениях (18) - (22) плотностью пренебрегают. Учтите, что это не влияет на конечный результат, поскольку при подстановке (18) в (22) плотности сокращаются.

Проверка и валидация. Проверка/валидация является важным шагом в разработке любого числового инструмента. В настоящей работе мы используем метод готовых решений только для проверки скорости сходимости Эйлеровой системы уравнений, в то время как проверочные тесты применяются к другим численным методам, таким как вычисления кривизны и межфазной силы, а также реализация метода погруженной границы.

Проверочный тест для метода погруженной границы. Поток Хагена–Пуазейля—это еще одна проблема вычислительная гидродинамика, (используемая при проверке кода, которая имеет аналитическое решение и обеспечивает условия отсутствия скольжения в стенке трубы. Уравнения, управляющие потоком Хагена–Пуазейля, могут быть получены непосредственно из уравнений Навье–Стокса в цилиндрических координатах, которые представляют следующий параболический профиль скорости:

$$u_x = - \frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (R^2 - r^2), \quad (23)$$

где R —радиус трубы, x и r —цилиндрические координаты в горизонтальном и радиальном направлениях соответственно. В настоящей работе для представления трубы используется неструктурированная сетка, а метод погруженной границы моделирует условие отсутствия скольжения на стенке трубы. Снова применяется та же процедура метод изготовления решений, но исходный термин заменяется константой, которая играет роль разности давлений ($\partial p/\partial x$). Термин источника применяется только к ячейкам, расположенным внутри трубы (для них $\partial p/\partial x = 1$). В дополнительной области градиент давления не накладывается. Область моделирования равна $\Omega = [0, 1] \times [0, 0.5] \times [0, 0.5]$, длина трубы равна 1, и радиус $R = 0.2$. Анализ точности проводится при $t = 10$ с учетом как составных, так и однородных сеток. Шаг по времени задается определяется согласно критерию Куранта-Фридрихса-Леви [19].

$$\frac{u_x \Delta t}{\Delta x} + \frac{u_y \Delta t}{\Delta y} + \frac{u_z \Delta t}{\Delta z} < CFL = 0.6,$$

для Рейнольдса $Re = 100$, $\rho = 0.1$ и $\mu = 0.002$.

Принятые граничные условия являются периодическими в направлении x , однородными по Нейману в направлениях y и z . На рис. 1. показана наша труба, смоделированная неструктурированной сеткой, встроенной в декартову сетку с локальным уточнением.

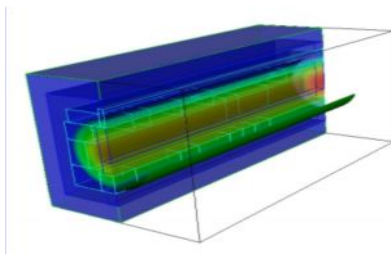
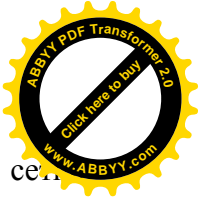


Рис. 1. Труба, дискретизированная неструктурированной сеткой, встроенной в декартову сетку с двумя уровнями уточнения

Профили скорости при $x = 0.5$, $y = 0.25$ и $t = 10.0$ с показаны на рис. 2, где для сравнения с аналитическим решением используется однородная сетка $64 \times 32 \times 32$ и две другие уточненные сетки $64 \times 32 \times 32L_1$, $64 \times 32 \times 32L_2$. Ошибки, полученные на



нескольких сетках на рис.4, и относительная погрешность для самой тонкой сетки составляет около 0.1%.

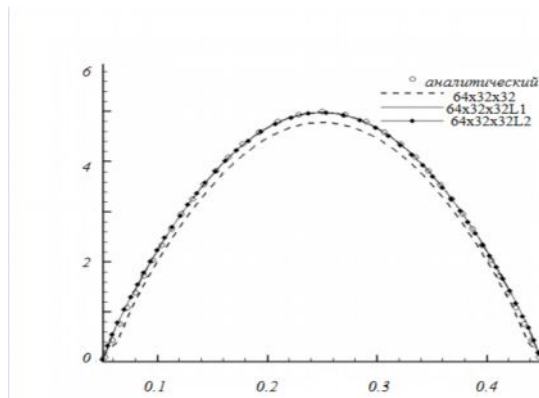


Рис.2. Профиль скорости при $x = 0.5$, $y = 0.25$ и $t = 10.0c$ для горизонтальной скорости в нескольких разных сетках.

В моделировании переходного процесса (рис.4) заданная конфигурация свободной поверхности синусоидальной формы была быстро преобразована в более тонкий упакованный слой с каплями воды, время работы до 1.5с. В этом случае область межфазного смешивания увеличивается с увеличением скорости, и два типа дисперсий могут сосуществовать. Обе фазы сохраняют свою непрерывность в верхней и нижней частях рис.3. Исповерхность начального возмущения границы раздела для объемной доли жидкости 0.5.

Мы называем составные адаптивные сетки, используя обозначение $m \times n \times oLp$, которое обозначает сетку с $m \times n \times o$ самый базовый уровень и p уровней детализации (всего, от самого базового до самого тонкого)

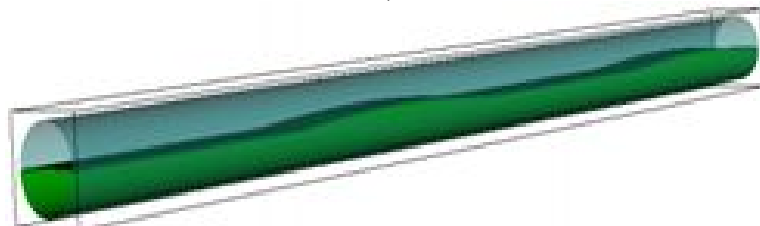


Рис.3. Исповерхность начального возмущения границы раздела для объемной доли жидкости 0.5.

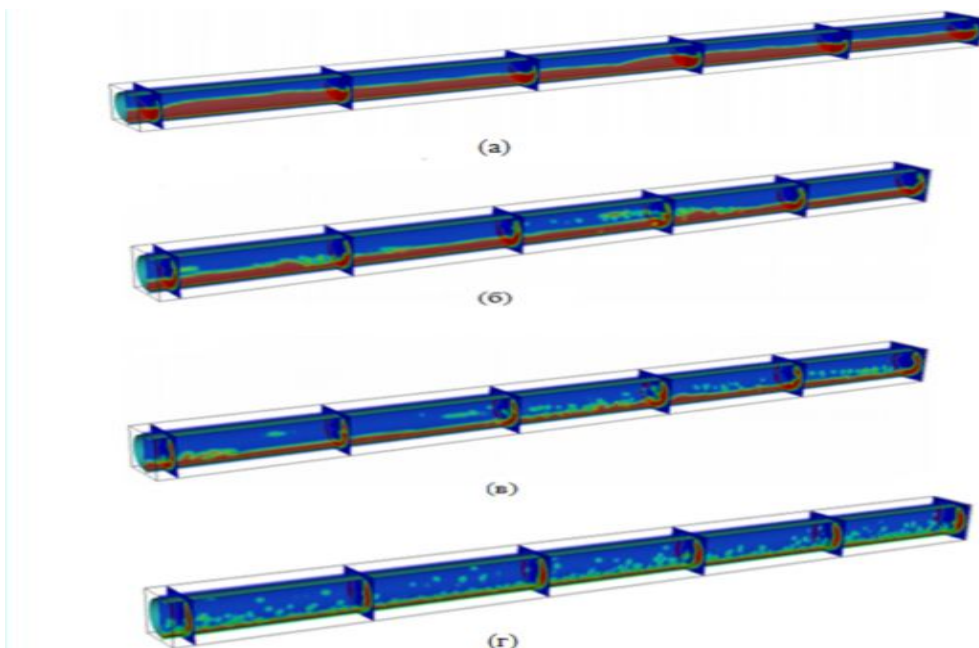


Рис. 4. Поле распространения плотности в трубе с периодическим граничным условием.

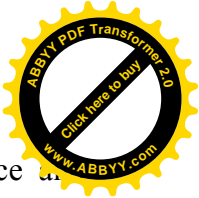


(a) $t = 0.02$ с, (б) $t = 0.3$ с, (в) $t = 1.25$ с, (г) $t = 1.5$ с

Выводы. Гибридный метод определения объема жидкости/погруженной границы для компьютерного моделирования переходных течений несжимаемой жидкости, задаваемых уравнениями Навье-Стокса с жесткими погруженными телами с заданными скоростями, реализован в рамках адаптивного уточнения сетки. Как показывает применение методологии к проблеме потока дисперсии потока, методология успешно предсказывает основные качественно важные характеристики потока. Будущая работа будет связана с распараллеливанием методологии и проверкой численного моделирования с использованием экспериментальных данных и статистических параметров.

Список литературы

1. Brackbill, J. U., Kothe, D. B. and Zemach, C. A continuum method for modeling surface tension. *J. Computational Physics*, 100:335–354, 1992.
2. Chang, Y. C., Hou, T. Y., Merriman and Osher, S. A level set formulation of Eulerian interface capturing methods for incompressible fluid flows. *J. Comput. Phys.*, 124:449–464, 1996.
3. Badalassi, V. E., Cenicerros, H. D. and Banerjee, S. Computation of multiphase systems with phase field models. *J. Comput. Phys.*, 190:371–397, 2003.
4. Fuster, D., Bagu, A., Boeck, T. Moyne, L. L., Leboisseries, A., Popinet, S., Ray, P., Scardovelli, R. and Zaleski, S. Simulation of primary atomization with octree adaptive mesh refinement and vof method. *International Journal of Multiphase Flow*, 35:550–565, 2009.
5. Ubbink O. Numerical Prediction of two Fluid Systems with Sharp Interfaces. PhD Thesis, Imperial College, University of London.-1997.
6. Kurbanaliev, A. Maksutov, A., Obodoeva, G., Oichueva, B., Using OpenFOAM multiphase solver interFoam for large scale modeling. *Comput. Science*, 366-370, 2019
7. Култаев, Т., Курбаналиев, А., Ойчуева, Б., Калмурзаева, А., Жайнаков, А., Критическое сравнение различных версий пакета OpenFOAM на задаче моделирования водослива, *Вычис. тех.*, 26:2-44-5, 2021
8. Cenicerros, H. D., Roma, A. M., Silveira-Neto, A. S. and Villar, M. M. A robust, fully adaptive hybrid level-set/front-tracking method for two-phase flows with an accurate surface tension computation. *Commun. Comput. Phys.*, 8:51–59, 2010.
9. Aulisa, E., Manservigi, S., Scardovelli, R. and Zaleski, S. A mixed markers and volume of-fluid method for the reconstruction and advection of interfaces in two-phase and free boundary flows. *J. Comput. Phys.*, 188:611–639, 2003.
10. Deen, N. G., van Sint Annaland, M. and Kuipers, J. A. M. Direct numerical simulation of complex multi-fluid flows using a combined immersed boundary and volume of fluid approach. *Fifth International Conference on CFD in the Process Industries*, 2006.
11. Ascher, U. M, Ruuth, S. J. and Wetton, B. T. Implicit–explicit methods for time-dependent pde’s. *SIAM J. Numer. Anal.*, 32:797–823, 1997.
12. Berger, M. J. and Colella, P. Local adaptive mesh refinement for shock hydrodynamics. *J. Comput. Phys.*, 82:64–84, 1989.
13. Roma, A. M., Peskin C. S., and Berger M. J. An adaptive version of the immersed boundary method. *J. Comput. Phys*, 153:509–534, 1999.



14. Scardovelli, R. and Zaleski, S. Direct numerical simulation of free-surface interfacial flow. *Annu. Rev. Fluid Mech*, 31:567–603, 1999.
15. Gueyffier, D., Li, J., Nadim, A., Scardovelli, S. and Zaleski, S. Volume of fluid interface tracking with smoothed surface stress methods for three-dimensional flows. *J. Comput. Phys.*, 152:423–456, 1999.
16. Scardovelli, R. and Zaleski, S. Analytical relations connecting linear interfaces and volume fractions in rectangular grids. *J. Comput. Phys.*, 164:228–237, 2000.
17. Rider, W. J. and Kothe, B. D. Reconstructing volume tracking. *J. Comput. Phys.*, 141:112–152, 1998.
18. Uhlmann, M. An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows. *Journal of Computational Physics*, 209:448–476, 2005.
19. Ferziger J. H., Peric M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer Verlag, 2002–42.