

АБДУЛАЕВ А., ОМОРОВА Н.А.

¹КГУСТА им. Н. Исанова, Бишкек, Кыргызская Республика

ABDULAEV A., OMOROVA N.A.

¹KSUCTA n.a. N. Isanov, Bishkek, Kyrgyz Republic
absamat_abdulaev@mail.ru joldoshem@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИСКРЕТНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОРОШЕНИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР ПО БОРОЗДАМ

MATHEMATICAL MODELS OF DISCRETE IRRIGATION TECHNOLOGIES FOR AGRICULTURAL CROPS IN FURROWS

Макалада Сен-Венандын теңдемелери менен топурактагы нымдуулуктун жана жылуулуктун өткөрүлүшүнүн теңдемелер тутумдарын биргеликте кароого негизделген жөөк боюнча айыл чарба өсүмдүктөрүн сугаруунун дискреттик технологиясын математикалык моделдештирүү талкууланат. Узгүлтүктүү суу берүү менен жөөк аркылуу сугаруу технологияларына ылайык чектөө шарттары майда-чүйдөсүнө чейин баяндалган.

Өзөк сөздөр: Сен-Венандын теңдемелер системасы, сугаруунун дискреттик технологиясы, жылуулук жана нымдуулук өткөрүү теңдемеси, жөөк боюнча сугаруу, математикалык модель.

В статье рассматривается математическое моделирование дискретной технологии орошения сельскохозяйственных культур по бороздам, основанное на совместном рассмотрении системы уравнений Сен-Венана и уравнений влаго- и теплопереноса в почвогрунтах. Детально описаны граничные условия в соответствии технологиям орошения по бороздам при дискретной водоподаче.

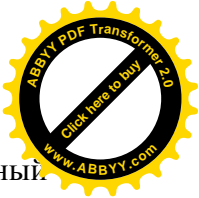
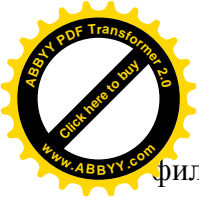
Ключевые слова: система уравнений Сен-Венана, дискретная технология орошения, уравнение тепло-и влагопереноса, орошение по бороздам, математическая модель.

The article discusses mathematical modeling of discrete technology of irrigation of crops by furrows, based on joint consideration of the system of Saint-Venan equations and equations of moisture and heat transfer in soils. The boundary conditions are described in detail in accordance with the technologies of irrigation by furrows at discrete water supply.

Key words: system of equalizations of Saint-Venant, discrete technology of irrigation, equalization of тепло-и влагопереноса, irrigation on furrows, mathematical model.

При проектировании автоматизированных систем управления оросительным комплексом обычно используются предварительные прогнозные расчеты водных и тепловых режимов почвогрунтов с применением математических моделей процессов орошения сельскохозяйственных культур, опираясь на современные информационные технологии.

В настоящее время существует много совершенных и эффективных предложений, способствующих решению данной проблемы. В то же время, требуется разработка математических моделей новых технологий, описывающих процессы орошения сельскохозяйственных культур при совместном рассмотрении течение поливной воды по бороздам и влаго- и теплоперенос в почвогрунтах. При этом гидравлическое и



Фильтрационные течения воды рассматриваются совместно как единый неразрывный взаимосвязанный процесс [1].

Течение воды по поливной борозде описывается системой уравнений Сен-Венана:

$$\begin{cases} B \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = d \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{w} \right) + g w \left(\frac{\partial h}{\partial x} - I + \frac{Q|Q|}{K^2} \right) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Здесь t - время; x - горизонтальная (по направлению течения) координата отсчета; $Q(x,t)$, $h(x,t)$, $B(h)$ -объемный расход, глубина наполнения и ширина зеркала воды в борозде; $w(h)$ – площадь живого сечения; $I(x)$ – уклон дна борозды; g - ускорение силы тяжести; $K(h)$ - модуль расхода (пропускная способность борозды); $d(x,t)$ - отъем расхода воды вдоль пути поливного потока на инфильтрацию.

Начальное условие для системы уравнений (1) задаются в виде:

$$Q(x, t_0) = 0, h(x, t_0) = 0, 0 \leq x \leq L_x, t = t_0 \quad (2)$$

Граничные условия для системы уравнений (1) задаются в зависимости от способов применяемых технологий и стадии полива. В данной работе рассматривается случай дискретной технологии орошения сельскохозяйственных культур по бороздам, который в настоящее время признан приоритетной и эффективной по сравнению с существующими технологиями.

Дискретная технология орошения основана на ускоренном распределении заданных поливных норм по площади с форсированным не размывающим расходом воды в короткий промежуток времени без сброса в конце борозды. Чтобы не допустить переполнение борозд в концевых частях, необходимо каждый раз прерывать подачу воды в голове борозды в момент достижения лба струи расчетной отметки L_p . Величина L_p определяется экспериментально или вычисляется с таким расчетом, что в конце борозды после прекращения подачи воды не переполнялись стекаемыми водами. Дискретная подача воды (импульсы) осуществляется попеременно: вначале по сухой, а затем по смоченной борозде и продолжается до тех пор, пока заданная поливная норма не будет распределена по долине борозды равномерно.

Таким образом, процесс полива состоит из дискретного повторяющихся процессов добегания переднего фронта потока до расчетной отметки в период подачи воды и стекания заднего фронта потока до конца борозды после прекращения подачи воды. Длительность стекания (пауза) поливного потока зависит от водопроницаемости почвогрунтов.

По виду постоянных граничных условий следует выделить две стадии полива [12]:

Стадия I (добегания) имеет:

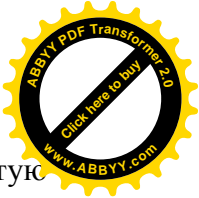
$$\left. \begin{array}{l} \text{левое } Q = Q(t), \quad x = 0 \\ \text{правое } Q = 0, \quad x = L_x \end{array} \right\}, \quad t_i^N \leq t \leq t_i^P \quad (3)$$

Стадия II (стекания) имеет:

$$\left. \begin{array}{l} \text{левое } Q = 0, \quad x = 0 \\ \text{правое } Q = 0, \quad x = L_x \end{array} \right\}, \quad t_i^P < t \leq t_i^K \quad (4)$$

Здесь i - номер импульса; $t_i^N = t_{i-1}^P + t_{i-1}^K$ - начало подачи воды в голове борозды,

причем $t_1 = t_0$; t_i^P - это время добегания; t_i^K - время стекания.



Система уравнений (1) совместно с (2), (3) и (4) представляет собой замкнутую систему и решается совместно с задачей (6) - (15).

В (1) $d(x,t)$ - расход поливной воды вдоль пути потока в борозде на инфильтрацию, определяется по формуле:

$$d(x,t) = \int_l -v_z dz + v_y dy \quad (5)$$

V_z, V_y определяются после решения двумерной задачи влаго- теплопереноса в почвогрунтах (6)-(15).

Рассматриваемая область исследования задачи влаго- и теплопереноса в почвогрунтах при орошении по бороздам представляет собой неполный прямоугольник с отрезанным верхним левым углом по форме борозды. Поперечное сечение борозды имеет разные формы. В нашем случае рассматриваются полуциркулярная и параболическая формы сечения, контуры которых определяются уравнениями окружности и параболы (Рис. 1).

Обозначение рисунка [1]:

L_z - половина ширины междурядья; L_y - глубина зоны исследования; H_0 - расстояние от поверхности почвы до зеркала воды в борозде; H_y, H_z - глубина и ширина поливной борозды; H_B - половина ширины зеркала воды в борозде.

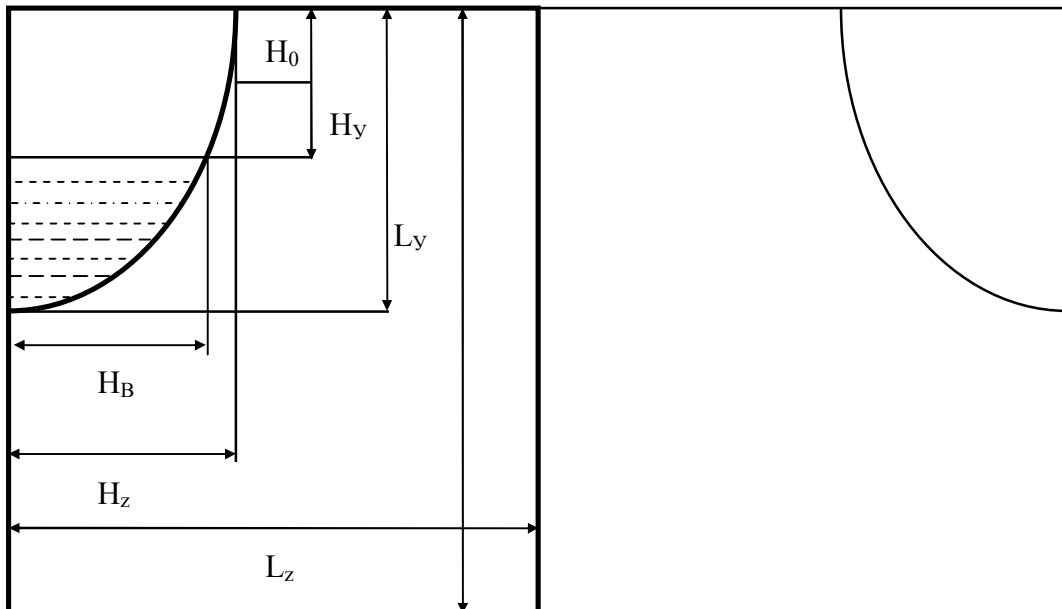


Рис. 1. Расчетная схема орошения сельскохозяйственных культур по бороздам

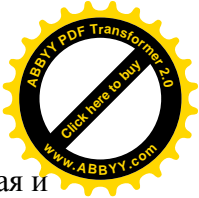
Таким образом, влаго- и теплоперенос в почвогрунтах описываются дифференциальными уравнениями в частных производных второго порядка [1]:

$$\begin{cases} \mu \frac{\partial P}{\partial t} = - \frac{\partial v_z}{\partial z} - \frac{\partial v_y}{\partial y} - F_p \\ c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) - c_b v_z \frac{\partial T}{\partial z} + c_b \frac{\partial T}{\partial y} - F_m \end{cases} \quad (6)$$

$$z^2 + y^2 > R^2 \quad \text{или} \quad \frac{y}{H_y} + \frac{z^2}{H_z^2} > 1$$

$$0 < x < L_z, \quad 0 < y < L_y, \quad t > 0$$

Где:



$$V_z = -K_f \frac{\partial P}{\partial z} - K_T \frac{\partial T}{\partial z}; \quad V_y = -K_f \frac{\partial P}{\partial y} - K_T \frac{\partial T}{\partial y} + K_f; \quad t - \text{время; } z, y - \text{горизонтальная и}$$

вертикальная координаты отсчета соответственно; $P = P(z, y, t)$ - давление почвенной влаги при $P < 0$, напор водоносного горизонта при $P > 0$ и уровень грунтовых вод при $P = 0$;

$\mu = \mu(P) = \frac{\partial W}{\partial P}$ - капиллярная влагоемкость почвогрунтов при $P < 0$, $\mu = 0$ при $P \geq 0$;

$W = W(P)$ - влажность почвогрунтов; $T = T(z, y, t)$ - температура почвогрунтов; $F_p = F_p(P, y)$ - функция, учитывающая поглощение влаги корнями растений и влияние внутрипочвенного переноса парообразной влаги; $C_b = \text{const}$ - объемная теплоемкость воды; $C = C(W)$, $\lambda = \lambda(W)$ - объемная теплоемкость и коэффициент теплопроводности почвогрунтов, соответственно; $K_f = K_f(P, y)$ - коэффициент влагопроводности при $P < 0$ и коэффициент фильтрации почвогрунтов при $P \geq 0$; $K_T = K_T(P, T)$ - коэффициент термовлагопроводности почвогрунтов; V_z, V_y - потоки влаги в почвогрунтах по горизонтали и вертикали, соответственно.

Верхняя граница области исследования делится на две части [1]:

На отрезке $y=0, H_z \leq z \leq L_z$ могут быть заданы потоки почвенной влаги и тепла: инфильтрация или испарение $\pm E$ для уравнения влагопереноса и приток или отток тепла $\pm Q$ для уравнения теплопереноса.

$$-K_f \frac{\partial P}{\partial y} + K_T \frac{\partial T}{\partial y} + K_f = E(z, t) \quad (7)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + C_b V_y T = Q(z, t) \quad (8)$$

На указанном отрезке вместо (8) может быть заданы также изменения температуры почвогрунтов:

$$T(z, 0, t) = T_0(z, t) \quad (9)$$

На контуре борозды $z^2 + y^2 = R^2$ или $\frac{y}{H_y} + \frac{z^2}{H_z} = 1$ граничные условия принимаются следующим образом:

В процессе полива в диапазонах $H_B < z \leq H_z$ и $0 < y < H_0$ задаются условия (7) и (8) или (9), а в диапазонах $-0 \leq z \leq H_B$ и $H_0 \leq y \leq H_y$ ставятся условия

$$P(z, y, t) = h(t) + y \quad (10)$$

$$T(z, y, t) = T_B = \text{const} \quad (11)$$

При межполивном периоде по всему контуру борозды задаются граничные условия (7) и (8) или вместо (8) условие (9).

На нижней границе области исследования задаются:

$$P(z, L_y, t) = P_L = \text{const} \quad (12)$$

$$T(z, L_y, t) = P_L = \text{const} \quad (13)$$

На боковых границах области исследования (на линиях симметрии)

($z=0, H_y < y \leq L_y$) и ($z=0, 0 \leq y \leq L_y$) ставятся условие неперетекания, т.е. потоки влаги и тепла равными нулю.

$$\frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad (15)$$

Входящие параметры математических моделей определяются следующими формулами:

$$K_f(y, P) = \begin{cases} K_\phi \left(\frac{P}{P_H} \right)^n, & P < P_n \\ K_\phi, & P \geq P_n \end{cases} \quad W(P) = \begin{cases} W_H \left(\frac{P}{P_H} \right)^n, & P < P_n \\ W_H, & P \geq P_n \end{cases}$$



$$\mu(p) = \begin{cases} \frac{nW}{P}, & P < P_n \\ 0, & P \geq P_n \end{cases} \quad F(y, p) = \begin{cases} \frac{E\omega_0 A}{h_k}, & y < h_k \\ \int_0^y \omega_0 A dy & \\ 0, & y \geq h_k \end{cases}$$

$$A(y, t) = \begin{cases} 0, & P < P_3 \\ \frac{\lg(P_3/P),}{E_{max} - E_n} \lg(P_3/P) \lg(P/P_n) + \frac{E_n}{E_{max}} \lg(P_3/P_n), & P_3 < P < P_n \\ \frac{E_n}{E_{max}} \lg(P_3/P), & P > P_n \end{cases}$$

$$K_T(P, T) = f_\sigma \frac{d\sigma}{dT}, \quad f_\sigma = \frac{m_n \chi h_n}{2\eta} + \frac{m_\phi \chi_\phi K_f}{\rho_{ж} g W}$$

$$W_0 = \exp[-(2y/h_k)^2] / (1.76 h_k)$$

$$C(W, \rho) = \rho(C_0 + 0.01 C_6 W); \quad \lambda(W, \rho) = C(W, \rho) [m_1 (W - m_4)^2 + m_2 \rho + m_3] 10^{-3}$$

Здесь m_n, m_ϕ - коэффициенты извилистости поверхностей пленок и ненасыщенных зон; χ, χ_ϕ - удельные периметры этих поверхностей; σ - поверхностное натяжение; $\rho_{ж}$ - плотность воды; g - ускорение силы тяжести; h_n - толщина пленки; P_n, P_n, P_n - давление почвенной влаги, отвечающее соответственно влажности насыщения, наименьшей влагоемкости, влажности завядания; W_n - влажность насыщения; K_ϕ - коэффициент фильтрации почвогрунтов; E - транспирация; E_n, E_{max} - максимальные значения транспирации при P_n и P_n , определяемые сортом, стадией развития растений и степенью развитости его корневой системы; $m_i, i = 1, 2, 3, 4$ - коэффициенты, зависящие от типа почв; m, n - числовые коэффициенты, характерные для данной почвы.

Система уравнений Сен-Венана аппроксимируется методом конечных разностей по неявным разностным схемам. При этом в (1) производные представляются с помощью неявной четырех точечной схемы с подвижной криволинейной сеткой (на стадии добега), которая на стадии стекания переходит в подвижную прямоугольную сетку.

Необходимо подчеркнуть, что характерные времена процессов существенно больше по длительности при инфильтрации, чем при движении воды по борозде. Поэтому, шаг по времени для инфильтрационной задачи τ_ϕ соответственно больше, чем для задачи движения по борозде τ_b . В модели отношения этих шагов $m = \tau_\phi / \tau_b$ выбираются автоматически. В конце каждого большого шага сопряжение задач инфильтрации и потока воды по борозде внутренней, внутри каждого шага - внешнее, то есть выход решение системы (1) является входом для решения системы уравнений (6).

Система дифференциальных уравнений влаго- и теплопереноса в почвогрунтах (6) с соответствующими начальными и граничными условиями (7) - (15) решается численно, попеременно-треугольным методом, предложенным А.А. Самарским и развитым в работах Кучерова А.В., Макарова М.М., Лычмана В.В., в котором всегда обеспечиваются требования однородности и консервативности разностных схем.

Предложенные модели позволяют выполнять в любой момент времени вегетационного периода прогноз влажности и температуры почвогрунтов при дискретной технологии орошении сельскохозяйственных культур и принимать научно обоснованные решения при оперативном планировании водопользования.

Список литературы

1. Абдулаев А. Моделирование влаго- и теплопереноса в почвогрунтах при орошении [Текст]: автореферат дис. ... кандидат технических наук: 06.01.02 / А.Абдулаев. - Москва: 2000. - 24 с.
2. Абдулаев А. Применение информационной технологии управления в оросительной мелиорации [Текст] / А.Абдулаев, Н.А.Оморова // Вестник КГУСТА. - 2011. - 2(32). - С. 196-199.