

## О МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

*Усубаматов Р.Н., д.т.н., профессор, КГТУ им. И. Раззакова, Кыргызская Республика, 720044, Бишкек, пр. Ч. Айтматова 66, e-mail: [ryspek0701@yahoo.com](mailto:ryspek0701@yahoo.com)*

*Сартов Т.Э. к.т.н., профессор, КГТУ им. И. Раззакова, Кыргызская Республика, 720044, Бишкек, пр. Ч. Айтматова 66, e-mail: [ste-61@mail.ru](mailto:ste-61@mail.ru)*

*Оморова А. И., аспирант, КГТУ им. И. Раззакова, Кыргызская Республика, 720044, Бишкек, пр. Ч. Айтматова 66, e-mail: [alomorova15@gmail.com](mailto:alomorova15@gmail.com)*

### **Аннотация**

Промышленные предприятия решают две проблемы, в частности, повышают производительность машин и качество продукции. Эти проблемы решаются с использованием производственных систем на основе соответствующих технологий. Производственные системы представлены в виде различных решений, как отдельных машин, так и автоматизированных производственных линий со сложными структурами. Теория производительности дает знания в анализе разумных связей и закономерностей, которые должны применяться к концепциям проектирования для оптимизации работы и структуры производственных машин и систем. В статье представлены математические модели расчета производительности машин и системы машин, разработанные с помощью аналитических уравнений, учитывающие технологический процесс, показатели надежности машин и

компонентов, специфику проектирования машин и систем, и которые позволяют вычислять оптимальные режимы обработки и оптимальные структуры АЛ на примере АЛ параллельного действия.

**Ключевые слова:** производственные системы, автоматические линии, промышленные предприятия

## PRODUCTIVITY THEORY FOR INDUSTRIAL ENGINEERING

*Usubamatov R.N., professor of Kyrgyz State Technical University named after I.Razzakov, 720044 Bishkek, Kyrgyz Republic, 66 Ch. Aitmatov av., [ryspek0701@yahoo.com](mailto:ryspek0701@yahoo.com)*

*Sartov T.E., professor of Kyrgyz State Technical University named after I.Razzakov, 720044 Bishkek, Kyrgyz Republic, 66 Ch. Aitmatov av., [ste-61@mail.ru](mailto:ste-61@mail.ru)*

*Omorova A.I., postgraduate student, Kyrgyz State Technical University named after I.Razzakov, 720044 Bishkek, Kyrgyz Republic, 66 Ch. Aitmatov av., [alomorova15@gmail.com](mailto:alomorova15@gmail.com)*

**Abstract.** Manufacturing companies are solving two problems, particularly, increase the productivity rate of a machinery and the quality of the products. These problems are decided by use of manufacturing systems based on appropriate technologies. Manufacturing systems are represented by different solutions from single machines and to automated production lines with complex structures. Productivity theory gives knowledge in analysis of reasonable links and regularities that should be apply on design concepts to optimize the work and structures of manufacturing machines and systems. The known theory contains many assumptions and simplifications that yield in many cases incorrect solutions. Presented theory is holistic without simplifications in analysis and mathematical models for productivity rate of different design of the manufacturing machines and systems. Practitioners using this theory are able to solve optimality engineering problems of productivity for the manufacturing systems and machines. The productivity theory represents the regularities in productivity of the manufacturing machines and systems based on technology, structural designs, reliability and management. Also, this theory contains the system analysis of the work of machines and systems in real manufacturing environments with object to discover the types and reasons of productivity losses and show the solutions to enhance productivity rate and quality of products.

**Keywords:** production systems, automatic lines, industrial enterprises.

**Введение.** Промышленные предприятия разработали множество разнообразных машин и систем, которые решают проблемы повышения производительности при обеспечении высокого качества производимых изделий. Современные тенденции в области машиностроения связаны с повышением интенсивности режимов обработки и созданием сложных производственных систем, таких как автоматизированные производственные линии (АЛ), с рабочими машинами, объединенные в последовательные, параллельные и последовательно-параллельные структуры. На производстве различают два значения производительности. В производственной экономике термин производительности представляет собой как отношение объема выпущенной продукции к затратам, и оценивается стоимостью затрат. Как правило, экономический термин производительности представляет эффективность производственных систем. Промышленное производство представляет собой термин производительности как отношение количества продукции, изготовленных за время производства. Этот термин используется в теории производительности машин. Качество продукции является важным аспектом производственных процессов и рассматривается различными теориями технологий обработки изделий.

Интенсификация режимов обработки приводит к повышению производительности машин, и ученые предложили множество моделей, решения которых представлены разными критериями. Как правило, все публикации, посвященные интенсификации и оптимизации процессов обработки, могут быть разделены следующими критериями: оптимальный срок службы инструмента, минимальное время обработки, качество обрабатываемой поверхности, минимальная стоимость обработки и их комбинации. Однако во многих случаях промышленного производства преобладает критерий максимальной производительности машины.

Производительность машин - это комплексный показатель и содержит параметры технологии, конструкции, надежности и управления. Последнее можно рассматривать отдельно, поскольку эта деятельность оценивает качество систем управления. Недавнее исследование представлено несколькими публикациями, которые решают оптимизацию режимов обработки по критерию производительности для одного и нескольких инструментов. Однако оптимизация режимов обработки приводит к ограничению производительности для данной технологии. Эта проблема решается путем проектирования сложных производственных машин на основе сегментации технологических процессов, которые реализуются на АЛ, состоящих из рабочих машин и механизмов, с транспортными системами. Для коротких технологических процессов, которые не могут быть сегментированы, разработаны многоканальные АЛ параллельной структуры. Следующими этапами эволюции производительной машины является АЛ последовательной, параллельной или смешанной структуры. Все эти типы АЛ разработаны с определенным количеством рабочих станций и собственными свойствами и особенностями. Сложные АЛ с различными структурами испытывают простои в основном по причинам надежности рабочих станций и механизмов. Увеличение числа рабочих станций приводит к снижению производительности АЛ. Следующими шагами повышения производительности является сегментация АЛ на участки со встроенными буферами. В случае отказа одной рабочей станции, которая приводит к простоям одного участка с несколькими станциями, но не всей АЛ. Следовательно, все типы АЛ имеют оптимальное количество рабочих станций, которые обеспечивают максимальную производительность. Что касается структурного проектирования АЛ, то их продуктивность и надежность публикуются в многочисленных книгах и документах с различными методологическими подходами и критериями решений. Публикации в области конструктивных решений АЛ можно разделить на следующие критерии: балансирование технологического процесса, минимальное время и стоимость обработки, надежность машин и механизмов, емкость буфера, количество секций и их комбинации.

Однако в известных публикациях отсутствуют математические модели производительности АЛ с различными структурами и описаны только некоторые свойства и особенности. Недавние исследования представляют собой целостные математические модели производительности АЛ с различными структурами, которые включают в себя технологические, конструктивные параметры, параметры надежности и могут включать управленческий аспект. Математические модели позволяют определить оптимальное количество последовательных и параллельных рабочих машин и станков АЛ. Эти математические модели универсальны и могут применяться для любых видов отраслей, таких как транспорт, химия, текстиль и т. д. Эта система аналитических уравнений для расчета производительности производственных процессов, представлена целостной теорией производительности для машиностроения. Представленная теория производительности рассматривает производственные процессы, как процессы, основанные на следующих фундаментальных принципах: концептуальные принципы теории производственных систем; технологические процессы - основа проектирования производственных систем; теория надежности и вероятности; математические модели производительности различных конструкций производственных машин и систем с оптимальными решениями по критерию

необходимой и максимальной производительности; системный анализ работы машин в реальных производственных средах с целью выявления типов и причин потерь производительности. Эта теория производительности в первую очередь ориентирована на технологические процессы, связанные с производством. Однако теория производительности универсальна и может применяться для любых отраслей промышленности. Адаптация теории производительности для производственных процессов других отраслей промышленности вполне допустимо.

### 1. Методология

Время производства, затрачиваемое на производственные процессы, должно эффективно использоваться и оцениваться по атрибутам, которые могут дать четкое представление о том, как используется время. Фактические производственные процессы зависят от многих факторов, в том числе от технологий, проектирования машин и систем, эксплуатации машин и систем обслуживания, надежности и обслуживания машин, а также управленческих и организационных аспектов на объектах производства. Реальные промышленные среды показывают, что время производства не используется полностью во время производственных процессов. Концептуальные принципы производительности для производственных систем представлены следующими математическими подходами.

Анализ фактического времени производства показывает, что некоторые типичные компоненты времени являются постоянными в производственных процессах, и поэтому они могут быть представлены в математических формах.

Аналитически время производства может быть представлено следующим уравнением:

$$\theta = \theta_m + \theta_a + \theta_r + \theta_i \quad (1),$$

где  $\theta$  - общее время производства;  $\theta_m$  - время обработки продукта,  $\theta_a$  - вспомогательное время, которое представляет время, затрачиваемое на подготовку процесса дискретной обработки, например загрузку, зажим, перезагрузку и передачу рабочей части в область обработки. Вспомогательное время зависит от конструкции машины и представляет собой потерянное время. Этот атрибут является результатом несовершенной конструкции машины. Для непрерывных процессов обработки машины спроектированы без вспомогательного времени, где  $\theta_a = 0$  и показатель безупречности конструкции машины.  $\theta_r$  - это время простоя, затрачиваемого на ремонт, техническое обслуживание и обслуживание случайных сбоев оборудования и времени простоя из-за многих причин, включая время изготовления дефектных продуктов, т.е. потерянное время; и  $\theta_i$  - время простоев из-за управленческих и организационных проблем, которые рассматриваются по двум аспектам:

- непредсказуемые перерывы в производственном процессе из-за отсутствия рабочих элементов, падения мощности, задержки сотрудников и т. д.
- планируемое время обслуживания и обслуживания остановленной машины, выполненное в соответствии с планом обслуживания, необходимое для обеспечения работы машины в рабочем состоянии в течение длительного времени, а также организационные изменения, необходимые для подготовки процесса обработки для изготовления новых изделий.

Эти простои являются атрибутом несовершенства систем управления и организаций производственных процессов. Время производства представлено следующими группами:

$\theta_w = \theta_m + \theta_a$  - рабочее время, затрачиваемое на производство изделий и

$\theta_p = \theta_w + \theta_r$  представляется как время производства.

Процессы производства оцениваются по разным показателям, а одна из них - производительность. Размерности производительности отличаются, и наиболее применимыми являются изделие / время, кг / время, м / время, м<sup>2</sup> / время и м<sup>3</sup> / время, и прочие. Эти размеры в значительной степени зависят от типа отрасли и используемых технологий. Независимо от разницы в измерении, в общем случае продуктивность производственной системы может быть представлена уравнениями в масштабе общего

времени производства. Производственные процессы являются сложными системами и должны учитывать различные типы производительности для оценки эффективности его компонентов. Такой подход дает возможность отдельно рассмотреть технологию процесса, строение и надежность машины, а также эффективность систем управления и организации. В данной статье рассматривается коэффициент производительности для различных производственных машин и систем. Однако представленный аналитический подход может быть использован для получения новых математических моделей и расчета производительности труда любых типов машин и целых производственных систем.

## 2. Математическая модель производительности технологической машины

Математическая модель производительности представлена для отдельной технологической машины следующим уравнением:

$$\theta_a = \frac{z}{\theta_p} = \frac{1}{\frac{\theta_m + \theta_a}{z} + \frac{\theta_r}{z}} = \frac{1}{T + \frac{m_r n}{mn/T}} = \frac{1}{T + m_r T \sum_{i=1}^r \lambda_i} = \frac{1}{t_m + t_a} \times \frac{1}{1 + m_r \sum_{i=1}^r \lambda_i} = \frac{1}{t_m} \times \frac{1}{1 + (t_a / t_m)} \times \frac{1}{1 + m_r \sum_{i=1}^r \lambda_i} = Q_c A \quad (2),$$

где  $Q_a$  - фактическая производительность машины, а  $z$  - количество изделий, произведенных за время производства  $\theta_p$ ;

$(\theta_m + \theta_a) / z = T = tm + ta$  - время цикла для изготовления одного изделия;  $\theta_r / z = m_r n$  - это время простоя из-за проблемы надежности машины на одно изделие,  $m_r$  - среднее время восстановления одного случайного отказа,  $n$  - количество отказов за время производства;  $z = mn / T$ , где  $m$  - среднее время безотказной работы машины,  $\lambda_i = 1 / m$  - частота отказов  $i$  механизмов и единиц (инструмент  $\lambda_c$ , шпиндель  $\lambda_s$ , система управления  $\lambda_{cs}$ , передаточные механизмы  $\lambda_g$  и т.д.);  $Q_c = 1 / T$  - циклическая производительность;  $A = 1 / (1 + m_r \lambda)$  - доступность машины.

Уравнение производительности для машин непрерывного действия представлено уравнением (2) где вспомогательное время  $t_a = \theta$ , а циклическая производительность выражается формулой  $T = 1 / t_m$ , которая является пределом для данной технологии. Формула  $f_a = 1 / (1 + [t_a / t_m])$  представляет собой конструктивный фактор для промышленных машин и имеет глубокий смысл. Тенденция в промышленности заключается в создании машин и систем со сложными конструкциями, что приводит к увеличению производительности, что в конечном итоге снижает конструктивные факторы. Эта двойственность приводит к решению, что любые типы машин имеют оптимальное решение в дизайне, которые обеспечивают максимальную производительность для данной технологии. Это также означает, что новые технологии могут быть эффективно и практически реализованы на новых промышленных машинных конструкциях, которые имеют высокие конструктивные факторы. Положительные свойства новых технологий теряются, если использовать их на старых машинных конструкциях. После совершенствования технологии, проектирования и надежности дает теоретическое решение, что машины не имеют пределов производительности.

Повышение производительности достигается за счет интенсификации процессов обработки и поиска математических моделей для максимальной производительности станков. Ниже представлены универсальные математические модели для оптимальной скорости резания для процессов обработки несколькими инструментами, которые могут быть применены к многошпиндельным, многопозиционным станкам и АЛ. Процесс обработки представлен режимами механической обработки, которые значительно изменяют скорость резания. Другие компоненты имеют ограничение из-за качества рабочих деталей. Увеличение скорости резания приводит к сокращению срока службы инструмента и увеличению времени простоя из-за поломки режущего инструмента. Действие всех факторов представлено в математической модели производительности в качестве функции

интенсификации процесса обработки.

Время обработки детали изменяется с изменением скорости резания и представлено следующим уравнением:

$$t_{mn} = \frac{t_m}{k} = \frac{t_m}{V/V_0} = \frac{t_m V_0}{V} \quad (3),$$

где  $t_{mn}$  - новое время обработки;  $k = V / V_0$  - коэффициент увеличения скорости резания,  $V$  - новая скорость резания,  $V_0$  - нормативная скорость резания.

Уравнение для увеличения частоты отказов режущего инструмента с увеличением скорости резания решается с помощью уравнения времени Тейлора  $T = (CV)^{1/b}$ , где  $C$  - эмпирическая константа, возникающая в результате регрессионного анализа и полевых исследований, и  $b$  – эмпирическая постоянная, которая зависит от материала режущего инструмента.

Атрибут  $\lambda_c$  частоты отказа режущего инструмента изменяется вместе с изменением скорости резания. Частота отказов  $n$  независимых режущего инструмента, участвующих в процессе обработки в соответствии с правилами теории вероятностей, представлена следующим уравнением:

$$\sum_{i=1}^k \lambda_{c.i} = \frac{1}{\sum_i^r T_{ci}} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{a_i V}{c_i} \right)^{1/b} \quad (4),$$

где  $a_i = V_i / V$  - отношение скорости резания режущего инструмента  $i$  относительно скорости резания режущего инструмента с самым длинным временем обработки.

Другие компоненты уравнения (3) не меняются с изменением скорости резания. Подставляя определенные параметры в (3.) и преобразование дает следующее уравнение:

$$Q = \frac{1}{\frac{t_m + V_0}{V} + t_a} \times \frac{1}{1 + m_r \left[ \sum_{i=1}^n \left( \frac{a_i V}{c_i} \right)^{1/b_t} + \sum_{i=1}^r \lambda_{\gamma} \right]} \quad (5).$$

Максимальная скорость производительности определяется первой производной уравнения (6) с переменной скоростью резания  $V$  (фор.1). Уравнение (5) может использоваться для вычисления оптимальной скорости резания для любых типов процессов резания, которые выполняются на станке.

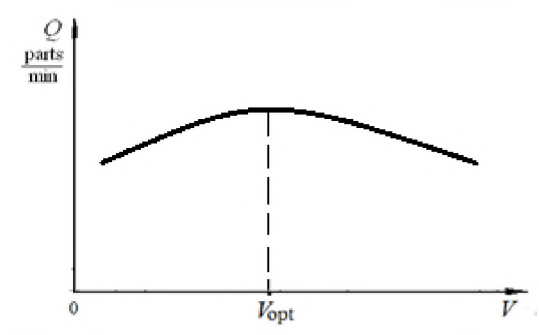


Рис. 1. Изменение производительности машины по сравнению с изменением скорости резания.

### 3. Математическая модель производительности АЛ параллельного действия

Промышленные процессы в разных областях используют технологические процессы с очень коротким временем работы. Практически короткие технологические процессы реализуются на одной рабочей машине или станке. Однако, во многих случаях, одна производительная машина не сможет выполнить программу выпуска изделия всего

предприятия. Спрос на увеличение производительности приводит к внедрению нескольких параллельных станков или рабочих машин с такими же технологическими процессами. Такой тип параллельных машин представлен как производственные системы параллельного действия. В промышленности АЛ параллельного действия представлены несколькими решениями, включая линейные и круговые конструкции. Они имеют разные свойства и математические модели производительности.

Станки и рабочие машины, расположенные в параллельной структуре, создают структуры АЛ, которые описываются следующими свойствами:

- параллельное расположение идентичных рабочих машин для обработки деталей представлено как АЛ параллельного действия и спроектировано на одной платформе с единой системой управления и жесткой связью всех рабочих машин и механизмов;
- неисправность любой рабочей машины, механизма или блоков управления приводит к остановке всего АЛ, что приводит к снижению производительности;
- каждая рабочая машина в АЛ снабжена автоматическими механизмами подачи детали;
- производительность АЛ параллельного действия представлена как результат производительности одной рабочей машины, а также зависит от количества параллельных рабочих машин и их безотказной работы;
- все рабочие машины в АЛ запускают процесс обработки в одно время и завершают в одно время, т. е. время цикла процесса обработки одинаково на всех параллельных рабочих машинах.

Свойства АЛ параллельного действия позволяют представить математическую модель производительности, основанную на уравнении (2) для одной машины. Следовательно, производительность АЛ параллельного действия представляется следующим уравнением:

$$Q = \frac{P}{t_m + t_a} \times \frac{1}{1 + m_r [p_s (\lambda_s + \lambda_f) + \lambda_{cs}]} \quad (6),$$

где частота отказов АЛ параллельного действия увеличивается в  $p_s$  раз в соответствии с количеством параллельных рабочих машин, блоков и механизмов,  $p$  - количество машин для обработки деталей на АЛ;  $\lambda_s$  - частота отказа одной рабочей машины,  $\lambda_f$  - частота отказа устройства подачи обрабатываемой детали для одной рабочей машины,  $\lambda_{cs}$  - частота отказа общей системы управления.

Анализ уравнения (6) показывает, что в знаменателе есть одна компонента,  $m_r p_s (\lambda_s + \lambda_f)$ , значение которой увеличивается с увеличением числа рабочих машин  $p_s$ . Другие компоненты не меняются и имеют постоянные значения. На рисунке 2 показано изменение производительности по сравнению с изменением числа параллельных станций  $p_s$ .

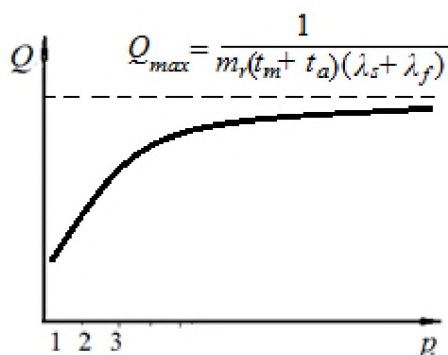


Рис. 2. Производительность АЛ параллельного действия по сравнению с изменением количества параллельных рабочих машин.

Анализ уравнения (6) демонстрирует, что это некоторый предел производительности для АЛ параллельного действия. Максимальная производительность определяется



математическим пределом уравнения (6). Оптимальное количество параллельных рабочих машин в АЛ рекомендуется выбирать в зоне, где увеличение количества параллельно работающих рабочих машин не дают чувствительного повышения производительности, и которое может быть оценено по экономическому критерию.

**Вывод.** Выведенные математические модели для производительности отдельной технологической машины и АЛ параллельного действия на основе технологического процесса, показателей надежности машин и компонентов, включают специфику проектирования машин и систем, позволяют вычислять оптимальные режимы обработки и оптимальные структуры АЛ.

#### **Список литературных источников**

1. **Волчкевич Л.**, 2005, Автоматизация производственных процессов, Машиностроение, Москва.
2. **Усубаматов Р., Исмаил К.А., Сах Дж. М.**, 2013, Математические модели производительности и доступности автоматизированных линий, Международный журнал передовых технологий производства: Vol. 66, выпуск 1, стр. 59-69.
3. **Усубаматов Р., Си Т. С. и Ахмад Р.**, 2016, Математические модели производительности автоматизированных линий с разной частотой отказов для станций и механизмов, Международный журнал передовых технологий производства. 82, pp. 681-695.
4. **Chryssolouris G.**, 2006, Системы производства: теория и практика. 2-й энд, Спрингер, Нью-Йорк.
5. **Groover M. P.**, 2010, Основы современного производства: материалы, процессы и системы, 4-е изд., (Lehigh University), Wiley.
6. **Grewal S.**, 2011, Проектирование и калькуляция производственных процессов: комплексный подход, Springer-Verlag, Лондон.