УДК 519.862.7

ДЖУМАГУЛОВ К.Р.
КНУ им.Ж.Баласагына
Djumagulov K.R.
J.Balasagyn KNU
САГЫНДЫКОВ У. Н.
КНУ им.Ж.Баласагына
Sagyndykov U.N.
J.Balasagyn KNU

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПОТРЕБЛЕНИЯ БЛАГ, ВЫРАЖЕННАЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИЕЙ

Колдонуучу нерселердин керектөөсүнүн сызыктуу эмес максаттуу функция аркылуу берилген математикалык оптимизациялык модели

A mathematical optimization model of consumption goods, expressed nonlinear objective Function

Аннотация: *Целью работы является наработка опыта по изучению методов и приемов построения и анализа математических моделей различных экономических объектов, разработка оригинальных математических моделей и применения аналитических методов исследования свойств таких моделей.*

В *данной статье построена формализованная теория потребления с нелинейной функцией полезности. В ходе работы была разработана математическая модель потребления благ.*

Аннотация: *Алдыбыздагы иштин башкы максаты – бул ар кайсы экономикалык объектердин математикалык моделдерин түзүү, изилдөө жана анализдөө тууралу ыкмаларды иштеп чыгаруу боюнча тажрыйба алуу, ошондой эле моделдердин касиеттерин изилдөө учурунда аналитикалык ыкмаларды колдонуу. Берилген макалада сызыктуу эмес пайдалуулуктун функциясы аркылуу формализациялык керектөө теориясынын модели түзүлдү. Бул ишти жүргүзүүдө колдонуучу нерселердин керектөөсүнүн математикалык модели иштелип чыкты.*

Abstract: *The aim is to gain experience on the methods and techniques of construction and analysis of mathematical models of various economic projects, development of original mathematical models and analytical methods for studying the properties of these models.*

This article built a formalized theory of the behavior of the consumer goods with non-linear utility function. The work was developed a mathematical model of consumption goods.

Ключевые слова: *математическая модель; функция полезности; экономические блага; потребитель; оптимальное решение.*

Урунттуу сөздөр: *математикалык модель; пайдалуулуктун функциясы; экономикалык колдонуучу нерселер; керектөөчү; оптималдык чыгарылышы.*

Key words: *mathematical model; utility function; economic benefits and goods; the consumer; the best solution*

Введение

Главной задачей в построении теории потребления принято считать формализацию поведения потребителя посредством создания некой экономико-математической модели[1,стр8-9], без этого этапа никакое исследование невозможно. Основным моментом в изучаемой модели лежит следующее предположение: потребители, которые осуществляют выбор самих благ при имеющемся у них доходе и установленных рынком ценах, хотят максимизировать уровень удовлетворения возникающих у них потребностей [2,стр57-60].

Существуют различия потребностей по их степени неотложности: в первую очередь это удовлетворение чувства голода, жажды, а так же потребность в одежде, безопасности, жилище; затем потребности в социуме, принадлежности к коллективу, наконец, потребность в творчестве и интересной потребителю работе.

В связи с тем, что бюджет, как правило, ограничен, потребитель вынужден экономить, выбирать благо по соотношению цены и качества, комбинируя блага для получения максимальной полезности от них для себя. Этот выбор благ должен быть наилучшим с его точки зрения, то есть приносить ему наибольшую полезность, наибольшую степень удовлетворения [2,стр159-161].

Построение экономико-математической модели

Давайте построим и рассмотрим математическую модель следующего вида: x_h- количество потребляемого блага, где за h мы взяли индекс вида благ. $h = (1, \dots, l)$, за l мы берем число видов благ в наборе. Потребляемый набор благ это вектор $x = (x_1, \dots, x_l)$, тогда X это множество доступных потребителю наборов благ, обусловленное действием физических ограничений $x \in X$. X является подмножеством R^l, то есть, $X \in R^l$ следовательно, наборы благ являются векторами -мерного евклидова пространства R^l

Множество X выпукло, замкнуто и ограничено снизу. Оно содержит нулевой вектор. Если в нем содержится вектор x_1, оно содержит в себе все векторы x_2 такие, что $x_2 h \geq x_1 h$ для $h = 1,2, \dots l$

P_h- цена h-го блага, то $P = (P_1, \dots, P_l)$- вектор цен. тогда, стоимость набора благ:

$PX = \sum_{i=1}^{l} p_i x_i$ (1)

B- доход потребителя (бюджет потребителя).

Помимо физических ограничений, выражаемых принадлежностью x множеству X, потребление потребителя подчинено экономическому (бюджетному) ограничению, которое задается неравенством

$$px \leq B \quad (2)$$

где p и B- заданные величины.

Вкратце, это говорит о том, что потребители могут выбирать только такие наборы благ, стоимость которых не превышает их дохода. Бюджетное ограничение является обязательным экономическим ограничением в любой модели поведения потребителя [5].

$F(x)$- функция полезности[5]. Она и представляет систему предпочтений потребителя.

Рассмотрим предположения относительно функции полезности $F(x)$

Данная функция F, определенная на множестве X, является непрерывной и возрастающей функцией [3] в том смысле, что если $x_{1+i} > x_{2+i}\ \forall i,$ где $i = 1,2, \dots, l,$ то $F(x_{1+i}) > F(x_{2+i})$, то есть если набор x_1 более предпочтительный, чем x_2, то $F(x_1) > F(x_2)$ [3]

Это предположение исключает возможность достигнуть состояния полного насыщения, когда удовлетворение больше не может расти. В то же время она не исключает случай асимптотического приближения уровня удовлетворенности потребителей с увеличением потребленного блага к некоторому пределу.

У функции F имеются производные второго порядка, а также не могут быть одновременно равны нулю все ее первые производные.

Проведя некие расчеты а также математические рассуждения [3], мы видим это наглядно.

Модель данной задачи примет следующий вид:

$$F(x) \to max$$

$$\begin{cases} px \leq B, \\ x_i \geq 0, i = (1, \dots l) \\ x \in X, \end{cases} \quad (3)$$

где присутствуют все компоненты задачи математического программирования, то есть целевая функция, система ограничений, условие неотрицательности переменных [4,стр 11-13].

Основой модели потребителя является гипотеза, о том, что потребители, котроые осуществляют выбор благ при установленных ценах и имеющемся доходе, стремятся максимилизировать уровень удовлетворения своих потребностей.

Равновесием для потребителя в данном случае называется вектор x^0 такой, который максимизирует функцию полезности $F(x)$ при выполнении ограничений задачи (3).

Исходя из этого, моделью поведения потребителя является задача оптимизации вида (3), а поведением (равновесным поведением) потребителя – оптимальное решение этой задачи. Потребитель потребляет два вида благ x_1 и x_2, Цены которых, соотвественно обозначены как: p_1 и p_2, тогда стоимость набора благ:

$$PX = p_1x_1 + p_2x_2 \quad (4)$$

Потребитель располагает бюджетом B. Бюджетное ограничение потребителя:

$$p_1x_1 + p_2x_2 < B \quad (5)$$

Зададим функцию полезности, представляющую систему предпочтений потребителя:

$$F(x) = aI_{i=1}^{l}x_i^{b_i} \quad (6)$$

где $\sum_i^l b_i \leq 1$ - функция полезности. Данная функция была выбрана, поскольку она непрерывна, возрастающая, а первые производные данной функции не обращаются в нуль одновременно, что подтверждает наши предположения, перечисленные выше. Данная функция описывает полезность от потребления частично взаимозаменяемых благ.

Рассмотрим поведение потребителя в зависимости от изменения цен. Предположим, что цена на первое благо изменяется от 20 до 24 единиц, а на второе от 15 до 21. Доход остается неизменным и равным 750 единиц. А коэффициенты предпочтительности благ равны 0,35 и 0,45 соответственно.

Выполнение поиска решений осуществим с помощью средств Excel и получим следующую потребительскую модель, представленную в таблице (Приложение 1).

Полученные нами данные обозначили зависимость изменения цен на благо от их количества. Рассмотрим случай, когда увеличивается цена на второе. В таком случае количество потребления данного блага уменьшится. Цена на первое остается неизменной, в связи с чем, количество потребляемого блага остается неизменным. При увеличении цены первого блага, количество его потребления уменьшается. Выведенная нами модель характеризует функцию полезности потребителя, в которой, в зависимости от изменения цен на блага она постепенно уменьшается. Также легко видеть

оптимальное решение данной нелинейной задачи оптимизации при $F(x) = 11{,}95$ при $x_1 = 16{,}4$ и $x_2 = 28{,}12$ соответствующих ценах на первое и второе блага $p_1 = 20$ и $p_2 = 15$

Далее можно исследовать изменения предпочтительности благ. Если меняются предпочтения, то меняется и покупательная способность.

Заключение

В работе проведен анализ поведения потребителя, который, как мы выяснили, зависит от изменения различных факторов, таких как: цена на первое благо, цена на второе благо и уровня предпочтительности.

Сам анализ проводился с помощью средств Excel. Модель представлена в следующем виде: $F(x_1, x_2) = 2\ x_1^{0,35} * x_2^{0,45} \to \max$, которая отвечает всем необходимым требованиям, представленным в ходе работы.

Оптимальным решением для данной задачи будет служить набор благ, включающий в себя 16,4 единиц первого блага, цена которых будет составлять, 20 ден. ед. и 28,12 единиц второго блага по цене 15 ден. ед. при получаемом доходе 750 ден. ед. Функция полезности в данном случае должна составлять 11,95.

Построенная таким образом математическая модель воспроизводит образ проектируемого объекта, отвечающего всем экономическим требованиям, предъявляемым в рамках данных конкретных задач проектирования, и может быть занесена в банк математических моделей системы автоматизированного проектирования [6,стр167].

Список цитируемых источников:

1. Вентцель Е.С. Введение в исследование операций.- М.: Советское радио, 1964. – 391с.
2. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Прогресс, 1975.- 606 с.
3. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов: Учебное пособие.- М.: «ИНФРА-М», 2001.-208 с.
4. Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И. Математическое программирование. Минск: «Вышэйшая школа», - 1994.- 286
5. Малышев Б.С. Теория предельной полезности (потребитель на рынке товаров и услуг): Учебное пособие / Харьковский гос. Ун. – Харьков, 1999. - 40с
6. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры.- М.: Физматлит, 2001.- 320с

Рецензент: *Рыскулов С. К – кандидат экономических наук, профессор КЭУ им М.Рыскулбекова.*