УДК 515.122

ТОПОЛОГИЯЛЫК МЕЙКИНДИКТЕРДЕ КЫЙМЫЛДООНУ МАТЕМАТИКАЛЫК КӨРСӨТҮҮ

Жораев Адахамжан Хамитжанович, ф.-м.и.к, доцент E-mail: adaham_67@mail.ru
Кыргыз-Өзбек университети, Ош Кыргызстан

Аннотация: *Кыргызстанда кинематикалык мейкиндиктин (чекиттик объектти башкарган кыймылдоосу) концепциясы киргизилген. Анын негизинде, компьютердин интерактивдүү режиминде белгилүү болгон ар кандай топологиялык мейкиндиктерди чагылдырып берсе болот. Макалада, мейкиндиктердин ар түрдүү касиеттерин изилдөө үчүн татаалыраак объекттердин кыймылдоосу каралат.*

Ачкыч сөздөр: *топологиялык мейкиндик, кинематикалык мейкиндик, кыймылдоо, узун-туурасы болгон объект, жалпы көрүнүш, компьютер.*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ В ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВАХ

Аннотация: *В работе проведен обзор математических определений, соответствующих понятию движения, в том числе для объектов, отличающихся от точки, в различных пространствах. В Кыргызстане была введена концепция кинематического пространства (управляемое движение точечного объекта). Она дала возможность представить на компьютере в интерактивном режиме различные известные топологические пространства. Для исследования различных свойств пространств в статье рассматривается движение более сложных объектов.*

Ключевые слова: *топологическое пространство, кинематическое пространство, движение, протяженный объект, обзор, компьютер.*

MATHEMATICAL PRESENTATION OF MOTION IN TOPOLOGICAL SPACES

Abstract: *A survey of mathematical definitions corresponding to the notion of motion including one of an object different from point in various spaces. A concept of kinematical space (controlled motion of a point-wise object) was introduced in Kyrgyzstan. It provided possibility to present various known topological spaces on computer in interactive regime. To investigate various properties of spaces motion of more complex objects is considered in the paper.*

Key words: *topological space, kinematical space, motion, width-lengthy object, survey, computer.*

1. Киришүү

XIX кылымга чейин математикада кыймыл үч ченемдүү эвклид мейкиндигинде жана анын камтылган мейкиндиктеринде - тегиздикте жана түз сызыкта каралган. Көп ченемдүү мейкиндик теориясы түзүлгөндөн кийин кыймыл түшүнүгү аларга көчүрүлдү (жеке учурда туура көп грандыктардын симметрия группасы). Комбинатордук топологиянын келип чыгышы менен локалдык эвклид мейкиндиктеринде дагы кыймыл түшүнүгү келип чыкты. Бул түшүнүк багытталган жана багытталбаган беттердин аныктамалары үчүн колдонулат.

Компьютерлердин пайда болушу жалпысынан виртуалдык мейкиндиктерде кыймылдын чагылдырылышы жөнүндөгү маселе козголду.

Робототехниканын өнүгүүсүнө байланышкан көп илимий изилдөөлөрдө үч ченемдүү эвклид мейкиндигинин камтылган мейкиндиктеринде узартылган объекттердин кыймылы изилденген. Бул эмгекте ар кандай математикалык мейкиндиктердеги узартылган объекттердин кыймылын изилдейбиз.

[1] де чекиттик объекттин башкарылуучу кыймылы жөнүндөгү кинематикалик мейкиндиктин концепциясы киргизилген. Ал ар кандай белгилүү топологиялык мейкиндиктерди компьютерде интерактивдүү режимде көрсөтүүгө мүмкүнчүлүк берди. Ошондой эле, топологиялык мейкиндиктерди компьютердик түрдө чагылдыруу үчүн жеке базалык элементтерди жармаштыруу сунушталган [2], мейкиндикте белгилөө түшүнүгү киргизилген [3], [4]. Андан кийин [5], [6], [7] жумуштарда кинематикалик мейкиндиктердин

жана белгиленген мейкиндиктердин ар түрдүү касиеттери изилделген. Мейкиндиктердин ар түрдүү касиеттерин изилдөө үчүн татаал объекттердин кыймылын сунуштаганбыз [8-12]. Аны мейкиндиктин «жалпы туурасы» жана «багыт ченеми» деген жаңы түшүнүктөр үчүн колдонуу көрсөтүлгөн.

Бул макалада жыйынтыктар жалпыланган формада көрсөтүлгөн.

2. Негизги аныктамалар

Аныктама 1. G чекиттер көптүгү жана K маршруттар көптүгү кинематикалык мейкиндик деп аталат. Ар бир M маршрут - $TM >0$ оң санынан (маршрут убактысы) жана $mM: [0, TM] \to G$ (маршрут траекториясы) функциясынан турган жуптуктан турат. Төмөнкү шарттар аткарылат:

(K1) Каалагандай ар турдүү $z0$, $z1$ чекиттер үчүн ушундай $M \in K$ маршрут табылып, $mM(0) = z0$ жана $mM(TM) =z1$ шарт орун алат, мында TM маанилер көптүгү ушундай M маршруттар үчүн төмөндөн оң сан менен чектелген {каалагандай чекиттер арасында кыймыл болушу мүмкүн, бирок ыкчам кыймыл мүмкүн эмес}.

(K2) Эгер $M=\{TM, mM(t)\} \in K$, анда $\{TM, mM(TM-t)\} \in K$ {дайыма кыймыл артка кайтса болот}.

(K3) Эгер $M=\{TM, mM(t)\} \in K$ жана $T^* \in (0, TM)$, анда $\{T^*, m^*(t) \equiv mM(t)(0 \le t \le T^*)\} \in K$ шарт дагы орун алат {каалаган мезгилде кыймылды токтотсо болот}.

(K4) Эгер $\{T1, m1(t)\} \in K, \{T2, m2(t)\} \in K$ жана $m1(T1)=m2(0)$, анда $T12 = T1 + T2$ саны жана $m12(t)= m1(t) \ (0 \le t < T1)$; $m12 \ (t)= m2(t-T1) \ (T1 \le t \le T1+T2)$ функциядан турган жуптук дагы K маршрут болот {транзитивдүүлүк}.

Аныктыма 2[3]. Эгер топологиялык мейкиндиктин эки чекити гомеоморфтук чеке белине ээ болсо, анда алар локалдуу бир тектүү деп аталат.

Аныктама 3 [3] . Ажыратылган $M \in X$ көптүгү бардык жерде тыгыз болгон (X,τ) топологиялык мейкиндик менен белгиленген деп аталат.

Аныктама 4 [3]. Эки $x1 \in X, x2 \in X$ локалдуу бир тектүү чекиттер M белгиси боюнча айрымалануучу деп аталат, эгер каалагандай $x1 \in X$, $x2 \in X$ чекиттердин $V1$ жана $V2$ гомеморфтук чекебелдерине жана каалагандай гомеоморфизм үчүн $J:V1 \to V2$ сүрөтүндө $P(J)(V1 \cap M) \neq V\,2 \cap M$ шарт орун алса.

Топологиялик мейкиндиктер классына кирген башка камтылган класстар үчүн гомеоморфизмдин ордуна дал келгендей морфизмдерди алса болот.

Аныктама 5. М белгиси боюнча (X,τ) топологиялик мейкиндик айрымалануучу деп аталат, эгер каалагандай эки $x1 \in X$, $x2 \in X$ бир тектүү чекиттер M белгиси боюнча локалдуу айрымалануучу болсо. Ал мейкиндик локалдуу айрымалануучу деп аталат, эгер ошондой М белгиси болуп, ал белги боюнча локалдуу айрымалануучу болсо.

Т е о р е м а 1 [6], [7]. Локалдуу жалпак кинематикалык мейкиндиктер локалдуу айрымалануучу; сепарабелдик кинематикалык мейкиндиктер локалдуу айрымалануучу .

Аныктама 6. Мейли G топологиялик мейкиндикте P байланган көптүгү берилген болсун. Анда $F:P \times [0,T] \to G$ үзгүлтүксүз чагылтуу P көптүгүндө кыймылды жолго коёт, эгерде фиксирланган $t \in [0, T]$ убактысында $F(z,t):P \to G$ чагылтуу инъективдүү жана Р көптүгүндө $F(P,t)$ гомеоморфтуу болсо.

Топологиялик мейкиндиктер классына кирген башка камтылган класстар үчүн гомеоморфизмдин ордуна дал келгендей изоморфизмдерди алмаштырса болот.

Метрикалык мейкиндиктердин чоң ийилчектиктери үчүн төмөнкү аныктаманы сунуштайбыз:

Аныктама 7. Эки чектелген А жана В метрикалык мейкиндиктер$[\alpha,\beta]$-окшош $(0<\alpha<1<\beta)$, деп аталат, эгер $\rho B(f(x),f(y)) \in [\alpha,\beta] \rho A(x,y)$ жана $\rho A(f-1(x), f-1(y)) \in [\alpha,\beta] \rho B(x,y)$ шартты канаттандырган $f:A \to B$ биективдүү чагылтуусу жашаса.

Тиешелүү түрдө, метрикалык мейкиндиктерде $[\alpha,\beta]$ - окшоштук сакталган жалпылаштырылган кыймыл түшүнүгү киргизилет.

3.Ченемдүүлүктү кинематикалык көрсөтүү үчүн аныктамалардын жалпы көрүнүшү

Аныктама 8. (Аныктама 6. ны эсепке алганда). Мейли P көптүгүндө $C\neq\varnothing$ камтылган көптүк берилген болсун. Анда P кыймылын P көптүгүнүн C камтылган көптүгүнүн тегерегиндеги багыты өзгөрүлгөн жалпылаштырылган бурулуу деп атайбыз, эгерде

Б1) C көптүк жылбаса;

Б2) каалагандай x үчүн $t\in[0, T]$ жана $z\in P\backslash C$ кысылуусу $F:\{z\}\times[0,T]\to G$ башкы чекити z болгон өз ара кесилишпеген маршрут болсо;

Б3) каалагандай $t_1, t_2\in[0, T)$ жана $z_1\neq z_2\in P$ үчүн $F(z_1, t_1)\neq F(z_2, t_2)$ болсо;

Б4) каалагандай $z\in P\backslash C$ үчүн $F(z,0)\neq F(z,T)$ болсо;

Б5) $F(P,T)$ көптүгү P көптүгү менен дал келсе.

Кээ бир типтеги көптүктөрдүн жалпылаштырылган бурулуу мүмкүнчүлүгү мейкиндиктердин ченемдүүлүгүнүн төмөнкү чегин билдирсе,ошол мезгилде жогорку чеги жок экендигин билдирет.

Аныктама 9. Эгер кээ бир $d>0$ саны үчүн $z1\text{-}z0\text{-}z2$ ушундай «кесинди» жана аны $z2\text{-}z0\text{-}z1$ кесиндиге өткөрүүчү жалпылаштырылган бурулуу табылып, каалагандай $t\in[0, T12]$ *үчүн* $\rho K\,(m1(t), m2(t))\geq d$, $\rho K\,(z0, m1(t))\leq d$, $\rho K\,(z0, m2(t))\leq d$, шарты орун алса, анда кинематикалык мейкиндиктин жалпы туурасы d санынан кем эмес (багытталган ченем 2).

Аныктама 10. Эгер кинематикалык мейкиндикте эч кандай шар жалпы туурасына ээ болбосо, анда бул мейкиндиктин багытталган ченемдүүлүгү 1 ге барабар.

Аныктама 11. Эгер кинематикалык мейкиндикте кандайдыр бир шар жалпы туурасына ээ болсо, бирок эч кайсы шарда $z1z2z3$ «үч бурчтук» жалпылаштырылган бурулуу менен $z1z3z2$ «үч бурчтук» ка өтпөсө, анда бул мейкиндиктин багытталган ченемдүүлүгү 2ге барабар.

Аныктама 12. Эгер ушундай P, α жана β жашап, кинематикалык мейкиндиктин x,y чекиттери үчүн $[\alpha,\beta]$-окшоштук сакталган жалпылаштырылган кыймыл болсо, мында $x\in P$ жана y P көптүктүн акыркы абалына таандык болсо, анда кинематикалык мейкиндик төмөндөн α саны жана P көптүгү менен чектелген минималдуу туурасына ээ болот.

Адабияттар:

1. Борубаев А.А., Панков П.С.Компьютерные представления кинематических топологических пространств. – Бишкек: КГНУ, 1999. – 131 с.
2. Борубаев А.А. Кинематическое изображение топологических простран-ств, представляемых в виде склейки [Текст] / А.А. Борубаев, П.С.Панков // Вычислительные технологии (изд. СО РАН). – 1999, том 4, № 5. – С. 3-9.
3. БорубаевА.А.,PankovP.S., ChekeevA.A. Spaces Uniformed by Coverings. – Hungarian-Kyrgyz Friendship Society, Budapest, 2003. – 169 p.
4. Борубаев А.А., Панков П.С. Распознаваемость размеченных топологи-ческих пространств // Вестник КНУ, 2007. – Серия 3, выпуск 4. – С. 5–8.
5. Борубаев А.А., Панков П.С. Распознаваемость размеченных кинематических пространств // Вестник МУК, № 1(16), 2008. – С. 205-207.
6. Жораев А.Х. Распознаваемость в локально плоских кинематических пространствах // Вестник МУК, № 1(20), 2011. – С. 55-58.
7. Zhoraev A. Separable kinematical spaces are recognizable // Proceedings of V Congress of the Turkic World Mathematicians / Ed. A.Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014. – Pp. 28-31.
8. Панков П.С., Жораев А.Х. Методика экспериментального исследования свойств кинематических пространств // Наука. Образование. Техника, г. Ош, 2017, № 2. - С. 23-26.
9. ЖораевА.Х. Исследование топологических пространств кинемати-ческим методом. – Saarbrűcken, Deutschland: LapLambert Academic Publishing, 2017. – 78 с.
10. Zhoraev A. Orientation dimension and orientation constants of kinematical spaces // Abstracts of the Third International Scientific Conference "Actual problems of the theory of control, topology and operator equations" / Ed. by Academician A.Borubaev. - Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2017. – P. 36.

11. Zhoraev A. Motion of sets and orientation dimension of kinematical spaces // Abstracts of the VI Congress of the Turkic World Mathematical Society. – Astana: L.N.Gumilyov Eurasian National University, 2017. - P. 282.

12. Жораев А. Х. Индуктивное определение кинематической размерности топологических пространств // Вестник Института математики НАН КР, 2018, № 1. - С. 139-144.