УДК 371. 3

Салыков С.С., Назарбаева М.Т., Салыкова Н.С.
К.Тыныстанов ат. ЫМУ

БӨЛҮНҮҮЧҮЛҮКТҮН КАСИЕТТЕРИН ИНТЕРАКТИВДҮҮ ЖОЛ МЕНЕН ОКУТУУ МАСЕЛЕЛЕРИ

Макала мектеп окуучуларынын таанып билүү активдүүлүгүн жогорулатуунун негизги шарттарынын бири болгон бөлүнүүчүлүк теориясынын негизги ырастоолорун камтыган элективдик курстун мазмунун жана аны окутуунун технологиясын иштеп чыгууга арналган.

Эгемендүүлүккө ээ болгон 25 жылга жакын убакыт ичинде республикабызда социалдык–экономикалык багытта илгерилөө процесси ачык байкалууда. Айрыкча, билим берүү жаатында жетишилген ийгиликтер көзгө даана көрүнүп калды. Бул багытта республикада гана эмес, жакынкы чет өлкөлөрдө белгилүү болгон окумуштуулар И.Бекбоев, М.Иманалиев, Ж.Саламатов жетекчилик кылган авторлор коллективи тарабынан даярдалып, басмадан жарык көргөн мектеп математикасы боюнча окуу китептери коомчулук тарабынан жылуу кабыл алынуу менен, окутуу кыргыз тилинде жүргүзүлгөн мектептерде жогорку илимий методикалык деңгээлде жазылган окуу куралдары катарында кеңири колдонулуп, окуучулардын билимдеринин сапатын жогорулатууга өз салымын кошууда [1].

Бирок, тилекке каршы, көз карандысыз эл аралык эксперттердин билдирүүсү, ошондой эле жогорку окуу жайларга кабыл алуу экзамендери (айрыкча, ЖРТнын жыйынтыктары) орто мектептин бүтүрүүчүлөрүнүн математика боюнча билимдеринде бир топ мүчүлүштүктөр (формалдуулук, толук эместик, тайкылык ж.б.) бар экенин далилдеп отурат.

Көрсөтүлгөн кемчиликтерди жоюу үчүн жаңы типтеги жалпы орто билим берүүчү окуу жайларынын санын кеңейтүү менен, окуучуларга сунуштала турган элективдик курстарды окутуунун азыркы технологияларын традициялык окутуу методдору менен оптималдуу айкалыштыруу аркылуу алардын билимдеринин оперативдүү, аң–сезимдүү, жалпыланган жана бекем болуусуна жетишүүгө мүмкүн экендигин практика жана теориялык изилдөөлөр көрсөтүп отурат. Биз чакан макалабызда сандардын бөлүнүүчүлүк теориясына тиешелүү болгон бир катар маанилүү ырастоолорду окутуунун учурдун талабына жооп берген технологиясын негизинде иштеп чыгып, бир катар маанилүү методикалык сунуштарды келтирүүгө аракет жасадык.

Жалпылоонун жана конкреттештирүүнүн, ой жүгүртүүнүн негизги операциялары катарында окуучулардын таанып–билүү ишмердүүлүгүн уюштурууда жана тиешелүү натыйжага жүргүзүүдө мааниси чоң экендигин эске алуу менен, адегенде, бөлүнүүчүлүктүн жалпы белгисин туюнта турган төмөнкү теореманы 8–класстын окуучуларына алдын ала логикалык–дидактикалык талдоо жүргүзүү менен сунуштоого болот [3, 15] [4].

Теорема. Берилсин $X = x_n \cdot 10n + x_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + x_1 \cdot 10 + x_0$ (1) деген $\overline{x_n x_{n-1} \ldots x_1 x_0}$ n+1 орундуу натуралдык сан. (1) санынын көп орундуу У санына калдыксыз бөлүнүшү үчүн 10дун тиешелүү даражасын У санына бөлгөндөн чыккан калдыкты Х санынын 10 дун ошол даражасына туура келген бир орундуу санга болгон көбөйтүндүсүнүн суммасынын бөлүнүшү зарыл жана жетиштүү.

Окуучулар менен бирдикте теореманын шартына талдоо жүргүзүү аркылуу Х > У шартын канагаттандырган (1) түрүндөгү n+1 орундуу сан берилгени, ага кошумча түрдө $10, 10^2, 10^3, \ldots, 10^n$ сандарын У ке бөлгөндөн чыккан калдыктарды $v_1, v_2, \ldots, v_n$ деп белгилеп алууну макулдашабыз. Анда X санынын У ке бөлүнүүсү үчүн ($x_0 + x_1 \cdot v_1 + x_2 \cdot v_2 + ... + x_n \cdot v_n$) суммасынын Уке бөлүнүшү зарыл жана жетиштүү экенин далилдейбиз.

Далилдөөнүн негизги бөлүгүн таблица түрүндө төмөндөгүчө беребиз:

Белгилөө				Бөлүүнүн компоненттеринин арасындагы көз карандылык.
Бөлүнүүчү	Бөлүү	Тийинди	Калдык	
$10^0=1$	У	U_0	$V_0 = 1$	$1= У \cdot U_0 + V_0$
10^1	У	U_1	V_1	$10^1 = У \cdot U_1 + V_1$
10^2	У	U_2	V_2	$10^2 = У \cdot U_2 + V_2$
10^3	У	U_3	V_3	$10^3 = У \cdot U_3 + V_3$
...	...	…	…	…
10^n	У	U_n	V_n	$10^n = У \cdot U_n + V_n$

10 санынын бардык удаалаш даражаларын У санына бөлүүдөн келип чыккан тийиндилерди жана калдыктарды шарттуу турдө U_i жана V_i символдору менен белгилесек, натуралдык катардын сандарынын жалпы касиеттеринин негизинде, бөлүнүүчү, бөлүүчү жана тийиндинин ортосундагы көз карандылыкты туюнтабыз. Таблицада жөнөкөй бирдикти туюнтуп турган цифра (бир орундуу сан) $10^0 = 1$ ге туура келет. Мында 1 санын каалагандай У > 1 бүтүн санына бөлүүнүн натыйжасында дайыма тийинди 0 гө, ал эми калдык 1ге барабар боло турганын окуучулардын эсине салып коёбуз. (Бөлүнүүчү катарында алынган бир санынын касиети окуучуларга жакшы тааныш!) Бул айтылгандан $X_0 \cdot V_0 = X_0 \cdot 1 = X_0$ экендиги келип чыгат.

Далилдөөнүн таблицага талдоо жасаган этабынан кийин X санынын разряддык бирдиктеринин суммасы түрүндө ажыратылышы көрсөтүлгөн (1) барабардыктагы 10 санын даражасын, алардын тиешелүү маанилери менен таблицаны пайдаланып, алмаштырууну сунуштайбыз. Натыйжада, төмөнкү туюнтма алынат:

$X= X_0 + X_1(У \cdot U_1 + V_1) + X_2 (У \cdot U_2 + V_2) + X_3(У \cdot U_3 + V_3)+ \ldots + X_{n-1}(У \cdot U_{n-1} + V_{n-1}) + X_n(У \cdot U_n + V_n) = X_0 + X_1У \cdot U_1 +X_1 V_1 + X_2 У \cdot U_2 + X_2 V_2 + X_3 У \cdot U_3 +X_3 V_3+ \ldots + X_{n-1}У \cdot U_{n-1} +X_{n-1} V_{n-1} + X_n У \cdot U_n + X_n V_n$ (Көбөйтүүнүн дистрибутивдик касиети) $= (X_1У \cdot U_1 + X_2 У \cdot U_2 + X_3 У \cdot U_3 + \ldots + X_{n-1}У \cdot U_{n-1} + X_n У \cdot U_n) + (X_0 +X_1 V_1 + X_2 V_2 + X_3 V_3+ \ldots + X_{n-1} V_{n-1} + X_n V_n)$ (кошуунун коммутативдик жана ассоциативдик касиеттери боюнча)

Эми акыркы натыйжаны талдоого алууну сунуштайбыз. Окуучулар берилген X санын эки кошулуучунун суммасы түрүндө көрсөтүлгөнүн жалпылоого таянуу менен белгилешет: $X = У\cdot\alpha + \beta$ (2) андан ары сумманы санга бөлүү касиетин эстерине түшүрүшүп, (2) барабардыкта $У\cdot\alpha$ саны Уке эселүү экендигин, ал эми β нын болсо У ке эселүү же эселүү эмес экендигин негиздеп көрсөтүү керек экендигин (б.а. $(X_0 +X_1 V_1 + X_2 V_2 + X_3 V_3+ \ldots + X_{n-1} V_{n-1} + X_n V_n) : У$) далилдөө X тин У санына эселүү болушунун зарыл жана жетиштүү шартын камтый турганын белгилеп коёбуз. (Окуучулар бул теоремага чейин сумманын санга бөлүнүшүнүн зарыл жана жетиштүү шартын өздөштүргөн болууга тийиш.)

Эми бул зарыл жана жетиштүү шартты конкреттүү сандар үчүн текшерүү үчүн классты үч топко (үчкө чейин саноо менен) бөлүп, натыйжаларын презентациялоону ишке ашырабыз. Бир чакан топтун 15240 санын 24 кө бөлүүнү жазуу жүзүндө аткарбастан, теоремага таянуу менен текшерүүнү төмөндөгүчө жүргүзүшү күтүлөт: 10дун тиешелүү даражаларын 24 санына бөлүүдөн келип чыккан калдыктарды текшеришип, төмөнкү таблицаны түзүшөт:

$10^0 = 24 \cdot 0 + 1$

$10^1 = 24 \cdot 0 + 10$
$10^2 = 24 \cdot 4 + 4$
$10^3 = 24 \cdot 41 + 16$
$10^4 = 24 \cdot 416 + 16$

Андан кийин берилген сандын тиешелүү разрядынын ага туура келүүчү калдыкка болгон көбөйтүндүлөрүнүн суммасын эсептейбиз:

$1 \cdot 16+5 \cdot 16+2 \cdot 4+4 \cdot 10+1 \cdot 0 = 16+80+8+40=144:24=6$

Алынган сумма 144 саны 24 кө бөлүнөт, демек, 15240 саны да 24 кө бөлүнөт деген корутунду чыгарышат.

Негизги теореманы өздөштүрүү деңгээлинин жогору болушун камсыз кылуу жана аны бышыктоо максатында, класстын окуучуларын саноо жолу менен 4-5 чакан топко бөлүп, ар бир топко тиешелүү түрдө 2ге, 3кө, 4кө, 11ге жана 5ке бөлүнүүчүлүктүн белгилерин, жогоруда келтирилген жалпы учурду камтыган теореманын көз карашында негиздеп көрсөтүүнү жана натыйжаны презентациялоону сунуштайбыз.

Биринчи чакан топ 10 дун даражасын 2ге бөлгөндө $V_1 = V_2 = ... = V_n = 0$ боло турганын байкашат да, төмөнкүдөй барабардыкты жазышат:

$X_0 + X_1 V_1 + X_2 V_2 + X_3 V_3 + \ldots + X_{n-1} V_{n-1} + X_n V_n = X_0 + X_1 \cdot 0 + X_2 \cdot 0 + X_3 \cdot 0 + \ldots + X_{n-1} \cdot 0 + X_n \cdot 0 = X_0$. Демек, берилген сандын 2ге бөлүнүшү бирдиктердин санына гана ошого гана көз каранды болот деген белгилүү жыйынтыкка келишет.

Экинчи топко цифраларынын суммасы 3 кө бөлүнгөн сандар гана, ошолор гана 3кө бөлүнүшөт деген ырастоону текшерип көрүү тапшырылат. Окуучулар жалпы учурду тиешелүү деңгээлде өздөштүрүшкөн болушса, анда төмөнкүдөй талкуулоолорду жүргүзүшө тургандыгы күтүлөт:

$$x = \overline{x_n x_{n-1} ... x_2 x_1 x_0} = x^n \cdot 10^n + x_{n-1} \cdot 10^{n-1} + ... + x_2 \cdot 10^2 + x_1 \cdot 10^1 + x_0 \cdot 10^1 =$$

$$= x_n(3 \cdot \underbrace{33 \ldots 3}_{n жолу} + 1) + x_{n-1}(3 \cdot \underbrace{33 \ldots 3}_{n-1 жолу} + 1) + \ldots + x_2 \cdot (3 \cdot 33+1) + x_1(3 \cdot 3+1) + x_0 =$$

$$3 \cdot \underbrace{33 \ldots 3}_{n жолу} \cdot x_n + x_n + 3 \cdot \underbrace{33 \ldots 3}_{n-1 жолу} \cdot x_{n-1} + x_{n-1} + \ldots + 3 \cdot 33 \cdot x_2 + x_2 + 3 \cdot 3 x_1 + x_1 + x_0$$

$$= (x_n \cdot 3 \cdot \underbrace{33 \ldots 3}_{n жолу} + x_{n-1} \cdot 3 \cdot \underbrace{33 \ldots 3}_{n-1 жолу} + \ldots + x_2 \cdot 3 \cdot 33 + x_1 \cdot 3 \cdot 3) + (x_n + x_{n-1} + \ldots + x_2 + x_1 + x_0) \quad (3)$$

(Мында ар бир кадамды негиздөө менен, көбөйтүүнүн жана кошуунун касиеттери колдонулуп жатканын окуучулар ачык айтышына жетишүү талап кылынат). Ошентип, ар кандай натуралдык санды биринчи кошулуучусу 3кө эселүү, ал эми экинчиси – берилген сандын цифраларынын суммасы (10 дун тиешелүү даражасын 3кө бөлүп калдык 1ге барабар, б.а., $V_1 = V_2 = ... = V_n = 1$) (3) барабардык түрүндө көрсөтүүгө мүмкүн экендигин, демек, 3кө бөлүнүүчүлүктүн белгилүү белгисине оңой эле келүүгө мүмкүн экенин көрсөтүп турган (3) барабардыкка келишет.

Дагы бир топ 11ге бөлүнүүчүлүктүн белгисин изилдешип, тиешелүү туюнтмаларды төмөнкүдөй теңдеш өзгөртүп түзүүнү жүргүзүү менен, маанилүү корутундуга келишет. X санын (ал n+1 орундуу) разряддардын бирдиктеринин суммасы түрүндө көрсөтүшүп, андан ары бир катар өзгөртүп түзүүлөрдү аткарабыз. n= 2k + 1

$$X = 10^n \cdot x_n + 10^{n-1} x_{n-1} + \ldots + x_1 \cdot 10 + x_0 = x_0 + x_1(11 \cdot 0 + 10) + x_2(11 \cdot 9 + 1) + x_3(11 \cdot 90 + 10) + x_4(11 \cdot 909 + 1) + \ldots + x_{n-1}(11 \cdot 9 \underbrace{00 \ldots 0}_{n-3 \text{ жолу}} + 10) + x_n(11 \cdot \underbrace{9090 \ldots 9}_{n-1 (9 \text{ жана } 0)} + 1) = [(x_0 + x_2(11 \cdot 9 + 1) + x_4(11 \cdot 909 + 1) + \ldots + x_{n-1}(11 \cdot 9 \underbrace{090 \ldots 0}_{i-3 \text{ жолу}} + 1] + [x_1(11 \cdot 0 + 10) + x_3(11 \cdot 90 + 10) + x_5(11 \cdot 9090 + 10) + \ldots + x_n(11 \cdot \underbrace{9090 \ldots 9}_{n-1 (9 \text{ жана } 0)} + 10)] = (x_0 + x_2 \cdot 1 + x_4 \cdot 1 + \ldots + x_{n-1} \cdot 1) + (x_2 \cdot 11 \cdot 9 + x_4 \cdot 11 \cdot 909$$

$$+\ldots+ x_{n-1}\cdot 1\ 1\ \cdot 9\underbrace{090\ldots0}_{n-3\ \text{жолу}}) + (10\cdot x_1 + 10\cdot x_3 + \ldots +10\cdot x_n) + (x_1\cdot 11\cdot 0 + x_3\cdot 11\cdot 90 + x_5\cdot 11\cdot 9090 + \ldots + x_n\cdot 9\underbrace{090\ldots0}_{n-3\ \text{жолу}}) = x_i\cdot 11\cdot k + 10(x_1 + x_3 + x_5 + \ldots + x_n) + (x_0 + x_2 + x_4 + \ldots + x_{n-1})$$

Натыйжада, сандын 11ге бөлүнүшү үчүн анын так орунда турган цифраларынан түзүлгөн бир орундуу сандардын 10 эселенген суммасы менен сандын жуп орунда турган цифраларынан түзүлгөн бир орундуу сандардын суммасынын суммасы 11 ге бөлүнсө, анда ал сан 11 ге бөлүнөт деген корутунду айтылат. Мисалы, 121 санында 2·10+2=22 демек,

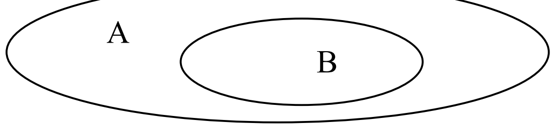
121 : 11; 297 : 11, себеби 9·10+9=99 : 11

Алынган бул белги арифметика боюнча окуу китептеринде (мисалы, М.К.Гребенча, Арифметика 136 б.) келтирилип жүргөн. 11ге бөлүнүүчүлүктүн “Сандын жазылышында жуп орундарда турган цифралардан түзүлгөн бир орундуу сандардын суммасы менен анын так орунда турган цифралардан түзүлгөн сандардын суммасынын айырмасы 11 ге бөлүнсө (же нөлгө барабар болсо), анда ал сан 11 ге бөлүнөт” деген белгиси менен карама–каршы келбей турганын белгилейли.

Жогоруда келтирилген өзгөртүп түзүүдө кошуунун тиешелүү касиеттери колдонуларын окуучулар белгилешет. Ага кошумча түрдө, 10дун жуп (так) даражасын 11 ге бөлгөндө калдык $V_i = 1$ ге ($V_j = 10$ го) барабар боло турганын окуучулар өздөрү изилдеп, тиешелүү корутунду чыгаруусун уюштуруу керек.

Ал эми 5ке бөлүнүүчүлүктүн белгисин негиздешип, $V_1 = V_2 = \ldots = V_n = 0$ болуп, натыйжада, сандын акыркы цифрасы 5 же 0 болсо гана, ошондо гана ал сан 5ке бөлүнөт деген жыйынтык алынат.

Кошумча түрдө 4 кө бөлүнүүчүлүктүн белгисин жалпы учурду колдонуу менен изилдешип, окуучулар Эйлер–Венндин тегерекчесин пайдаланышып, түшүнүктөрдүн ортосундагы баш ийүү катышын же эки көптүктүн ортосундагы “астыңкы көптүк болуу” катышын көрсөткөн төмөнкүдөй сүрөттөлүштү алышат.



Мында A көптүгү 2ге бөлүнүүчү, ал эми B көптүгү болсо 4кө бөлүнүүчү сандардын көптүгүн билдирет. Окуучулар төмөнкүдөй квантордук операцияларды көмүскө түрдө өз ичине алып турган, жалпыланган корутундуларды келтирише турганы күтүлөт: “4кө бөлүнүүчү ар кандай сан 4= 2·2 болгондуктан, 2ге да бөлүнөт, ал эми 2ге бөлүнгөн айрым сандар (мисалы, 8, 12, 24 ж.б.) 4кө да бөлүнөт, бирок 2ге бөлүнүп, ошол эле учурда 4кө бөлүнбөгөн сандарда (мисалы, 14, 18, 46 ж.б.) бар. Демек, 4кө бөлүнүүчү сандардын көптүгү 2 ге бөлүнүүчү сандардын көптүгүнүн астыңкы көптүгү болот” [3].

Класстан математикага кызыккан айрым окуучуларга 8ге, 6га, 12ге, 18ге, 21ге, 14, 15ке бөлүнүүчүлүктүн белгилерин жалпы учурга негиздөө аркылуу портфолио түзүү менен, натыйжасын презентациялоого тапшырма катарында үч төрт жумага берүү максатка ылайык [1].

Жыйынтыктап айтканда, элективдик курстарды өз орду жана ыгы менен пайдалануу аркылуу окуучулардын өз алдынчалуулугун өстүрүүгө, алардын жалпы интеллектуалдык деңгээлинин жогорулашына жетишүүгө мүмкүн.

Адабияттар:

1. Бекбоев И.Б. ж.б. Орто мектептин 5-кл. үчүн окуу китеби. – Б.: Педагогика, 2002.
2. Бекбоев И.Б. ж.б. Жалпы билим берүүчү мектептер үчүн программа. Математика 5-11-кл. – Б.: Педагогика, 2007.
3. Бекбоев И.Б., Салыков С. ж.б. Математиканы 5-6-класстарда окутуу: Мугалимдер үчүн методикалык колдонмо. – Б.: Педагогика, 2003.
4. Чекмарев Я.Ф. Арифметика. – М.: Просвещение, 1972