

УДК 53.072 (575.2) (04)

НАГРЕВ СТОЛБА ВОДЫ В КРУГЛОМ ВОЛНОВОДЕ

Э.Б. Кулумбаев – докт. физ.-мат. наук,
В.М. Лелевкин – докт. физ.-мат. наук, профессор

The analysis of dynamics of cylindrical water column heating by microwave radiation in round waveguide on the wave E_{01} was carried out on the base of numerical solution of energy balance and Maxwell equations.

Введение. Изучение процесса нагрева воды и ее растворов микроволновым излучением представляет большой научный и практический интерес. Это обусловлено, прежде всего, сложными нелинейными процессами взаимодействия излучения с жидкими средами, а также широким применением микроволнового нагрева водных и биологических сред в медицинских, промышленных и бытовых производствах, например, микроволновая абляция опухолей, очистка сбросовых вод, стерилизация жидких пищевых продуктов и т.д.

В работе [1] экспериментально исследовано распространение микроволнового излучения в столбе воды. Стекланный цилиндрический сосуд в металлической оплетке с водой помещался внутри нерегулярной волноводной системы, возбуждаемой магнетроном. Анализ результатов измерений показал, что изменение температуры воды отражает динамику проникновения микроволнового излучения внутрь водяного столба за счёт последовательного его прогрева (эффект “самопросветления” воды, связанный с увеличением глубины проникновения излучения). Результаты расчета в рамках одномерной модели [1] качественно согласуются с экспериментальными данными, а количественные отличия заметны в придонных слоях столба воды.

В данной работе рассматривается динамика нагрева цилиндрического столба воды микроволновым излучением в круглом волноводе

на волне E_{01} на основе уравнений баланса энергии и Максвелла. Электромагнитное поле в “круглом” волноводе возбуждается нерегулярной волноводной системой, а в рамках рассматриваемой постановки – бегущей по волноводу волной E_{01} . Это допущение позволяет ограничиться рассмотрением двумерного приближения в виду круговой симметрии волны E_{01} и накладывает условия на выбор радиуса волновода так, чтобы длина волны возбуждения превышала критические длины более высоких мод поперечно-магнитных ТМ-волн.

Модель. Рассматривается нагрев столба воды в стеклянном цилиндрическом сосуде, расположенном соосно (рис. 1) круглому металлическому волноводу с идеально проводящими стенками, за счет диссипации энергии, подводимой ТМ-волны:

$$\vec{E}(E_r; 0; E_z) \exp[i(\omega t - k z)],$$

$$\vec{B}(0; B_\phi = B; 0) \exp[i(\omega t - k z)].$$

Предполагается, что в процессе нагрева воды до температуры кипения вода и окружающий воздух остаются неподвижными.

Уравнения. С учетом сделанных допущений, тепловые и электромагнитные характеристики процесса нагрева воды и самосогласованного электромагнитного поля описываются на основе нестационарного уравнения баланса энергии и приведенного волнового уравнения в цилиндрической системе координат (рис. 1):

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \omega \varepsilon_0 \varepsilon'' (E_r E_r^* + E_z E_z^*)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r \varepsilon} \frac{\partial r B}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial B}{\partial z} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} B = 0. \quad (2)$$

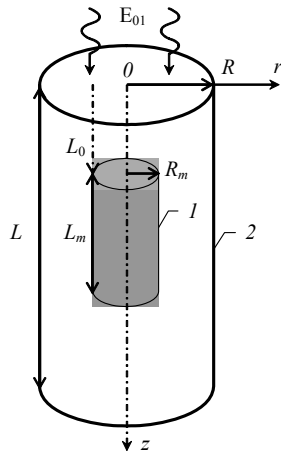


Рис. 1. Схема микроволнового нагрева столба воды в волноводе на волне E_{01} : 1 – столб воды в стеклянном цилиндрическом сосуде радиуса R_m , длиной L_m с тонкими стенками; 2 – круглый протяженный металлический волновод радиуса R , длиной L , L_0 – расстояние от начального сечения до поверхности воды.

Компоненты вектора напряженности электрического поля определяются из уравнений Максвелла:

$$E_r = i \frac{c^2}{\omega \varepsilon} \frac{\partial B}{\partial z}, \quad E_z = -i \frac{c^2}{\omega \varepsilon r} \frac{\partial r B}{\partial r}. \quad (3)$$

Обозначения: \vec{E} , \vec{B} – напряженность электрического и индукция магнитного полей; f , $\omega = 2\pi f$ – циклическая и круговая частоты; k – продольное волновое число ТМ-волны; T – температура; $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$ – комплексная диэлектрическая проницаемость; $\rho(T)$, $\lambda(T)$, $C(T)$, $\varepsilon'(T)$, $\varepsilon''(T)$ – плотность, теплопроводность, теплоемкость, действительная и мнимая части комплексной диэлектрической проницаемости; c – скорость света в вакууме; ε_0 – диэлектрическая постоянная;

t – время; r, z – цилиндрические координаты; i – мнимая единица; индекс * – комплексно сопряженная величина.

Граничные условия ставятся по всему контуру расчетной области $0 \leq r \leq R$, $0 \leq z \leq L$ (рис. 1):

➤ для температуры – условия симметрии на оси и заданной температуры границ расчетной области:

$$0 \leq z \leq L; \quad r = 0: \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \quad r = R: T = T_R;$$

$$0 \leq r \leq R; \quad z = 0; L: T = T_R;$$

➤ для индукции магнитного поля – условия идеально проводящих стенок волновода (равенство нулю тангенциальной к стенке составляющей напряженности электрического поля) и условия излучения E_{01} -волны во входном и выходном сечениях:

$$0 \leq z \leq L; \quad r = 0: B = 0; \quad r = R: \frac{\partial r B}{\partial r} = 0;$$

$$0 \leq r \leq R;$$

$$z = 0: \frac{\partial B}{\partial z} - ikB = -2ikB_r J_1 \left(v_{01} \frac{r}{R} \right) \exp(-ikz);$$

$$z = L: \frac{\partial B}{\partial z} + ikB = 0,$$

где $k = \sqrt{(\omega/c)^2 - (v_{01}/R)^2}$ – продольное волновое число ТМ-волны для моды E_{01} ; $J_1(v_{01}r/R)$ – функция Бесселя 1-го рода 1-го порядка; v_{01} – 1-ый корень функции Бесселя 1-го рода нулевого порядка.

Условия излучения соответствуют решению приведенного волнового уравнения (2) в “пустом” волноводе при $\varepsilon' = 1$ и $\varepsilon'' = 0$:

$$z = 0: B = [B_i \exp(-ikz) + B_r \exp(ikz)] J_1(v_{01}r/R),$$

$$z = L: B = B_T \exp(-ikz) J_1(v_{01}r/R),$$

здесь B_i , B_r , B_T – амплитуды падающей, отраженной и прошедшей E_{01} электромагнитных волн. Применимость такого представления электромагнитного поля во входном и выходном сечениях обусловлена относительной удаленностью границ $z = 0; L$ от области возмущения поля цилиндрическим сосудом с водой и выбором радиуса волновода (длина волны возбуждения волновода превышает критиче-

ские длины волн всех типов, кроме H_{11} и E_{01}). В силу осевой симметрии задачи электромагнитная волна H_{11} не учитывается.

Амплитуда падающей E_{01} -волны вычисляется по заданному значению подводимой мощности электромагнитного P_1 , а амплитуда и мощность отраженной волны – из условия на границе $z = 0$:

$$B_I = \sqrt{\frac{2\omega P_I}{\epsilon_0 c^4 k J_1^2(v_{01}) \pi R^2}};$$

$$B_R = -\frac{\partial B / \partial z + ikB}{\partial B / \partial z - ikB} \Big|_{0 < r < R}; \quad P_R = \frac{B_R B_R^*}{B_I B_I^*} P_I.$$

Корректность реализации модели контролируется интегральным балансом электромагнитной энергии:

$$P_1 = P_R + P_T + P_d,$$

где мощность “прошедшей” волны и диссипируемая мощность электромагнитного излучения определяются выражениями:

$$P_T = \frac{1}{\mu_0} 2\pi \int_0^R \frac{1}{2} \operatorname{Re}(E_r B_r^*) r dr;$$

$$P_d = 2\pi \int_0^R \int_0^L \frac{1}{2} \omega \epsilon_0 \epsilon'' (E_r E_r^* + E_z E_z^*) r dr dz.$$

Для численного решения методом прямых [2] система уравнений (1)–(2) и граничные условия дискретизируются в пространстве методом контрольного объема [3] на прямоугольной неравномерной сетке. Сопряженность теплообмена на границах различных сред достигается введением гармонически средних коэффициентов переноса на гранях контрольного объема [3]. Полученный дискретный аналог дифференциальной задачи представляет собой дифференциально-алгебраическую систему уравнений. Апостериори установлена применимость методики расчета, согласно которой дискретный аналог уравнения баланса энергии (1), образующий систему связанных обыкновенных дифференциальных уравнений, интегрируется по времени методом Рунге–Кутты с заданной точностью с решением методом Гаусса разностного аналога приведенного волнового уравнения (2) на каждом этапе автоматического выбора шага интегрирования.

Теплофизические и переносные свойства веществ: вода, воздух при атмосферном давлении, стекло – взяты из [4, 5]. Температурная

зависимость комплексной диэлектрической проницаемости воды при $f = 3$ ГГц заимствована из [6]. Электромагнитные свойства воздуха и стекла полагаются равными $\epsilon' = 1$, $\epsilon'' = 0$ и $\epsilon' = 4$, $\epsilon'' = 0$ соответственно.

Результаты и обсуждение. В качестве примера проводится расчет микроволнового нагрева столба воды в цилиндрическом стакане (рис. 1) от температуры $T_R = 27^\circ\text{C}$ в круглом волноводе при следующих параметрах: $f = 2,45$ ГГц; $R = 50$ мм, $L = 120$ мм, $L_0 = 20$ мм; толщина стеклянных стенок сосуда (стакана) 2 мм, $R_m = 30$ мм, $L_m = 80$ мм.

Квазинепрерывность микроволнового излучения в процессе нагрева. В экспериментах [1] нагрев столба воды осуществляется микроволновым излучением в импульсном режиме с частотой 50 Гц, длительностью импульса 8 мс и пиковой мощностью 1,8 кВт (средняя мощность составляла 480 Вт). В рамках рассматриваемой модели импульсный характер генерации микроволновой мощности электромагнитного излучения учитывается заданием зависимости $P_I(t)$. Расчет показывает, что в каждой пространственной точке температура изменяется ступенчатым образом: увеличивается в течение действия импульса и остается постоянной в течение ее паузы. В непрерывном режиме генерации ($P_I(t)$ задается постоянной и равной средней мощности излучения) наблюдается монотонное возрастание температуры с течением времени. Из сопоставления результатов расчета следует, что ступенчатая зависимость $P_I(t)$ “опирается” на монотонную кривую $P_I(t) = 480$ Вт и для исследования динамики нагрева воды приемлемым является данное приближение квазинепрерывности микроволнового излучения.

Влияние теплопроводности. При подводимой мощности микроволнового излучения $P_1 = 480$ Вт время нагрева воды в стеклянном стакане до температуры 90°C составляет около 20 с (рис. 2, 3). Это существенно меньше характерного времени действия теплопроводности, которое на пространственном разном $l \sim 1$ см имеет порядок $\rho C l^2 / \lambda \sim 600$ с. Поэтому в этом случае влиянием теплопроводности на динамику “быстрого” нагрева воды можно пренебречь. Это подтверждают результаты расчетов с учетом и без учета тепло-

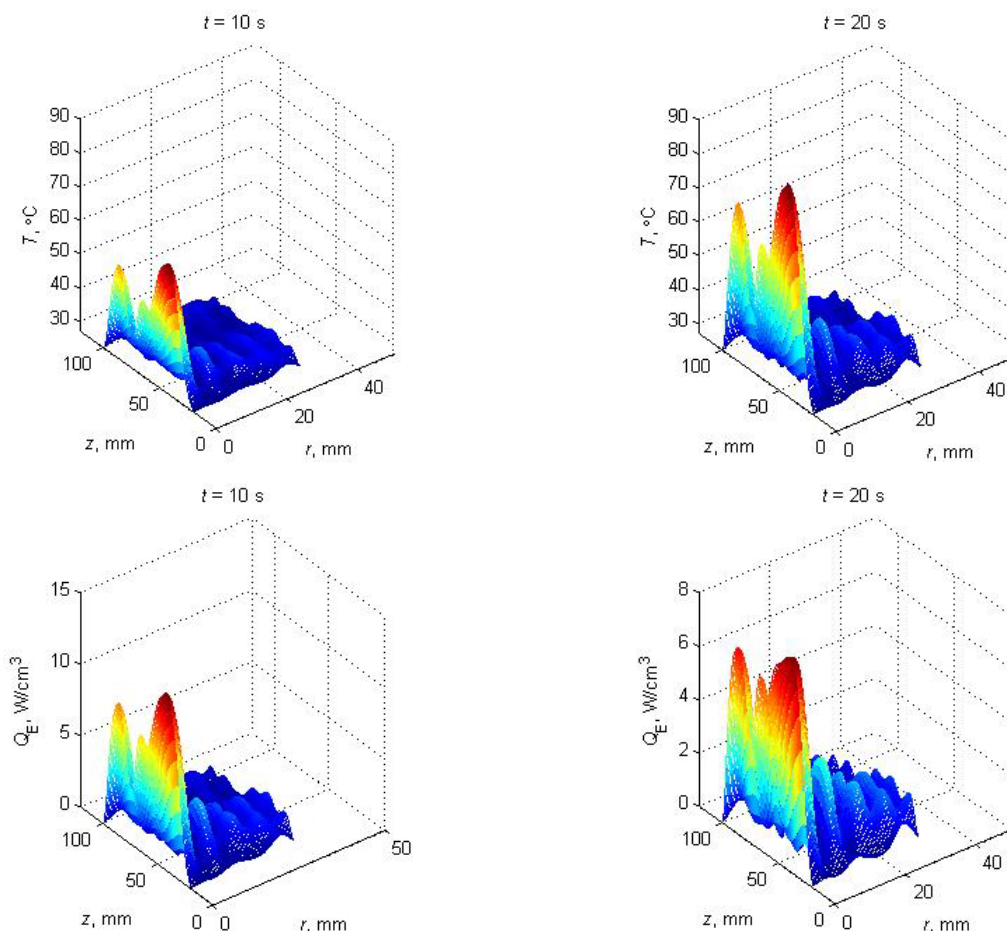


Рис. 2. Распределение температуры и источника тепловыделения в столбе воды: $L_m = 80\text{ мм}$, $R_m = 30\text{ мм}$.

проводности и данные эксперимента [1] по проникновению температуры вглубь столба воды, когда вблизи его торцевой поверхности размещался омический нагреватель.

Нагрев воды в стакане на волне E_{01} . Как следует из результатов (рис. 2), заметный нагрев воды наблюдается на оси симметрии в средней части и вблизи торца стакана. С удалением от оси в радиальном направлении температура (как и источники тепла (рис. 2)) быстро (экспоненциально) уменьшается. Вследствие относительно низкой теплопроводности воды поверхность теплового фронта $T(t, r, z)$ является не монотонной функцией с характерными периодическими минимумами и максимумами. Металлические стенки волновода и боковая поверхность стакана образуют подо-

бие волноводной системы, по которой распространяется электромагнитная волна. Поэтому наблюдается неравномерный нагрев воды на боковой поверхности стакана и на его торце. Диссипируемая мощность электромагнитного излучения практически постоянна в течение 10 с нагрева ($P_d / P_1 = 50\%$), а далее начинает незначительно уменьшаться (рис. 3). Подобное распределение имеет прошедшая электромагнитная волна ($P_T / P_1 = 29\%$), а отраженная, наоборот – начинает немного возрастать ($P_R / P_1 = 21\%$).

Влияние радиального размера стакана с водой. С увеличением радиального размера стакана ($R_m = 48\text{ мм}$) увеличивается почти на 30% диссипируемая мощность электромагнитного излучения ($P_d / P_1 = 82\%$), отраженная –

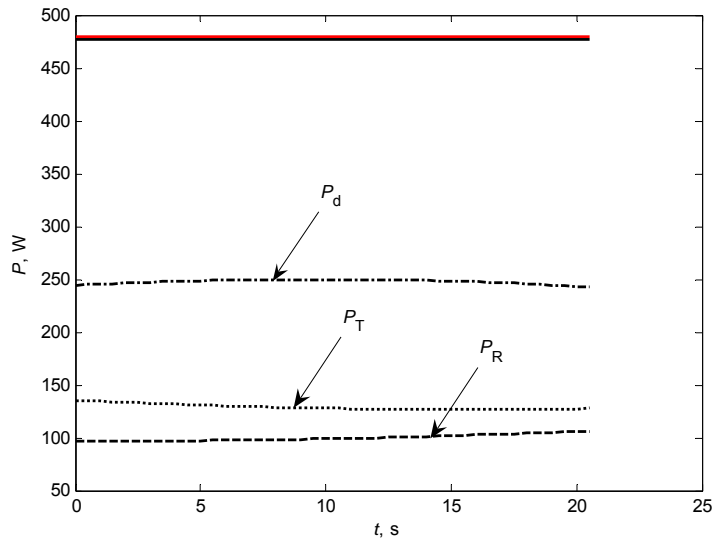


Рис. 3. Изменения диссипированной, отраженной и прошедшей мощностей электромагнитного излучения в столбе воды: $L_m = 80$ мм, $R_m = 30$ мм.

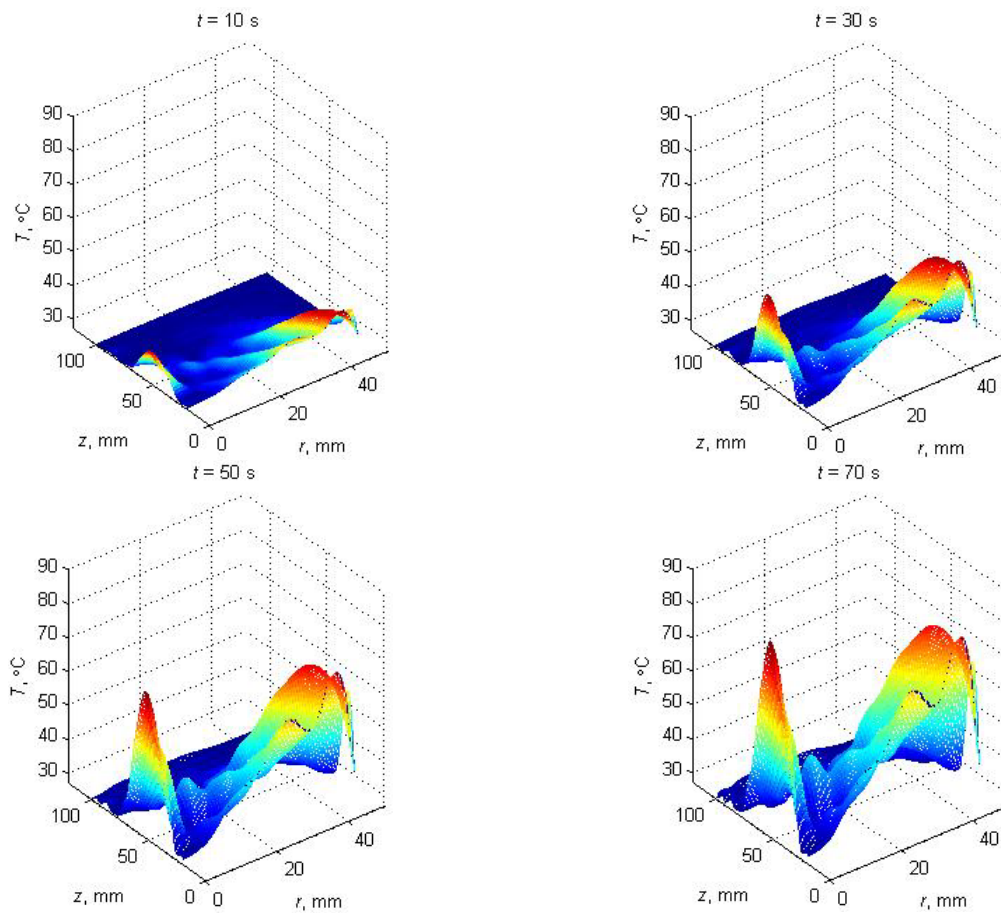


Рис. 4. Распределение температуры в столбе воды: $L_m = 80$ мм, $R_m = 48$ мм.

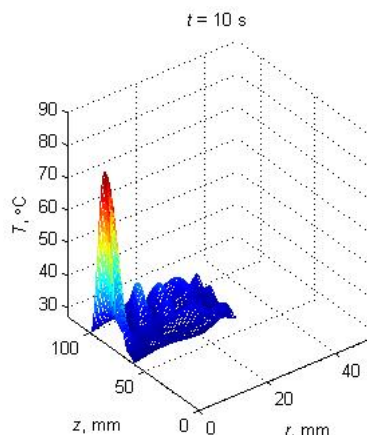


Рис. 5. Распределение температуры в столбе воды: $L_m = 40$ мм, $R_m = 30$ мм.

уменьшается на 4% ($P_R / P_I = 17\%$), а прошедшая – практически отсутствует ($P_T / P_I \leq 1\%$). Это означает, что вода экранирует действие электромагнитного излучения, а 1% прошедшей мощности обусловлен, по-видимому, прохождением излучения через боковые стеклянные стенки стакана. Качественно изменяется процесс нагрева воды: увеличение температуры вблизи начального сечения происходит практически по всей площади цилиндра (рис. 4). Максимальное тепловыделение наблюдается в средней части стакана воды и вблизи боковых стенок. С течением времени волновой тепловой фронт распространяется к торцевому сечению стакана. Время нагрева воды составляет порядка 80 с, что в 4 раза медленнее предыдущего случая ($R_m = 30$ мм).

Влияние продольных размеров стакана с водой. С уменьшением продольных размеров стакана ($L_m = 40$ мм, $R_m = 30$ мм) качественного изменения в процессе нагрева воды не наблюдается (сравни рис. 2 и рис. 5). Количественно на 14% уменьшилась диссипированная мощность электромагнитного излучения ($P_d / P_I = 36\%$), заметно возросла мощность прошедшей волны ($P_T / P_I = 58\%$), снизилась мощность отраженной ($P_R / P_I = 6\%$). Время нагрева воды составляет ~ 14 с, что гораздо быстрее предыдущих вариантов.

Выводы. На основе численного решения уравнений баланса энергии и Максвелла исследована динамика нагрева столба воды в стеклянном цилиндрическом стакане микроволновым излучением в круглом волноводе на волне E_{01} .

Установлено, что время нагрева воды существенно зависит от продольных и поперечных размеров стакана с водой. Наиболее эффективно нагрев воды происходит при наличии отверстия между боковой поверхностью стакана с водой и металлическими стенками волновода. Это заметно отражается на динамике отражения, прохождения и диссипации электромагнитных волн [7].

Литература

1. Князев В.Ю, Косый И.А., Малых Н.И, Ямпольский Е.С. Проникновение микроволнового излучения в воду (эффект “самопросветления”) // ЖТФ. – 2003. – Т. 73. – Вып. 11. – С. 133–136.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
3. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
4. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, 1972. – 720 с.
5. Таблицы физических величин. Справочник / Под ред. акад. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
6. Люшнер Г. Нагрев энергией сверхвысоких частот. – М.: Энергия, 1968. – 312 с.
7. Моделирование и технология получения керамики на основе кремния / Под общ. ред. В.М. Лелевкина, О.Н. Каныгиной. – Бишкек: Изд-во КPCУ, 2008. – 222 с.