УДК 539.379:519.632.4

УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ И ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ ПРИ РАСЧЁТЕ КОНСТРУКЦИЙ НА НАДЁЖНОСТЬ

Адигамов Николай Сабирович, *д.ф.-м.н., профессор, КРСУ им. Б.Н. Ельцина, Бишкек, Кыргызстан, e-mail: nikadigamov@mail.ru;*
Дьяченко Евгений Игоревич, *студент магистратуры каф. физики и микроэлектроники КРСУ им. Б.Н. Ельцина Бишкек, Кыргызстан, e-mail: Diachienko1995@mail.ru*

Аннотация. В работе иллюстрируется применение основ теории надежности и их использование в практике проектирования приборов, машин и конструкций. Оказывается, как правило, для учета изменчивости входящих параметров в реальных условиях случайными возмущениями пренебрегать нельзя [1-6].

Ключевые слова: напряжения, деформации, надежность, предел текучести, числовые характеристики случайных величин.

MANAGEMENT BY RISK AND MAKING DECISION AT CALCULATION OF CONSTRUCTIONS ON RELIABILITY

Adigamov Nikolay Sabirovich*, Dr. of Physical and Mathematical Sciences, Professor, The Department of "Mechanics", Kyrgyz-Russian Slavic University named after B. N. Yeltsin, Bishkek, Kyrgyzstan, e-mail: nikadigamov@mail.ru;*
Diachienko Evgeniy Igorevich, *student of city council, The Department of "Physics and microelectronics", Kyrgyz-Russian Slavic University named after B. N. Yeltsin, Bishkek, Kyrgyzstan, e-mail: Diachienko1995@mail.ru*

Abstract. The paper illustrates the application of the foundations of the theory of reliability and their use in the design practice of machines and structures. It appears, as a rule, for accounting of variability of the entering parameters in actual practice casual indignations it is impossible to neglect [1-6].

Keywords: tensions; deformations reliability limit of fluidity numerical descriptions of casual sizes.

Введение

Для более глубокого понимания физических особенностей работы проектируемых приборов, машин и конструкций в реальных условиях необходимо увеличение точности расчетов [1-6].

Было установлено, что классические детерминированные возмущения не являются основными. Это приводит к тому, что границы между закономерностью и случайностью не остаются неизменными, а меняются по мере развития познания. При большом числе наблюдений данного явления в самих случайных отклонениях наблюдаются некоторые закономерности, которые можно изучить и использовать для учета влияния случайных отклонений на течение исследуемых явлений.

Одно из основных достоинств теории вероятностей, которое позволяет ее эффективно использовать в практике проектирования механических конструкций, заключается в том, что она дает возможность количественно оценить такие понятия, как «вероятно», «мало вероятно», «большая вероятность» и т.д.

Обратим внимание еще раз на то обстоятельство, что по условию сами по себе вероятности безотказной работы системы мало полезны. Например, если $P = 0,9$, то трудно сказать, хорошо или это плохо [6], но если проводятся расчеты для двух вариантов материала с учетом вероятностных свойств их механических характеристик и оказывается, что вероятность безотказной работы соответственно равна 0,9 и 0,95, то можно утверждать, что конструкция с вероятностью безотказной работы 0,95 будет лучше. Таким образом, учет случайных разбросов приводит к качественно другим оценкам «прочности», что позволяет проектировать более рациональные приборы, машины и конструкции, обладающие большей надежностью, долговечностью и ресурсом.

Материалы и методы

В рамках такого подхода классические методы расчета становятся неприемлемыми, и для получения численных результатов надо использовать вероятностные методы.

Прежде чем перейти к изложению методов оценки «прочности» конструкций в вероятностной постановке, вкратце напомним традиционные расчеты в детерминированной постановке. К таким методам относятся: метод расчета по предельным состояниям (появление пластических деформаций, устойчивость) и метод расчета по допускаемым нагрузкам [5, 6].

В методе расчета по предельным состояниям максимальная действующая нагрузка (точнее, напряженно-деформированное состояние, вызванное этой нагрузкой) сравнивается с нагрузкой, соответствующей предельному состоянию, которое определяет несущую способность конструкции. Несущая способность конструкции – наступление предельного напряженно-деформированного состояния, которое соответствует потере работоспособности конструкции или ее разрушению. Методы расчета по предельным состояниям позволяют наиболее полно использовать несущую способность конструкции.

В методе расчета по допускаемым напряжениям вводится понятие коэффициента безопасности, и допускаемое напряжение $\sigma_{доп}$ предполагается равным

$$\sigma_{доп} = [\sigma] = \frac{\sigma_{пр}}{n}, \qquad (1)$$

где $\sigma_{пр}$ – предельное напряжение (предел текучести для пластичных материалов, предел прочности для хрупких материалов, критическое напряжение, соответствующее потере статической устойчивости);

n – коэффициент безопасности.

Традиционные методы расчета (как при расчете по предельным состояниям, так и по допускаемым напряжениям) возможные случайные разбросы в явном виде не учитывают, т.е., не учитывается вероятностный характер предельных состояний конструкции. Поэтому оценивать работоспособность конструкции логичнее не по детерминированным неравенствам, а по вероятности выполнения этих неравенств:

$$P\left[(S-F) > 0\right], \qquad (2)$$

где под S принято понимать случайную величину, определяющую механические характеристики материала конструкции

$$S = S(\sigma_T, \sigma_b, \mu, E, G),$$

причем σ_T – предел текучести; σ_b – предел прочности, μ – коэффициент Пуассона, E, G – модули упругости соответственно первого и второго рода.

Функция F, входящая в неравенство (2), также является случайной величиной, зависит от напряжений и деформаций и оценивает, главным образом, действительное состояние исследуемого объекта – конструкции.

С общей точки зрения предельные состояния в неравенстве (2) могут быть связаны не только с прочностными свойствами конструкции. Например, рассмотрим систему управления изменения движения объекта. За допускаемую «трубку» траекторий $S = Д_д$ принято понимать некоторую расчетную замкнутую предельную область. Поэтому система управления изменения параметров объекта должна обеспечить выполнение условия (2), где в качестве $F = Д(t)$ рассматривается реальная область, внутри которой находится объект в движении [6].

Расчеты

В качестве иллюстрации применения теории надежности в практике проектирования приборов и конструкций рассмотрим взаимосвязанные простейшие примеры. Следуя работе [5], рассмотрим в качестве первого примера статически определимую стальную балку постоянного поперечного сечения, свободно лежащую на двух опорах и нагруженную вертикальной сосредоточенной силой в середине пролета (алгоритм расчета № 1). Решение этой задачи приведено в работе [5]. В качестве второй расчётной схемы примем следующие изменения в граничных условиях. Исходные данные параметров балки сохраним прежними. Изменим граничные условия: левый конец балки, свободно лежащий на опоре, жестко защемляем. Иными словами, из статически определимой балки мы получаем один раз статически неопределимую систему (алгоритм расчета № 2). Сравнение двух результатов расчета на надежность позволит сделать ряд важных выводов. В частности, расчеты должны проиллюстрировать, что надежность системы второго случая должна быть выше первого случая.

Рассмотрим статически неопределимую стальную балку постоянного поперечного сечения, нагруженную вертикальной сосредоточенной силой в середине пролета (рис. 1)

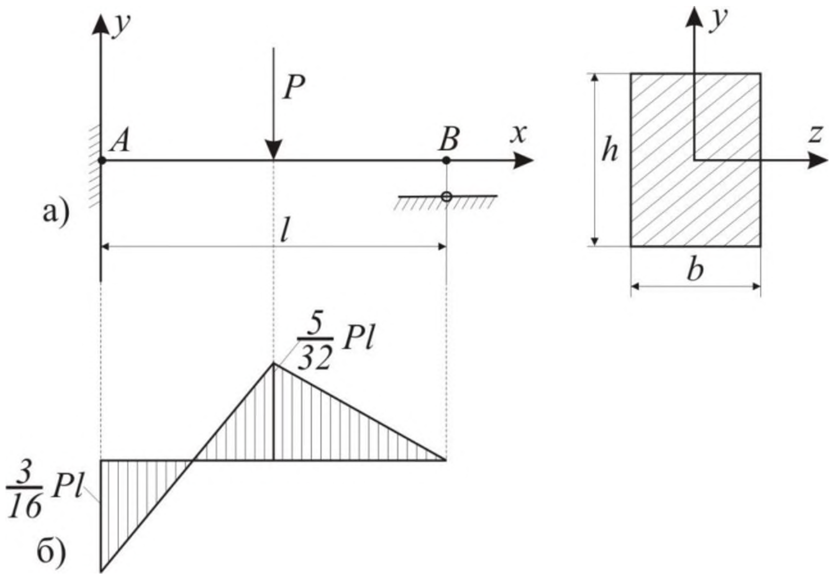

Рисунок 1. Статически неопределимая стальная балка: а) расчетная схема; б) эпюра «М» изгибающих моментов.

Условие прочности при изгибе имеет вид

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \le \sigma_T, \qquad (3)$$

где $M_{\max}$ – максимальный изгибающий момент; W_z – момент сопротивления сечения; σ_T – предел текучести стали (переменная, случайная величина с нормальным законом распределения).

В нашем случае максимальное напряжение возникает в защемлении и равно

$$M_{\max} = \frac{3}{16} Pl \qquad (4)$$

Момент сопротивления сечения

$$W_z = \frac{bh^2}{6} \qquad (5)$$

С учетом (4) и (5) условие прочности стальной балки будет иметь вид

$$\sigma_{\max} = \frac{9Pl}{8bh^2} \le \sigma_T \qquad (6)$$

За отказ в работе конструкции примем появление краевой текучести [5]. С учетом (6) функции работоспособности (2) примет вид

$$\xi = P\left[\left(S-F\right)>0\right] = P\left[\sigma_T - \frac{9Pl}{8bh^2}\right] \qquad (7)$$

Наибольшей изменчивостью, как правило, обладает внешняя нагрузка P и предел текучести стали σ_T, поэтому примем их случайными. В качестве закона распределения этих величин принимаем нормальный закон с соответствующими параметрами (математическим ожиданием и стандартом): для нагрузки – m_p и S_p; для предела текучести m_σ и S_σ. Геометрические размеры в выражении (7) обладают значительно меньшей изменчивостью по сравнению с P и σ_T, поэтому их случайностью можно пренебречь и принять их детерминированными. Итак, имеем функцию работоспособности ξ, линейно зависящую от случайных величин P и σ_T. Величина ξ также является случайной, и в данном случае из курса теории вероятности следует, что ее распределение подчиняется нормальному закону. Определим математическое ожидание m_ξ и стандарт S_ξ случайной величины ξ. Для этого воспользуемся основными свойствами числовых характеристик функций случайных величин [5].

$$m_\xi = m_\sigma - \frac{9m_P l}{8bh^2} \;, \qquad (8)$$

$$S_\xi = \sqrt{S_\sigma^2 + \left(\frac{9S_P l}{8bh^2}\right)^2} \;. \qquad (9)$$

Зная характеристики распределения случайной величины ξ, можем определить вероятность безотказной работы:

$$H = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{m_\xi}{S_\xi}\right), \qquad (10)$$

где $\Phi\left(\frac{m_\xi}{S_\xi}\right)$ – интеграл вероятностей Гаусса или функция Лапласа [5].

Соответствующая вероятность отказа

$$R = 1 - H = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{m_\xi}{S_\xi}\right), \qquad (11)$$

Для рассматриваемой балки примем следующие исходные данные: длина l=2 м; ширина сечения b=0,05 м; высота сечения h=0,1 м. Внешняя случайная нагрузка P, распределенная по нормальному закону, имеет следующие параметры распределения: математическое ожидание m_P=26 кн; стандарт распределения S_P=2,6 кн. Случайный предел текучести σ_T имеет параметры: математическое ожидание $m_\sigma=2,4\cdot 10^5$ кн/м^2; стандарт распределения $S_\sigma=2,4\cdot 10^4$ кн/м^2. Тогда

$$m_\xi = m_\sigma - \frac{9m_p l}{8bh^2} = 2,4\cdot 10^5 - \frac{9\cdot 26\cdot 2}{8\cdot 0,05\cdot 0,1^2} = 123000 \left(\frac{\text{кн}}{\text{м}^2}\right),$$

$$S_\xi = \sqrt{S_\sigma^2 + \left(\frac{9S_p l}{8bh^2}\right)^2} = \sqrt{\left(2,4\cdot 10^4\right)^2 + \left(\frac{9\cdot 26\cdot 2}{8\cdot 0,05\cdot 0,1^2}\right)^2} = 26700 \left(\frac{\text{кн}}{\text{м}^2}\right)$$

Вероятность безотказной работы

$$H = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{m_\xi}{S_\xi}\right) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{123000}{26700}\right) = \frac{1}{2} + \Phi\left(4,607\right) = 0,5 + 0,49999 = 0,99999$$

Приведем данные вероятности безотказной работы первого рассмотренного случая [5]

$$H = 0,9984\,.$$

Выводы

Таким образом, второй случай будет предпочтительней при эксплуатации. Эпюра распределения изгибающих моментов указывает на то, что данная статически неопределимая балка очень близка к оптимальной. Нормальный закон для соответствующих параметров распределения подразумевает приведенный расчет близким к расчету в детерминированной постановке. При использовании других законов распределения расхождение будет более существенным.

Список литературы

1. Адигамов Н.С. О прогнозировании процессов пластического деформирования материала с учетом эффектов старения. Докл. на II междунар. конф. «Проблемы управления информационными технологиями». Бишкек, 2015. С. 193-196.
2. Адигамов Н.С., Верзунов С.Н., Дьяченко Е.И. Об упругопластическом деформировании материала с учетом эффектов старения. Материалы X Всероссийской конф. по механике деформируемого твердого тела. Самара, СГТУ, 2017. Т. 1. С. 24-26.
3. Адигамов Н.С., Дьяченко Е.И. О приспособляемости конструкций при упругопластическом деформировании с учетом эффектов старения. Вестник КРСУ. Т. 17, № 5. – С. 8-12.
4. Арутюнян Р.А., Адигамов Н.С., Чебанов В.М. О закономерностях упрочнения стареющей пластической среды // Докл. АН СССР, 1987. Т. 294, № 2. С. 307-309. (Представлено академиком В.В. Новожиловым, 1987 г.).
5. Саргсян А.Е., Демченко А.Т., Дворянчиков Н.В., Джингвелашвили Г.А. Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов: Учебник. М.: Высш. шк., 2000. – 416 с.
6. Светлицкий В.А. Статистическая механика и теория надежности. – М.: Из-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – С. 504.