УДК 517.948

СУЛАЙМАНОВ Б. Э.
Ж. Баласагын ат КУУ,
МЫРЗАПАЯЗОВА З.К., ТОКТОГУЛОВА А.Ш.
И. Раззаков атындагы КТУ
СУЛАЙМАНОВ Б. Э.
КНУ им. Ж. Баласагына,
МЫРЗАПАЯЗОВА З.К., ТОКТОГУЛОВА А.Ш.
КГТУ им. И. Раззакова
SULAYMANOV B. E.
KNU named after J. Balasagyn
MYRZAPAIAZOVA Z.K., TOKTOGYLOVA A. SH.
Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov, Bishkek,

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык тендемелер учун тескери маселе

Reverse task for non linear integro-differential equations

Аннотация: *В данной работе рассматривается обратная задача для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Установлено условие разрешимости обратной задачи. Применяя метод дополнительного аргумента, данный нелинейный обратный задача приводится к системе нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра. В лемме 1 доказана единственность и ограниченность решение системы нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра относительно неизвестных функций* $w(v,s,t,x)$, $w(0,s,t,x)$, $\mu(t,v)$, $\lambda(t)$, $u(t,x)$, $w(v,s,t,x_0)$, $w(0,s,t,x_0)$, $w_t(v,s,t,x_0)$, $w_t(0,s,t,x_0)$. *В лемме 2 доказано, что система нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра относительно неизвестных функций с дополнительным аргументом* $w(v,s,t,x)$, $w(0,s,t,x)$, $\mu(t,v)$, $\lambda(t)$, $u(t,x)$, $w(v,s,t,x_0)$, $w(0,s,t,x_0)$, $w_t(v,s,t,x_0)$, $w_t(0,s,t,x_0)$, *будет эквивалентна к данной обратной задаче для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. С помощью вышеуказанных двух леммы доказана теорема существования и единственности обратных задач для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка.*

Аннотация: *Бул макалада биринчи тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелерге коюлган тескери маселе каралган. Чечимдин жашоо шарты тургузулган. Кошумча аргументтер ыкмасын колдонуп, коюлган тескери маселени Вольтерр тибиндеги сызыктуу эмес интегралдык тендемелер системасына алып келебиз. Биринчи леммада* $w(v,s,t,x)$, $w(0,s,t,x)$, $\mu(t,v)$, $\lambda(t)$, $u(t,x)$, $w(v,s,t,x_0)$, $w(0,s,t,x_0)$, $w_t(v,s,t,x_0)$, $w_t(0,s,t,x_0)$ *функцияларына карата тургузулган Волтерр тибиндеги сызыктуу эмес интегралдык тендемелер системасынын чыгарылышынын жалгыздыгы жана чектелгендиги далилденген. Экинчи леммада кошумча аргументтуу жаны белгисиз* $w(v,s,t,x)$, $w(0,s,t,x)$, $\mu(t,v)$, $\lambda(t)$, $u(t,x)$, $w(v,s,t,x_0)$, $w(0,s,t,x_0)$, $w_t(v,s,t,x_0)$, $w_t(0,s,t,x_0)$ *функцияларына карата тургузулган Волтерр тибиндеги сызыктуу эмес интегралдык тендемелер системасы, биринчи тартиптеги жекече туурдулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык тендемелер учун коюлган тескери маселеге эквиваленттуу экендиги далилденген. Жогоруда көрсөтүлгөн эки лемманын негизинде биринчи тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу* *эмес интегро-дифференциалдык теңдемеге коюлган тескери маселенин чечиминин жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү теорема далилденген.*

Abstract: *This paper examines the reverse task for non-linear integrative equations in private first-order derivatives. The condition of the solution of the reverse task has been established. Using the method of additional argument, this non-linear reverse task is led to a system of non-linear integral equations such as Volterra. Lemma 1 proves the singularity and limitations of the Volterra-type system of non-linear integral equations regarding unknown functions w(v,s,t,x), w(0,s,t,x), μ(t,v), λ(t), u(t,x), w(v,s,t,x₀), w(0,s,t,x₀), w_t(v,s,t,x₀), w_t(0,s,t,x₀). In lemma 2, it is proven that the system of non-linear integral equations of the Volterra type is relatively unknown functions with an additional argument w(v,s,t,x), w(0,s,t,x), μ(t,v), λ(t), u(t,x), w(v,s,t,x₀), w(0,s,t,x₀), w_t(v,s,t,x₀), w_t(0,s,t,x₀), will be equivalent to this reverse task for non-linear integrative differential equations in private first-order derivatives. With the help of the above two lemma proved the theorem of existence and the singularity of reverse tasks for non-linear integrative differential equations in private derivatives of the first order.*

Ключевые слово: *Интегро-дифференциальных, частных производных, система, интегральные уравнения, обратных задач, типа Вольтерра, нелинейных, дополнительных аргументов, неизвестные функции.*

Урунттуу сөздөр: *Интегро-дифференциалдык, жекече туунду, система, интегралдык тендеме, тескери маселе, Вольтер тибиндеги, сызыктуу эмес, кошумча аргумент, белгисиз функциялар.*

Key words: *Integrative differential, private derivatives, system, integral equations, reverse tasks, volterra type, non-linear, additional arguments, unknown functions.*

В работе [1] методом дополнительного аргумента исследована прямая задача для систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных типа Уизема, а в [2-4] тем же методом исследованы обратные задачи для интегро-дифференциальных уравнений. В [3] методом дополнительного аргумента исследована обратная задача для дифференциальных уравнений типа Уизема. В [5] методом дополнительного аргумента исследована обратная задача для систем дифференциальных уравнений типа Уизема. В данной работе изучаются вопрос существования и единственности решения обратной задачи (1)-(3) для интегро-дифференциальных уравнений. Показана эквивалентность обратной задачи (1)-(3) к системе интегральных уравнений.

Рассмотрим обратную задачу:

$$u_t(t,x) + u(t,x)u_x(t,x) = \lambda(t)\, f\Big(t, x, u(t,x), \int_0^t K(\xi,x)u(t-\xi,x)d\xi\Big), \quad t \in [0,t],\ x \in R, \qquad (1)$$

$$u(0,x) = \phi(x),\ x \in R, \qquad (2)$$

$$u(t,x_0) = g(t), t \in [0,T], \qquad (3)$$

где $K(t,x), f(t,x,u(t,x), \int_0^t K(\xi,x)u(t-\xi,x)d\xi$, $\phi(x)$, $g(t)$ - известные, а $u(t,x), \lambda(t)$ − неизвестные функции. Выполняется условие согласования $g(0)=\phi(x_0)$. (4)

Предложим выполнение следующих условий:

1) $\phi(x)\in \bar{C}(R)$, $g(t)\in C^1[0,T]$, $f(t,x,u,q)\in \bar{C}^{0,2,2,2}(Q)$, $k(t,x)\in \bar{C}^{0,2}(G)$,

2) $f(t,x_0, g(t), \int_0^t K(\xi,x_0)g(t-\xi)d\xi \geq \alpha_1\ 0$,

$f(t-v, x_0 g(t-v), \int_0^{t-v} K(\xi,x_0)g(t-\xi-v)d\xi) \geq \alpha_2\ 0$, при всех $t\in[0,T_0]$, $\alpha=\min\{\alpha_1,\alpha_2\}$,

где $0\leq \xi+v\leq t\leq T$.

В уравнения (1) заменяем t на $\rho-v$, и x на $p(v,\rho,t,x)$, где

$$p(v,\rho,t,x)=x-\int_\rho^t u(\vartheta-v, p(v,\vartheta,t,x))d\vartheta,\ p(v,t,t,x)=x,$$

$$P_\rho(v,\rho,t,x)=u(\rho-v,p(v,\rho,t,x)) \tag{5}$$

Далее, интегрируя по ρ от v до S, имеем:

$$u(s-v,p(v,s,t,x))=\phi(x-\int_v^t u(\xi-v,p(v,\tau,t,x))d\tau)+\int_v^s \lambda(\rho-v) f(\rho-v,x-$$

$$-\int_\rho^t u(\tau-v,p(v,\tau,t,x))d\tau,\ u(\rho-v,p(v,\rho,t,x)),$$

$$\int_0^{\rho-v} K(\xi, x-\int_\rho^t u(\tau-v, p(v,\tau,t,x))d\tau)u(\rho-\xi-v, p(v,\rho,t,x))d\xi)d\rho. \tag{6}$$

$0\leq v\leq\rho\leq s\leq t\leq T$, $0\leq\xi+v\leq\rho\leq t\leq T$,

В (6) полагая, $u(s-v,p(v,s,t,x))\equiv\omega(v,s,t,x)$, имеем:

$$\omega(v,s,t,x)=\phi(x-\int_v^t \omega(v,\tau,t,x)d\tau)+\int_v^s \mu(\rho,v) f(\rho-v,x-\int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x)d\tau,$$

$$\omega(v,\rho,t,x),\ \int_0^{\rho-v} K(\xi,x-\int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x)d\tau)\omega(v+\xi,\rho,t,x)d\xi)d\rho, \tag{7}$$

где $\mu(\rho,v)=\lambda(\rho-v)$. новый неизвестный функция, $\mu(t,0)=\lambda(t)$.
В
(7) полагая $v=0$, получим:

$$\omega(0,s,t,x)=\phi\left(x-\int_0^t\omega(0,\tau,t,x)d\tau\right)+\int_0^s\lambda(\rho)f\left(\rho,x-\int_\rho^t\omega(0,\tau,t,x)d\tau,\right.$$

$$\left.\omega(0,\rho,t,x),\int_0^\rho K\left(\xi,x-\int_\rho^t\omega(0,\tau,t,x)d\tau\right)\omega(0,\tau,t,x)d\xi\right)d\rho. \quad (8)$$

Справедливость следующих соотношений, очевидно: $\omega(v,t,t,x)=u(t-\xi,x)$,

$\omega(t,t,t,x)=\phi(x)$, $\omega(v,t,t,x_0)=g(t-v)$, $\omega(0,t,t,x)=u(t,x)$, $\omega(0,t,t,x_0)=g(t)$.

В

(7), (8) пологая $s=t$, $x=x_0$ и взяв производную по t имеем:

$$g'(t-v)=-\phi'\left(x_0-\int_v^t\omega(v,\tau,t,x_0)d\tau\right)g(t-v)+\int_v^t\omega_t(v,\tau,t,x_0)d\tau+\mu(t,v)f\left(t-v,x_0,\right.$$

$$\left.g(t-v),\int_0^{t-v}K(\xi,x_0)g(t-v-\xi)d\xi\right)-\int_v^t\mu(\rho,v)f_K\left(\rho-v,x_0-\int_\rho^t\omega(v,\tau,t,x_0)d\tau,\right.$$

$$\left.\omega(v,\rho,t,x_0),\int_0^{\rho-v}K\left(\xi,x_0-\int_\rho^t\omega(v,\tau,t,x_0)d\tau\right)\omega(v+\xi,\rho,t,x_0)d\xi\right)$$

$$g_{(t-v)}+\int_\rho^t\omega_t(v,\vartheta,t,x_0)d\tau\, d\rho+\int_v^t\mu(\rho,v)f_u\left(\rho-v,x_0-\int_\rho^t\omega(v,\tau,t,x_0)d\tau,\right.$$

$$\left.\omega(v,\rho,t,x_0),\int_0^{\rho-v}K\left(\xi,x_0-\int_\rho^t\omega(v,\tau,t,x_0)d\tau\right)\omega(v+\xi,\rho,t,x_0)d\xi\right)\omega_t(v,\rho,t,x_0)d\rho+$$

$$+\int_v^t\mu(\rho,v)f_q\left(\rho-v,x_0-\int_\rho^t\omega(v,\tau,t,x_0)d\tau,\omega(v,\rho,t,x_0),\int_0^{\rho-v}K\left(\xi,x_0-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\int_\rho^t\omega(v,\tau,t,x_0)d\tau\right)\omega(v+\xi,\rho,t,x_0)d\xi\right)\times$$

$$\times\int_0^{\rho-v}\left[K\left(\xi,x_0-\int_\rho^t\omega(v,\tau,t,x_0)d\tau\right)w_t(v+\xi,\rho,t,x_0)-K_x\left(\xi,x_0-\int_\rho^t\omega(v,\tau,t,x_0)dv\right)\times\right.$$

$$\left.\times\,\omega(v+\xi,\rho,t,x_0)\left\{g(t-v)+\int_\rho^t\omega_t(v,\tau,t,k_0)d\tau\right\}\right]d\xi d\rho.$$

(9)

$$g'(t) = -\phi'(x_0 - \int_0^t \omega(0,\tau,t,x_0)dv)\, g(t) + \int_0^t \omega_t(0,\tau,t,x_0)dv + \lambda(t) f(t, x_0 g(t),$$

$$\int_0^t K(\xi, x_0) g(t-\xi)d\xi) - \int_0^t \lambda(\rho) f_x(\rho, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau, \omega(0,\rho,t,x_0), \times$$

$$\times \int_0^\rho K(\xi, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau)\omega(\xi,\rho,t,x_0)d\xi)\Big[g(t) + \int_\rho^t \omega_t(0,\tau,t,x_0)d\tau\Big]d\rho +$$

$$+\int_0^t \lambda(\rho) f_u(\rho, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau, \omega(0,\rho,t,x_0), K(\xi, x_0 - \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau) \times$$

$$\omega(\xi,\rho,t,x_0)d\xi)\omega_t(0,\rho,t,x_0)d\rho + \int_0^t \lambda(\rho) f_q(\rho, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau, \times$$

$$\times \omega(0,\rho,t,x_0) \int_0^\rho K(\xi, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau)\omega(\xi,\rho,t,x_0)d\xi * \int_0^\rho K(\xi, x_0 - \int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau) \times$$

$$\times \omega_t(\xi,\rho,t,x)d\xi - \int_0^\rho K(\xi, x_0 - \int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau)\omega(\xi,\rho,t,x_0)\, g(t) + \int_\rho^t \omega_t(v,\tau,t,x_0)d\tau\, d\xi\, d\rho$$

(10)

Уравнении (9) разрешая относительно $\mu(t, v)$, получим:

$$\mu(t,v) = \frac{1}{f(t-v, x_0, g(t-v), \int_0^t K(\xi,x_0)g(t-v-\xi)d\xi}\,\phi'(x_0 - \int_v^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau) \times$$

$$\times\ g(t-v) + \int_v^t \omega_t(v,\tau,t,x_0)d\tau + g(t-v) + \int_v^t \mu(\rho,v) f_x(\rho - v, x_0 - \int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau, \times$$

$$\times \omega(v,\rho,t,x_0), \int_0^{\rho-v} K(\xi, x_0 - \int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau)\omega(v+\xi,\rho,t,x_0)d\xi)\times$$

$$\times g(t-v) + \int_\rho^t \omega_t(v,\tau,t,x_0)d\tau\, d\rho - \int_v^t \mu(\rho,v) f_u(\rho - v, x_0 - \int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau \times$$

$$\times \omega(v,\rho,t,x_0), \int_0^{\rho-v} K(\xi,x_0 - \int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau)\omega(v+\xi,\rho,t,x_0)d\xi)\omega_t(v,\rho,t,x_0)d\rho -$$

$$-\int_{\nu}^{t}\mu(\rho,\nu)\, f_q\Big(\rho-\nu,\, x_0-\int_{\rho}^{t}\omega(\nu,\tau,t,x_0)\,d\tau,\, \omega(\nu,\rho,t,x_0),\, \int_{0}^{\rho-\nu}K\Big(\xi, x_0-$$

$$-\int_{\rho}^{t}\omega(\nu,\tau,t,x_0)\,d\tau\Big)\omega(\nu+\xi,\rho,t,x_0)\,d\xi\Big)\int_{0}^{\rho-\nu}\Big[K\Big(\xi, x_0-\int_{\rho}^{t}\omega(\nu,\tau,t,x_0)\,d\tau\Big)\times$$

$$\times\,\omega_t(\nu+\xi,\rho,t,x_0)-K_x\Big(\xi, x_0-\int_{\rho}^{t}\omega(\nu,\tau,t,x_0)\,d\tau\Big)\omega(\nu+\xi,\rho,t,x_0)\times$$

$$\times\, g(t-\nu)+\int_{\rho}^{t}\omega_t(\nu,\tau,t,x_0)\,d\tau\; d\xi\, d\rho\Big].$$

(11)

Уравнение (10) разрешая относительно $\lambda(t)$, имеем:

$$\lambda(t)=\frac{1}{f\Big(t, x_0, g(t), \int_0^t K(\xi, x_0)g(t-\xi)\,d\xi\Big)}\Big[\ldots\, x_0-\int_0^t\omega(0,\tau,t,x_0)\,d\tau\Big)g(t)+\int_0^t\omega_t(0,\tau,t,x_0)\,d\tau\,+$$

$$+\,g'(t)+\int_0^t\lambda(\rho)f_x\Big(\rho, x_0-\int_{\rho}^{t}\omega(0,\tau,t,x_0)\,d\tau,\, \omega(0,\tau,t,x_0),\, \int_0^{\rho}K\Big(\xi, x_0-$$

$$-\int_{\rho}^{t}\omega(0,\tau,t,x_0)\,d\tau\Big)\omega(\xi,\tau,t,x_0)\,d\xi\Big)\, g(t)+\int_0^t\omega_t(0,\tau,t,x_0)\,d\tau\; d\rho-\int_0^t\lambda(\rho)f_u\Big(\rho, x_0-$$

$$\int_{\rho}^{t}\omega(0,\tau,t,x_0)\,d\tau,\, \omega(0,\tau,t,x_0),\, \int_0^{\rho}K\Big(\xi, x_0-\int_{\rho}^{t}\omega(0,\tau,t,x_0)\,d\tau\Big)\omega(\xi,\tau,t,x_0)\,d\xi\Big)\,\omega_t(0,\rho,t,x_0)\,d\rho\,-$$

$$-\int_0^t\lambda(\rho)f_q\Big(\rho, x_0-\int_{\rho}^{t}\omega(0,\tau,t,x_0)\,d\tau,\, \omega(0,\rho,t,x_0),\, \int_0^{\rho}K\Big(\xi, x_0-\int_{\rho}^{t}\omega(0,\tau,t,x_0)\,d\tau\Big)\omega(\xi,\rho,t,x_0)\,d\tau\Big)\times$$

$$\times\int_0^{\rho}K\Big(\xi, x_0-\int_{\rho}^{t}\omega(0,\tau,t,x_0)\,d\tau\Big)\omega_t(\xi,\rho,t,x_0)-K_x\Big(\xi, x_0-$$

$$-\int_{\rho}^{t}\omega(0,\tau,t,x_0)\,d\tau\Big)\omega(\xi,\rho,t,x_0)\Big)\, g(t)+\int_{\rho}^{t}\omega_t(0,\tau,t,x_0)\,d\tau\; d\xi\, d\rho\Big].$$

(12)

Справедливы следующие соотношения: $\mu(t,o)=\lambda(t)$.

В (8) полагая $s = t$, получим:

$$u(t,x) = \phi\left(x - \int_0^t \omega(0,\tau,t,x)d\tau\right) + \int_0^t \lambda(\rho)\, f\left(\rho,\, x - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x)d\tau,\, \omega(0,\tau,t,x),\, \int_0^\rho K\left(\xi,\, x - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x)d\tau\right)\omega(\xi,\rho,t,x)d\xi\right)d\rho. \quad (13)$$

В (7), (8) полагая $x = x_0$, имеем:

$$\omega(\nu,s,t,x_0) = \phi\left(x_0 - \int_\nu^t \omega(\nu,s,t,x_0)d\tau\right) + \int_\nu^s \mu(\rho,\nu)\, f\left(\rho - \nu,\, x_0 - \int_\rho^t \omega(\nu,s,t,x_0)d\tau,\, \omega(\nu,s,t,x_0),\, \int_0^{\rho-\nu} K\left(\xi,\, x_0 - \int_\rho^t \omega(\nu,s,t,x_0)d\tau\right)\omega(\nu+\xi,\rho,t,x_0)d\xi\right)d\rho, \quad (14)$$

$$\omega(0,s,t,x_0) = \phi\left(x_0 - \int_0^s \omega(0,s,t,x_0)d\tau\right) + \int_0^t \lambda(\rho)\, f\left(\rho,\, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau,\, \omega(0,\rho,t,x_0),\, \int_0^\rho K\left(\xi,\, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau\right)\omega(0,\rho,t,x_0)d\xi\right)d\rho. \quad (15)$$

В (14), (15) взяв производную по t имеем:

$$\omega_t(v,s,t,x_0) = -\phi'\Big(x_0 - \int_v^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau\Big)\, g(t-v) + \int_0^t \omega_t(v,\tau,t,x_0)d\tau -$$

$$-\int_v^s \mu(\rho,v)\, f_x\Big(\rho - v,\ x_0 - \int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau,\ \omega(v,\tau,t,x_0),\ \int_0^{\rho-v} K\Big(\xi, x_0 -$$

$$-\int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau\Big)\omega(v+\xi,\rho,t,x_0)d\xi\Big)\Big(g(t-v) + \int_\rho^t \omega_t(v,\tau,t,x_0)d\tau\Big) d\rho +$$

$$+\int_v^s \mu(\rho,v)\, f_u\Big(\rho - v,\ x_0 - \int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau,\ \omega(v,\tau,t,x_0),\ \int_0^{\rho-v} K\Big(\xi, x_0 - \int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau\Big)$$

$$-\int_v^s \mu(\rho,v)\, f_x\Big(\rho - v,\ x_0 - \int_\rho^t \omega(v,\tau,t,x_0)d\tau,\ \omega(v,\tau,t,x_0),\ \int_0^{\rho-v} K\Big(\xi, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau\Big)$$

(16)

$$\omega_t(0,s,t,x_0)' = \Big(x_0 - \int_v^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau\Big)\, g(t) + \int_0^t \omega_t(0,\tau,t,x_0)d\tau - \int_0^t \lambda(\rho)\, f_x\Big(\rho, x_0 -$$

$$-\int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0),\ \omega(0,\rho,t,x_0),\ \int_0^\rho K\Big(\xi, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau\Big)\omega(\xi,\rho,t,x_0)d\xi\Big) \times$$

$$\times g(t) + \int_\rho^t \omega_t(0,\tau,t,x_0)d\tau\, d\rho + \int_0^t \lambda(\rho)\, f_u\Big(\rho, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau,\ \omega(0,\tau,t,x_0),$$

$$\int_0^\rho K\Big(\xi, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau\Big)\omega(\xi,\rho,t,x_0)d\xi\Big)\omega_t(0,\rho,t,x_0)d\rho + \int_0^t \lambda(\rho)\, f_q\Big(\rho, x_0 -$$

$$-\int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau,\ \omega(0,\tau,t,x_0),\ \int_0^\rho K\Big(\xi, x_0 - \int_\rho^t \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau\Big)\omega(\xi,\rho,t,x_0)d\xi\Big) \times$$

$$* \int_{,x_0\ 0}^{\rho - \nu} [K(\xi - \int_{\rho}^{t} (\omega(0,\tau,t,x_0)d\tau)\omega_t(\xi,\rho,t,x_0) - K_x(\xi, x_0 - \int_{\rho}^{t} \omega(0,\tau,t,x_0)d\tau) \times$$

$$\times \omega(\xi,\rho,t,x_0)\, g(t) + \int_{\rho}^{t} \omega(0,\tau,t, x_0)d\tau)\ d\xi d\rho.$$

(17)

Системы нелинейных интегральных уравнений (7), (8), (9), (10), (11) , (12), (13), (14), (15), (16), (17), определяют замкнутую систему, для нахождения неизвестных функций : *w(v,s,t,x), w(0,s,t,x), μ(t,v), λ(t), u(t,x), w(v,s,t,x₀), w(0,s,t,x₀), wₜ(v,s,t,x₀), wₜ(0,s,t,x₀).*

Теорема. Если выполняется условия 1), 2), то найдется T 0 такое, что решение $u(t,x),\lambda(t)$ задачи (1) – (3), из класса $C^{1,1}([0,T]\times R)\times \bar{C}[0,T]$ существует и единственно.

Доказательство теорема покажем с помощью следующих лемм.

Лемма 1. Существует такое T>0, что при выполнении условий 1), 2), система (7), (8), (9), (10), (11) , (12), (13), (14), (15), (16), (17) имеет единственное, ограниченное решение $V(v,s,t,x)\in U_{2R}$, где шар $U_{2R}=\{V(v,s,t,x)\in Z, \|V(v,s,t,x)\|_Z \leq 2R$ радиусом 2R.

Лемма доказывается методом последовательных приближений.

Лемма 2. Если векторная функция $V(v,s,t,x)$ решение системы (7), (8), (9), (10), (11) , (12), (13), (14), (15), (16), (17), то функции $u(t,x),\lambda(t)$, удовлетворяют задачу (1)-(3), и наоборот.

Лемма доказывается методом последовательных приближений.

Список цитируемых источников:

1. Иманалиев М.И., Алексеенко С.Н. К теории системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных типа Уизема// ДАН. -1992. –Т. 325, -№ 6. – С. 1111-1115.
2. Асанов А., Сулайманов Б.Э. Обратная задача для нелинейных интегро-дифференциальных уравнений //Труды международной научной конференции, посвященной 70-летию академика Иманалиева М. И., “Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике”. –Бишкек: Вестник КГНУ им Ж. Баласагына, 2001. -Сер.3. - Вып. 6. - С. 74-79.
3. Асанов А., Сулайманов Б.Э. The inverse problem for differential equation of the whitham.// Обратные и некорректные задачи прикладной математики: Тр. 13 - Байкальской междунар. школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения», Иркутск, Байкал, 2005года. Том 3: ИСЭМ СО РАН –2005, -С. 207-211.

4. Обратная задача для интегро-дифференциальных уравнений в частных производных|| Вестник ТарГУ им. Дулати, «природопользование и проблемы антропосферы» – Тараз: ТарГУ, 2002. Вестник ТарГУ, №2(6), -С. 32-46.
5. Асанов А., Сулайманов Б.Э., Токтогулова А.Ш. Об одной обратной задаче для систем дифференциальных уравнений типа Уизема// Материалы международной научно технической конф. «Инновации в образовании, науке и технике» посв. 100-летию первого проректора ФПИ-КГТУ проф. Сухомлинова Том 2, Бишкек, 2006.

Рецензент: Ашырбаев Б.Ы – *кандидат физика-математических наук, доцент КГТУ им. И.Раззакова.*