

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В КВАДРАТНОЙ КАВЕРНЕ

*Акназарова Сүйүмкан Сагыналиевна – аспирант, Ошский государственный университет.  
[saknazarova@list.ru](mailto:saknazarova@list.ru),*

*Калбекова Макбурат Жамшитовна, аспирант, Ошский государственный университет.  
[mkalbekova@list.ru](mailto:mkalbekova@list.ru)*

**Аннотация.** В данной работе проведен численный анализ турбулентной естественной конвекции в объемно-нагретой жидкости в двумерной постановке. Предложен численный

метод решения системы уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска. Математическое моделирование проводилось в квадратной каверне с изотермическими стенками в диапазоне числа Рэлея  $Ra$  от  $10^6$  до  $10^{11}$  при числе Прандтля  $Pr=0,6$ , с помощью открытого пакета OpenFOAM. OpenFOAM использует метод контрольного объема и алгоритм PIMPLE в качестве процедуры решения для рассмотренной в этой работе задачи. Из имплементированных в пакет OpenFOAM моделей турбулентности рассмотрены три модели, а именно: классическая  $k-\epsilon$ -модель, её вариация для низких чисел Рейнольдса  $Re$  и  $k-\omega$ -SST-модель турбулентности. Сравнение результатов расчета с использованием трёх моделей турбулентности с соответствующими экспериментальными данными и расчетами других авторов показывают, что  $k-\omega$ -SST модель турбулентности описывает с приемлемой точностью данный класс задач при рассмотренных числах Рейнольдса и Рэлея. Все рассмотренные модели турбулентности в той или иной степени воспроизводят нестационарный характер течения.

**Ключевые слова:** Естественная конвекция, число Рэлея, число Рейнольдса, модель турбулентности, каверна, OpenFOAM.

### **MODELLING OF THE TURBULENT NATURAL CONVECTION IN THE SQUARE CAVITY**

*Aknazarova Süymkan Sagynaliyeva - graduate student, Osh State University. [saknazarova@list.ru](mailto:saknazarova@list.ru)*

*Kalbekova Makburat Zhamshitovna, graduate student, Osh State University. [mkalbekova@list.ru](mailto:mkalbekova@list.ru)*

**Annotation.** In this paper, a numerical analysis of turbulent natural convection in a volumetric-heated liquid in a two-dimensional formulation was carried out. Mathematical modeling was carried out in a square cavity with isothermal walls at Rayleigh  $Ra$  numbers from  $10^6$  to  $10^{11}$  at Prandtl number  $Pr=0,6$  by the open package OpenFOAM. OpenFOAM uses the finite volume method and the SIMPLE algorithm as the solution procedure for problem which is considered in this work. Among the turbulence models implemented in the OpenFOAM package, three models were considered, namely the classical  $k-\epsilon$  model, its variation for low Reynolds numbers  $Re$  and  $k-\omega$ -SST-model of turbulence. Comparison of the calculation results obtained by the using of those three turbulence models with the corresponding experimental data and calculations of other authors shows that the  $k-\omega$ -SST turbulence model describes with an acceptable accuracy this class of problems for the Reynolds and Rayleigh numbers considered.

**Key words:** Natural convection, Rayleigh number, Reynolds number, turbulence model, cavity, OpenFOAM.

### **КВАДРАТТЫК КАВЕРНАДАГЫ ТУРБУЛЕНТТҮҮ ТАБИГЫЙ КОНВЕКЦИЯНЫ МОДЕЛДЕШТИРҮҮ**

**Введение.** Проблеме моделирования естественной конвекции в последнее время уделяется большое внимание [1–6], что связано с насущной потребностью улучшения энергетической эффективности разного рода технических систем и устройств. Путем управления процессом естественной конвекции можно существенно улучшить или уменьшить эффективность многих технологических процессов. Несмотря на значительное число расчетных и экспериментальных работ, разных методов использования математической модели и способа её численной реализации, потенциал приемлемого описания и практического применения конвективного переноса тепла в

различных течениях жидкостей далеки от совершенства. В частности, в этих работах рассмотрены те или иные закономерности естественной конвекции при использовании довольно простых моделей, которые не учитывают особенности теплопереноса при наличии локального источника энергии. Даже при таких сильных предположениях моделирование естественного конвективного потока является затруднительным. При больших числах Рэлея (до  $10^{17}$ ), возникают некоторые проблемы для существующих моделей турбулентности из-за ряда факторов. Прежде всего, такие потоки по своей сути неустойчивы. Вторая трудность – это учет больших градиентов основных величин в пристенной области. В конечном счете, необходимо правильно моделировать генерацию турбулентной кинетической энергии из-за эффекта плавучести. Целью данной работы была оценка возможностей, имплементированных в OpenFOAM [7], классической  $k-\epsilon$ -модели, её вариация для низких чисел Рейнольдса  $Re$  – модели Лоундера-Шарма и  $k-\omega-SST$ -модели турбулентности для описание естественного конвективного потока в квадратной камере. Сравнение результатов расчета с использованием трёх моделей турбулентности с соответствующими экспериментальными данными и расчетами других авторов показывают, что  $k-\omega-SST$  модель турбулентности описывает с приемлемой точностью данный класс задач при рассмотренных числах Рейнольдса и Рэлея. Все рассмотренные модели турбулентности с приемлемой точностью воспроизводят нестационарный характер течения.

**Постановка задачи.** Рассматривается задача естественного конвективного течения несжимаемой объёмно нагретой жидкости в квадратной камере с изотермическими стенками с температурой  $T_0 = 273\text{ K}$  (см. рис. 1). Число Прандтля для жидкости  $Pr$  было равно 0,6, а соответствующие числа Рэлея варьировались от  $10^6$  до  $10^{11}$ .

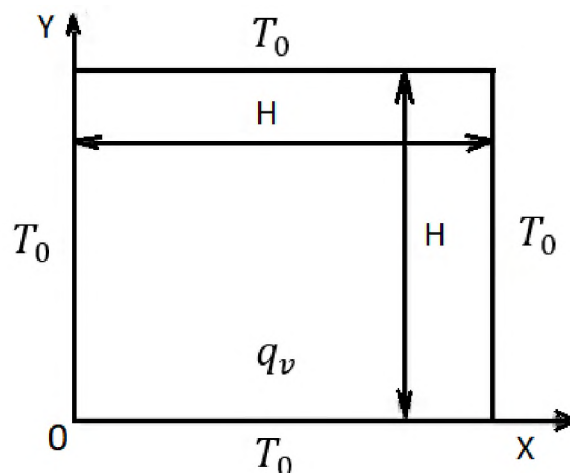


Рисунок 1. Геометрия рассматриваемой задачи.

**Математическая модель.** Усреднённые по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса, включающие законы сохранения массы, импульса и энергии для жидкости несжимаемой с внутренним объёмным источником тепла с учетом естественной конвекции записываются в виде следующих уравнений:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial^2 \overline{u_i' u_j'}}{\partial x_j^2} - \beta (T - T_0) g_i \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} - \frac{\partial \overline{u_i' T'}}{\partial x_i} + \frac{q_v}{\rho C_p} \tag{3}$$

где  $u_i$  – компонента средней скорости в направлении координатной оси  $x_i$ ,  $p$  – среднее давление,  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости,  $\beta$  – температурный коэффициент объёмного расширения жидкости,  $\alpha$  – коэффициент теплопроводности жидкости,  $\rho$  – плотность жидкости,  $C_p$  – удельная теплоемкость жидкости при постоянном давлении,  $T_0 = 273 \text{ K}$ ,  $T$  – средняя температура,  $g_i$  – компонента ускорения свободного падения в направлении координатной оси  $x_i$ ,  $q_v$  – величина генерации энергии на единицу объёма. Штрих соответствует пульсационным составляющим скорости и температуры. Система уравнений (1-3) является незамкнутой, так как содержит 9 неизвестных величин:  $\overline{u'_i u'_j}$  – 6 составляющих тензора напряжений Рейнольдса,  $\overline{u'_i T'}$  – 3 составляющих потока тепла за счет турбулентного переноса.

Для замыкания систем уравнений (1-3) используются основанные на гипотезе Буссинеска соотношения:

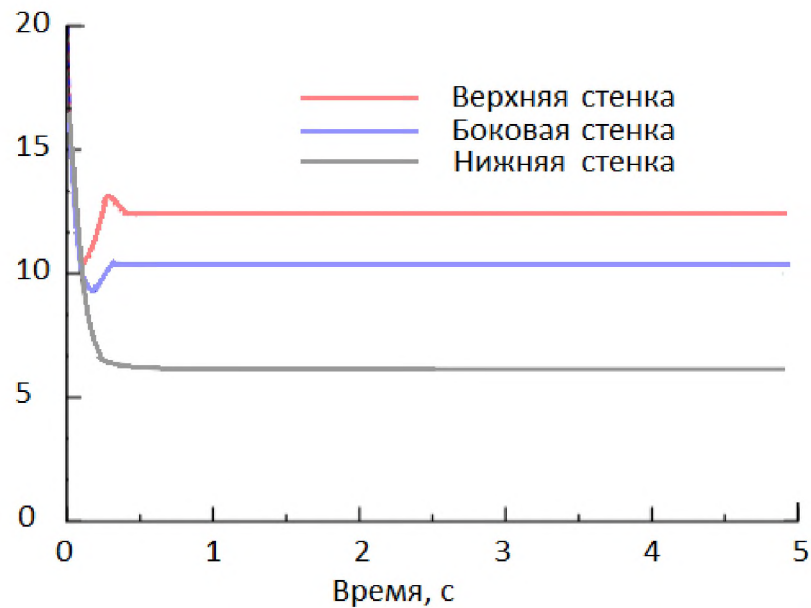
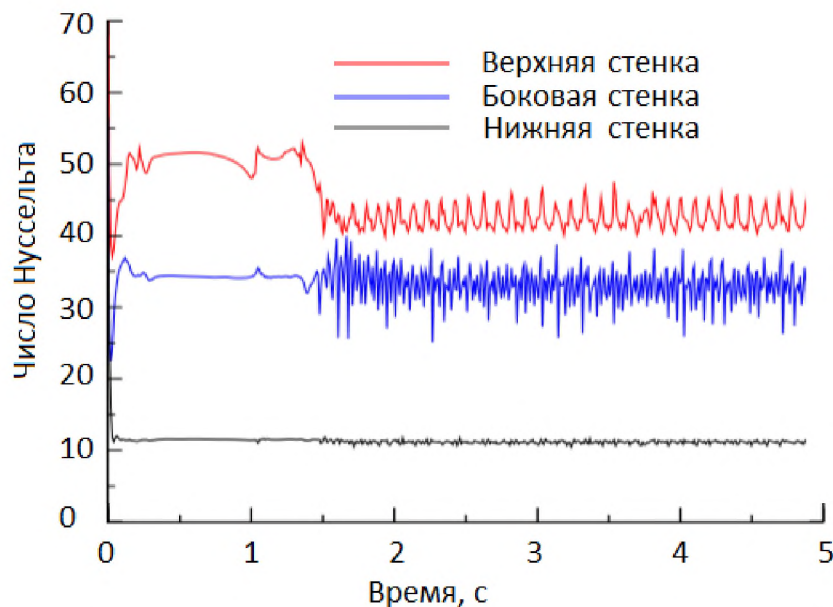
$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}; \quad -\overline{u'_i T'} = \alpha_t \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

$$\nu_t = Pr_t \alpha_t; \quad \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Дискретизация систем уравнений (1-3) и расчетной области проводилась при помощи метода контрольных объемов. В расчетах использовалась расчетная сетка  $100 \times 100$  в направлениях координатах осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно. Для пространственной дискретизации всех членов уравнений (1-3) использовалась точная центральная разностная схема второго порядка, тогда как интеграция времени выполнялась с неявным методом Эйлера. Для решения взаимосвязанных через скорость и давление нелинейных систем алгебраических уравнений использовался алгоритм PIMPLE.

**Результаты численных расчетов и обсуждение.** Жидкость, используемая в численных расчетах, имела число Прандтля, равное  $Pr = 0,6$ . Для изучения явления естественной конвекции была выбрана простая геометрия в виде квадратной каверны с граничными условиями, представляющими охлаждение расплавленного ядра, это значит все стенки с постоянной температурой при  $0^\circ \text{ C}$  ( $273 \text{ K}$ ).

Расчетная сетка была сгенерирована с помощью утилиты blockMesh пакета OpenFOAM. В численном моделировании использовались три двухпараметрические модели RANS турбулентности, а именно:  $k$ - $\varepsilon$ ,  $k$ - $\omega$ - $SST$  и низкорейнольдсова модель Лоундера-Шарма. Расчетное моделирование проводилось для чисел Рэлея  $Ra$  от  $10^6$ - $10^{11}$ . Как видно на рис. 2, где представлен результат расчета с использованием модели Лоундера-Шарма, при  $Ra = 10^6$  течение является ламинарным и достигает устойчивого состояния, в отличие от случая при  $Ra = 10^9$ , рис. 3, для которого течение переходит в турбулентный режим. На верхней стенке теплопередача более интенсивна, потому что нагретая жидкость течет к верхней стенке каверны, которая находится при низкой температуре.

Рис. 2. Изменение во времени числа Нуссельта для  $Ra = 10^6$ .Рис. 3. Изменение во времени числа Нуссельта для  $Ra = 10^9$ .

Затем жидкость течет вдоль боковых стенок, перенося тепло, пока не достигнет нижней стенки со значительной низкой температурой, и, следовательно, теплообмен на дне меньше, чем через другие стенки.

При  $Ra = 10^6$  поток является симметричным, но по мере увеличения числа Рэлея симметрия теряется и начинается неустойчивость течения. Первые неустойчивости наблюдаются при  $Ra = 10^8$ .

Согласно рис. 2-3, можно заметить, что модель Лоундера-Шармадает высокие значения числа Нуссельта на верхней стенке. Как говорилось, выше жидкость достигает в эту область уже нагретой по мере движения вверх из-за конвекции. Причина этого явления связана с тем, что как низко рейнольдсовы, так и высокорейнольдсовы версии  $k-\epsilon$  модели турбулентности не вполне адекватно описывают уровень генерации турбулентной кинетической энергии в области застоя, и, следовательно, число Нуссельта также значительно превышает предсказанное в этой же области значения [8].



С помощью полей температуры, изображенных на рис. 4, можно отметить, что самая высокая температура на верхней стенке и сжатый поток жидкости появились рядом с боковыми стенками и для самого высокого числа Рэля ( $Ra = 10^{11}$ ), симуляция была очень неустойчивой, представляя множество нестационарных структур в потоке жидкости и связанной с ней теплопередаче.

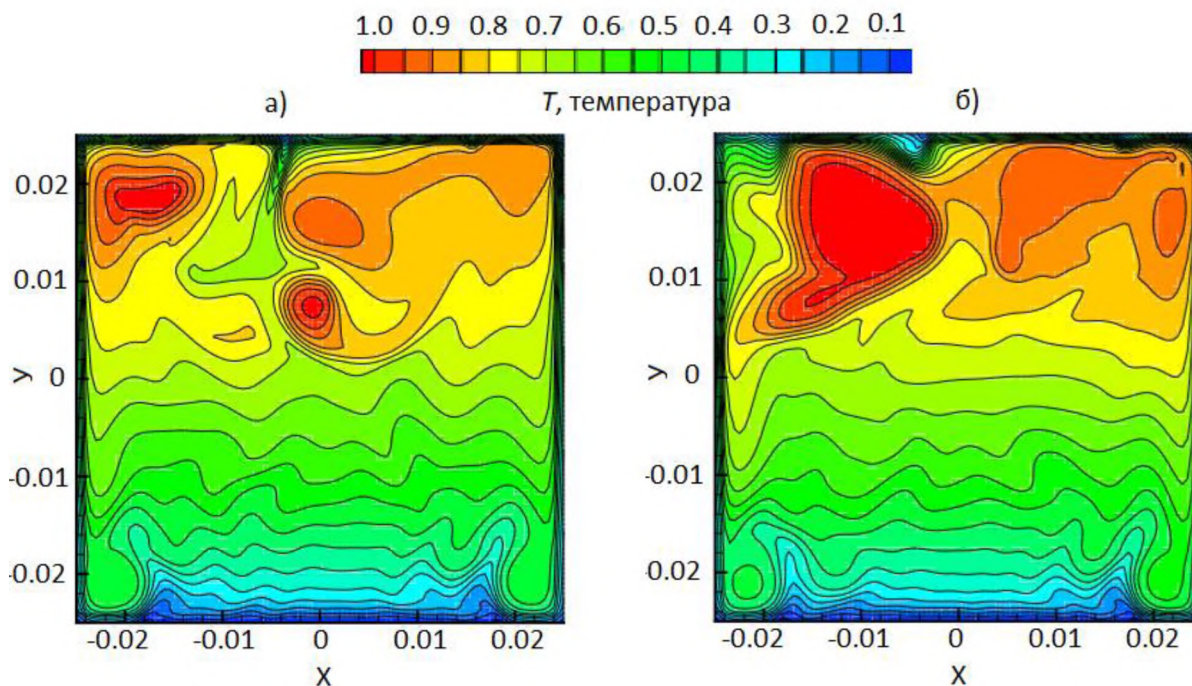


Рис. 4. Поле температуры при  $Pr = 0,6$  и  $Ra = 10^{11}$  для момента времени  $t=1500$  с (слева) и  $t=6000$  с (справа)

На рис. 5-7 приведено сравнение численных результатов с данными других авторов. [9-12]. Рассматриваемые три модели были также модифицированы для учёта генерации турбулентности из-за конвекции.

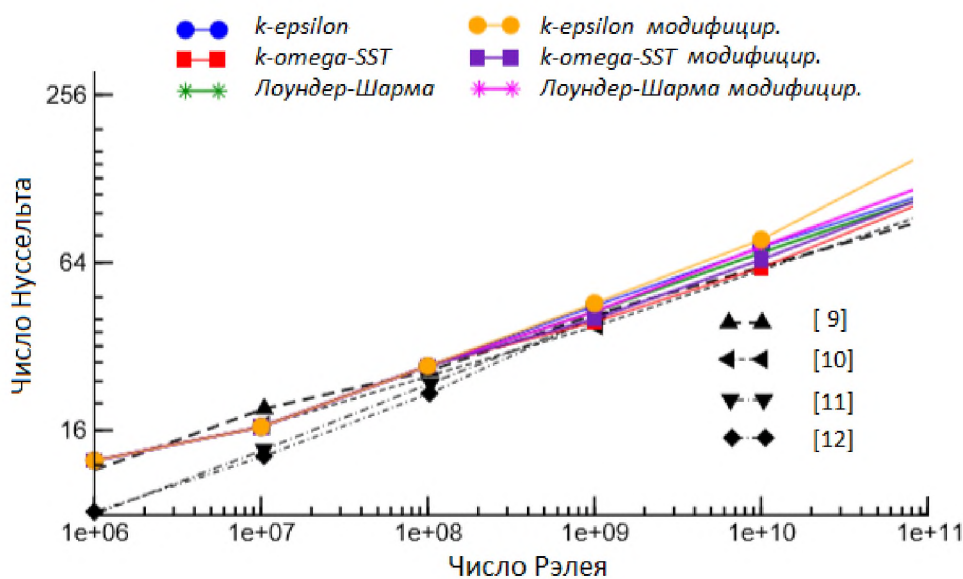


Рис. 5. Средние числа Нуссельта как функция числа Рэля для  $Pr = 0,6$  при верхней стенке.

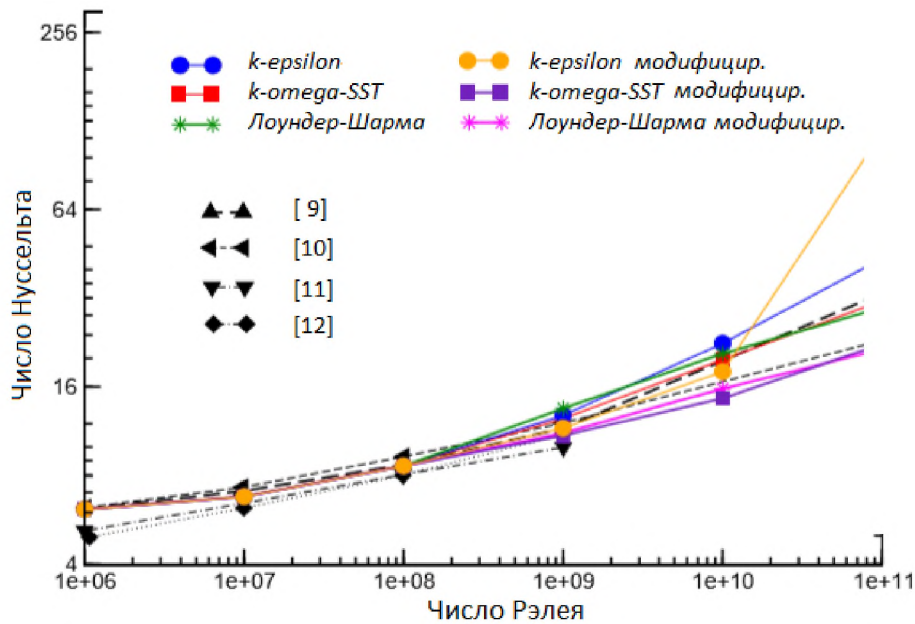


Рис. 6. Средние числа Нуссельта как функция числа Рэлея для  $Pr = 0,6$  при нижней стенке.

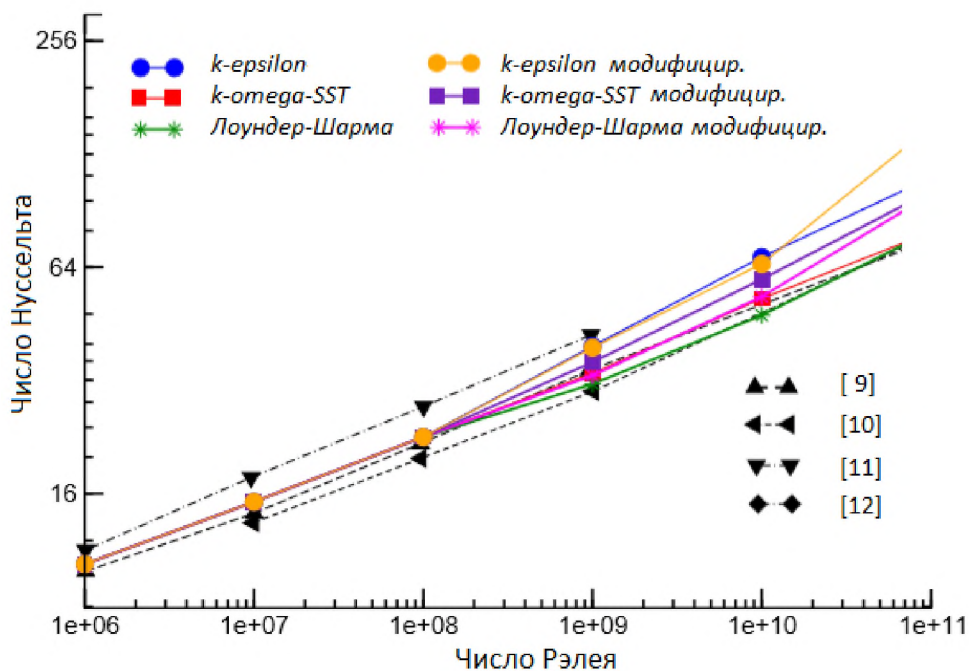


Рис. 7. Средние числа Нуссельта как функция числа Рэлея для  $Pr = 0,6$  при боковой стенке.

Согласно рис. 5-7, результаты расчета с использованием  $k-\omega-SST$  модели хорошо совпадают с экспериментальными и численными результатами других авторов. Моделирование с использованием  $k-\epsilon$  модели оказалось менее устойчивым, что приводило к частому расхождению итерационной процедуры и необходимости перезапуска итераций. Моделирование с использованием модели Лоундера-Шарма показало сходное поведение, однако расхождимость итераций была менее частыми, чем при использовании  $k-\epsilon$  модели. Интересный факт наблюдался с моделью Лоундера-Шарма, которая не предсказывала турбулентность до введения дополнительного члена в уравнения переноса кинетической энергии турбулентности и скорости её диссипации, учитывающий генерация турбулентности из-за конвекции. Было также проанализировано наличие такого члена в уравнениях  $k-\omega-SST$  и  $k-\epsilon$  (которое было названо  $k-\omega-SST$  модифицированная модель

и  $k-\varepsilon$  модифицированная модель, модель Лоундера-Шарма модифицированная). Как видно из рис. 5-7, для  $k-\omega$ - $SST$  модели введение этого члена не повлияло на численные результаты, а для  $k-\varepsilon$  модели результаты стали еще хуже для чисел Рэлея использованных при моделировании.

**Заключение.** В этой работе была проанализирована естественная конвекция в квадратной камере с изотермическими стенками, содержащая жидкость  $Pr = 0,6$  для чисел  $Ra$  от  $10^6$  до  $10^{11}$ . Были исследованы три модели турбулентности, основанные на уравнениях RANS:  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$ - $SST$  и Лоундера-Шарма, модель с низким Рейнольдсом- $k-\varepsilon$ . Моделирование показало, что лучшей моделью турбулентности было  $k-\omega$ - $SST$ , по тому, что она была более надежной, а  $k-\varepsilon$  оказалась полностью неустойчивой во время моделирования, что привело к частым расхождению итерационного процесса и необходимости повторного запуска, особенно при моделировании с высоким числом Рэлея. Моделирование с использованием модели Лоундера-Шарма показало сходное поведение итераций, однако расходимость итераций были менее частыми, чем при  $k-\varepsilon$ .

Временные распределения усредненных по границе чисел Нуссельта показали, что турбулентность появляется сначала на боковой и верхней стенках, тогда как жидкость в нижней области обладает большим сопротивлением для начала режима турбулентности.

Учет генерации турбулентности за счет конвективного потока в некоторой степени улучшает точность  $k-\omega$ - $SST$  модели, тогда как для стандартной  $k-\varepsilon$ -это приводит к обратному эффекту.

#### Список литературы.

1. Абрамов А. Г., Смирнов Е. М. Численное моделирование турбулентной свободной конвекции паровоздушной среды в замкнутой полости при наличии пленочной конденсации на центральной вертикальной трубке // Тр. 5-й Рос. нац. конф. по теплообмену, Москва, 25–29 окт. 2010 г. М.: Изд-во Моск. энерг. ин-та, 2010. С. 33–36.
2. Горбунов А. А., Никитин С. А., Полежаев В. И. Об условиях возникновения конвекции Рэлея — Бенара и теплообмене в околоскритической среде // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 5. С. 19–36.
3. Ермолаев И. А., Жбанов А. И., Кошелев В. С. Моделирование естественной термогравитационной конвекции в горизонтальных каналах с сечением нерегулярной формы // Инж.-физ. журн. 2003. Т. 76, № 4. С. 134–137.
4. Обухов А. Г., Сорокина Е. М. Численное моделирование трёхмерных нестационарных конвективных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа: учебное пособие / А. Г. Обухов, Е. М. Сорокина. – М.: Издательский дом Академии Естествознания, 2017. – 94 с.
5. Терехов В. И., Экаид А. Л. Трёхмерная ламинарная конвекция внутри параллелепипеда с нагревом боковых стенок // Теплофизика высоких температур. 2011. Т. 49, № 6. С. 905–911.
6. Calcagni B., Marsili F., Paroncini M. Natural convective heat transfers in square enclosures heated from below // Appl. Therm. Engng. 2005. V. 25. P. 2522–2531.
7. <https://cfd.direct/openfoam/user-guide-v5/>. OpenFOAM v5 User Guide.
8. Craft T., Graham, L. and B.E. Launder. Impinging jet studies for turbulence model assessment ii. an examination of the performance of four turbulence models // International Journal of Heat Mass Transfer, 1993. Vol. 36, p. 2685.
9. Horvat A., Kljenak I. and Marn J. Two-dimensional large-eddy simulation of turbulent natural convection due to internal heat generation // International Journal of Heat and Mass Transfer, 2001, Vol. 44, No. 21, pp. 3985–3995.
10. Nourgaliev R., Dinh T. and Sehgal B. Effect of fluid Prandlt number on heat transfer characteristics in internally heated liquid pools with Rayleigh numbers up to  $10^{12}$  // Nuclear Engineering and Design, 1997. Vol. 169, pp. 165–184.



11. Steinberner U. and Reineke H.. “Turbulent buoyancy convection heat transfer with internal heat sources”. Proceedings of the Sixth Internal Heat Transfer Conference, 1978 Vol. 2, pp. 305–310.
12. Worner M., Schmidt M. and Grotzbach, G., “Direct numerical simulation of turbulence in an internally heated convective fluid and implications for statistical modelling”. Journal of Hydraulics Research, 1997. Vol. 35, pp. 773–797.