

## РАЗРАБОТКА ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО ОРГАНА РОБОТА С ОБРАТНОЙ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ СВЯЗЬЮ И ЕГО МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

*Муслимов Аннас Поясович, д.т.н., профессор,*

*Сарбанов Советбек Талгарбекович, к.т.н., доцент, КГТУ им. И. Раззакова; 720044, Кыргызская Республика, Бишкек, пр. Ч.Айтматова, 66; e-mail: [s.sarbanov@mail.ru](mailto:s.sarbanov@mail.ru).*

**Аннотация.** Обоснована актуальность проблемы получения качественной сборки изделий путём обеспечения постоянства скорости перемещения и усилия исполнительного органа робота. Данная задача решена авторами, разработавшими принципиально новую автоматизированную систему управления выходными параметрами исполнительного органа за счёт оснащения последнего обратной гидравлической связью. Основным элементом системы является регулирующий клапан, который моментально реагирует на колебания рабочего давления в гидроцилиндре, увеличивая или уменьшая величину рабочей щели в нём, и тем самым стабилизируя скорость движения исполнительного органа. Из представленной математической модели системы выводится условие полной стабилизации скорости перемещения штока гидроцилиндра. Так как постоянство скорости перемещения исполнительного органа робота должно обеспечиваться независимо от изменения сил сопротивления, рассмотрены две схемы сборки: сопряжение деталей с гарантированным зазором и сопряжение деталей прессованием. Математические модели гидроцилиндра, описывающие происходящие динамические процессы, содержат факторы, подлежащие обязательному учёту. На основании принципа Д'Аламбера составляются уравнения равновесия сил и неразрывности потока рабочей жидкости в гидроцилиндре, совместное решение которых позволяет рассчитать его основные параметры, необходимые при проектировании и изготовлении.

**Ключевые слова:** робот, исполнительный орган, гидроцилиндр, скорость перемещения, усилие сборки, математическая модель, сборка с гарантированным зазором, прессование, кривая разгона, торможение.

## DEVELOPMENT OF THE EXECUTIVE BODY HYDRAULIC FEEDBACK ROBOT AND HIS MATHEMATICAL MODELS

*Muslimov Annas Poiasovich, Doctor of Technical Sciences, Professor,*

*Sarbanov Sovetbek Talgarbekovich, Candidate of Technical Sciences, Associated Professor, KSTU named after I. Razzakov; 66, Ch. Aitmatov av., Bishkek, Kyrgyz Republic, 720044; e-mail: [s.sarbanov@mail.ru](mailto:s.sarbanov@mail.ru).*

**Abstract.** The urgency of the problem of obtaining a high-quality assembly of products by ensuring the constancy of the speed of movement and the efforts of the executive body of the robot is substantiated. This problem was solved by the authors, who developed a fundamentally new automated control system for the output parameters of the executive body by equipping the latter with hydraulic feedback. The main element of the system is a control valve, which instantly responds to fluctuations in the working pressure in the hydraulic cylinder, increasing or decreasing the size of the working gap in it, and thereby stabilizing the speed of the actuator. From the presented mathematical model of the system, the condition for complete stabilization of the speed of movement of the hydraulic cylinder rod is derived. Since the constancy of the speed of movement of the executive body of the robot should be ensured regardless of the change in the resistance forces, two assembly

schemes are considered: pairing of parts with a guaranteed gap and pairing of parts by pressing. The mathematical models of the hydraulic cylinder that describe the ongoing dynamic processes contain factors that must be taken into account. Based on the principle of D'Alembert, the equations of equilibrium of forces and the continuity of the flow of the working fluid in the hydraulic cylinder are compiled, the joint solution of which allows us to calculate its basic parameters necessary for the design and manufacture.

**Keywords:** robot, actuator, hydraulic cylinder, displacement speed, assembly force, mathematical model, assembly with a guaranteed clearance, pressing, acceleration curve, braking.

В существующих роботах и манипуляторах, предназначенных для выполнения сборочных операций в машиностроении, отсутствует автоматическое регулирование их выходных параметров: скорости перемещения и усилия сборки.

Для обеспечения качественной сборки изделий к исполнительным органам роботов предъявляется основное требование – постоянство скорости перемещения и усилия, поэтому проблема разработки автоматизированной системы управления указанными параметрами является весьма актуальной.

На рис. 1 представлена принципиальная схема устройства по стабилизации скорости движения исполнительного органа робота с обратной гидравлической связью.

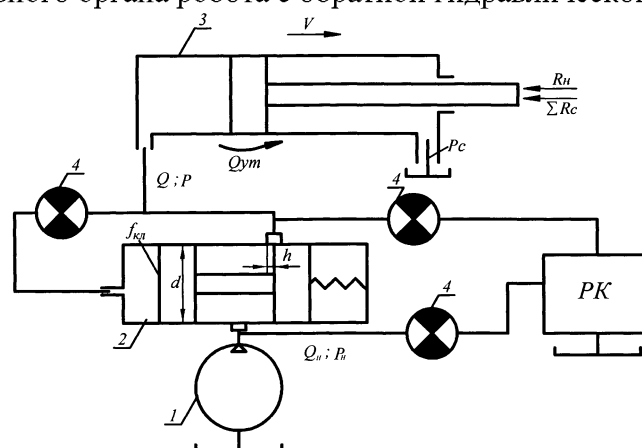


Рис. 1. Принципиальная схема исполнительного органа робота с обратной гидравлической связью.

Основными элементами системы являются: насос 1, обеспечивающий подачу рабочей жидкости  $Q_n$  под давлением  $P_n$ ; регулирующий клапан 2, позволяющий путем изменения величины щели  $h$  устанавливать различные значения скоростей движения исполнительного органа 3 – поршня цилиндра (к регулируемому клапану параллельно подключен редукционный клапан, обеспечивающий постоянный перепад давления на нем независимо от изменения нагрузки в гидроцилиндре робота  $\Delta P = P_n - P = const$ ); демпферы 4, предназначенные для гашения колебаний в гидросистеме.

Устройство работает следующим образом: при возрастании нагрузки  $R_n$  в гидроцилиндре давление в его рабочей полости  $P$  также растет, что приводит к увеличению утечек

$$Q_{ут} = k_{ут} (P - P_c), \quad (1)$$

где  $k_{ут}$  – коэффициент утечек, зависящий от качества уплотнения;  $P_c$  – давление в канале слива ( $P_c = 0$  ввиду его малости).

В начальный момент времени это приводит к уменьшению скорости движения поршня. Одновременно возросшее давление  $P$  по линии обратной связи, воздействуя на площадь торца клапана, создает усилие, которое сжимая пружину клапана увеличивает величину рабочей

щели таким образом, чтобы расход рабочей жидкости, поступающей в цилиндр, возрос до значения, необходимого для стабилизации скорости движения исполнительного органа работа.

При уменьшении же нагрузки описанные процессы происходят в обратном порядке: давление в рабочей полости  $P$  и утечки  $Q_{ут}$  снижаются, скорость движения поршня возрастает, но за счет уменьшения давления в линии обратной связи под действием силы пружины подвижный золотник клапана смещается справа налево, величина  $h$  уменьшается настолько, чтобы скорость движения исполнительного органа работа оставалась постоянной.

Для начала представим математическую модель исполнительного органа работа без обратной гидравлической связи. В этом случае скорость движения поршня цилиндра определяется по известной формуле [1]:

$$V = \frac{Q}{F} - k_{ут} \frac{P}{F} \quad (2)$$

где  $F$  – площадь поршня, см<sup>2</sup>.

Расход рабочей жидкости

$$Q = \mu \pi d h \sqrt{\frac{2g}{\gamma} (P_H - P)}, \quad (3)$$

где  $\mu$  – коэффициент расхода, ( $\mu = 0,6$ );  $d$  – диаметр золотника, см;  $g$  – ускорение свободного падения.

Рабочее давление в цилиндре

$$P = \frac{R_H + \sum R_c}{F},$$

где  $\sum R_c$  – суммарные силы сопротивления, кН.

Решая совместно уравнения (2) и (3), получим

$$V = \frac{\mu \pi d h \sqrt{\frac{2g}{\gamma} (P_H - \frac{R_H + \sum R_c}{F})}}{F} - k_{ут} \frac{R_H + \sum R_c}{F^2}. \quad (4)$$

Анализ формулы (4) показывает, что с изменением нагрузки на гидроцилиндре его скорость движения меняется по двум причинам:

- 1) из-за структурной неравномерности регулирующего клапана (первая составляющая формулы);
- 2) за счет изменения внутренних утечек (вторая составляющая формулы).

В связи с поставленной выше задачей по стабилизации скорости движения исполнительного органа работа с обратной гидравлической связью отметим, что параллельное подключение редуционного клапана к регулирующему клапану обеспечивает постоянство перепада давления на нем, следовательно

$$Q = \mu \pi d h \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \Delta P} = k_3 h, \quad (5)$$

где  $k_3 = \mu \pi d \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \Delta P}$  – не что иное, как коэффициент усиления расхода регулирующего клапана.

С другой стороны, при наличии обратной гидравлической связи имеет место изменение величины рабочей щели  $\Delta h$  в сторону уменьшения в условиях падения нагрузки на  $\Delta R_H$  и, напротив, в сторону увеличения при возрастании нагрузки, тем самым компенсируются изменения внутренних утечек.

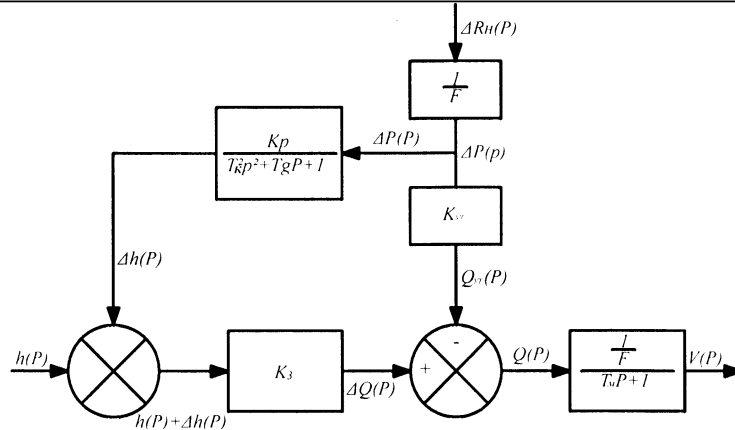


Рис. 2. Структурная схема гидроцилиндра робота ( $\Delta R_n$ ,  $\Delta P$ ,  $\Delta R_{пр}$ ,  $\Delta h$  – соответственно изменения усилия, давления, силы пружины и размера щели регулирующего клапана).

Структурная схема исполнительного органа робота с обратной гидравлической связью представлена на рис. 2. Из неё представляется возможным вывести соотношение скорости движения исполнительного органа робота с обратной гидравлической связью

$$V = \left[ \left( h \pm \frac{\Delta R_n f_{пл}}{F c} \right) k_з \pm k_{ут} \frac{\Delta R_n}{F} \right] \frac{1}{F},$$

или  $V = k_з \frac{h}{F} \pm k_з \frac{\Delta R_n f_{пл}}{F^2 c} \pm k_{ут} \frac{\Delta R_n}{F^2},$  (6)

где  $c$  – коэффициент жесткости пружины регулирующего клапана;  $f_{пл}$  – площадь торца золотника,  $см^2$ .

Следует обратить внимание на то, что в формуле (6) при возрастании нагрузки на исполнительном органе робота второе слагаемое будет со знаком «+» тогда, как третье слагаемое со знаком «-», а при уменьшении нагрузки – наоборот.

Теоретически для полной стабилизации скорости исполнительного органа робота необходимо соблюдение условия

$$k_з \frac{\Delta R_n}{F^2 c} = k_{ут} \frac{\Delta R_n}{F^2}. \quad (7)$$

Следовательно, при проектировании робота площадь торца золотника и коэффициент жесткости регулирующего клапана должны подчиняться следующему соотношению:

$$f_{кл} = \frac{k_{ут}}{k_з} \cdot c. \quad (8)$$

Обратная связь при выполнении условия (8) позволяет обеспечить постоянную заданную скорость исполнительного органа робота независимо от изменения нагрузки. Однако, в силу инерционности системы, имеющей место зоны нечувствительности регулирующего клапана, а также наличия погрешностей изготовления деталей и сборочного процесса, скорость движения исполнительного органа робота несколько отличается от заданного значения. Теоретические расчеты и экспериментальные исследования позволили получить весьма обнадеживающие результаты по стабилизации скорости движения исполнительного органа – ошибка составила порядка 2%.

**А) Математическая модель гидроцилиндра робота, предназначенного для сборки изделий с гарантированным зазором.**

Основным элементом робота является гидроцилиндр, выполняющий операцию сборки изделия. Для рационального определения его массо-геометрических и режимных параметров необходимо разработать математическую модель, описывающую происходящие динамические процессы. Расчетная схема гидроцилиндра робота представлена на рис. 3.

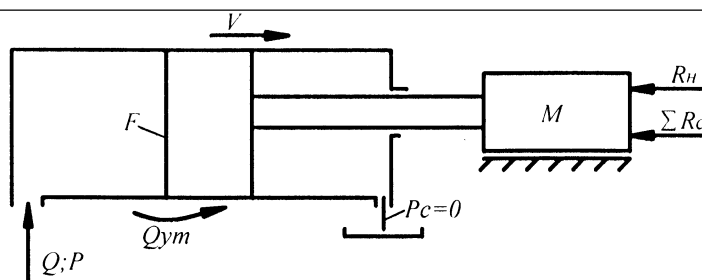


Рис. 3. Схема исполнительного органа робота, предназначенного для сборки соединений с зазором.

При составлении математической модели исполнительного органа робота обоснуем, какие факторы подлежат обязательному учету и какими можно пренебречь при его работе в динамических условиях.

Во-первых, учитываем:

- 1) силы инерции в связи с тем, что масса движущихся частей исполнительного органа робота значительна;
- 2) внутренние утечки из-за непостоянства нагрузки и сил сопротивления.

Во-вторых, пренебрегаем:

- 1) сжимаемостью рабочей жидкости в связи с небольшими перепадами давления;
- 2) изменением вязкости рабочей жидкости, так как робот работает с остановками;
- 3) давлением в магистрали слива из-за его незначительности по сравнению с рабочим давлением.

Применяя известный принцип Д'Аламбера, составим уравнение равновесия исполнительного органа робота

$$P \cdot F = M \frac{d^2x}{dt^2} + R_n + \Sigma R_c, \quad (9)$$

где  $M$  – масса движущихся частей робота, кг;  $x$  – величина перемещения исполнительного органа, см.

Уравнение неразрывности потока рабочей жидкости

$$Q = F \frac{dx}{dt} + k_{yt} P. \quad (10)$$

Решая оба уравнения (9) и (10) совместно получим

$$Q = F \frac{dx}{dt} + k_{yt} \left( \frac{M d^2x}{F dt^2} + \frac{R_n + \Sigma R_c}{F} \right). \quad (11)$$

Разделим каждый член уравнения на  $F$  и после соответствующих преобразований получим

$$\frac{k_{yt} M}{F^2} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + \frac{k_{yt} (R_n + \Sigma R_c)}{F^2} = \frac{Q}{F}. \quad (12)$$

При условии постоянства нагрузки и силы сопротивления введем следующие обозначения:

$$T_{мех} = \frac{k_{yt} M}{F^2}; \quad V = \frac{dx}{dt}; \quad \alpha_0 = \frac{k_{yt} (R_n + \Sigma R_c)}{F^2}; \quad V_0 = \frac{Q}{F},$$

где  $T_{мех}$  – постоянная времени исполнительного органа робота, характеризующая его инерционность;  $V_0$  – теоретическая скорость движения исполнительного органа робота;  $\alpha_0$  – падение скорости за счет сил  $R_n$  и  $\Sigma R_c$ .

С учетом введенных обозначений получим математическую модель исполнительного органа робота

$$T_{мех} \cdot P + 1 = 0; \quad P = -\frac{1}{T_{мех}}. \quad (13)$$

Решение дифференциального уравнения при следующих начальных условиях  $t=0$  и  $V=0$  позволяет определить, по какому закону происходит разгон исполнительного органа до его установившейся скорости.

Тогда общее решение уравнения будет выглядеть как

$$V_{об} = c \cdot e^{-\frac{1}{T_{мех}}}, \tag{14}$$

а частное решение при указанных начальных условиях

$$V_{част} = V_0 - \alpha_0. \tag{15}$$

При этом полное решение

$$V = V_{об} + V_{част} = c \cdot e^{-\frac{1}{T_{мех}}} + V_0 - \alpha_0. \tag{16}$$

Находим постоянную интегрирования при тех же начальных условиях

$$0 = c + V_0 - \alpha_0; \quad c = -(V_0 - \alpha_0).$$

Следовательно, решение уравнения (15) получим в виде

$$V = (V_0 - \alpha_0) \left( 1 - e^{-\frac{1}{T_{мех}}} \right). \tag{17}$$

Графически оно представлено на рис. 4. Время разгона определяется приблизительно и без решения дифференциального уравнения (15)

$$t_{раз} \approx 3T_{мех}.$$

Постоянная времени прямо пропорциональна значению коэффициента утечек и массе движущихся частей робота и обратно пропорциональна квадрату площади поршня.

Таким образом, технологу предоставляется возможность, выбирая значения этих параметров в разумных пределах, уменьшить время разгона с целью повышения производительности сборки.

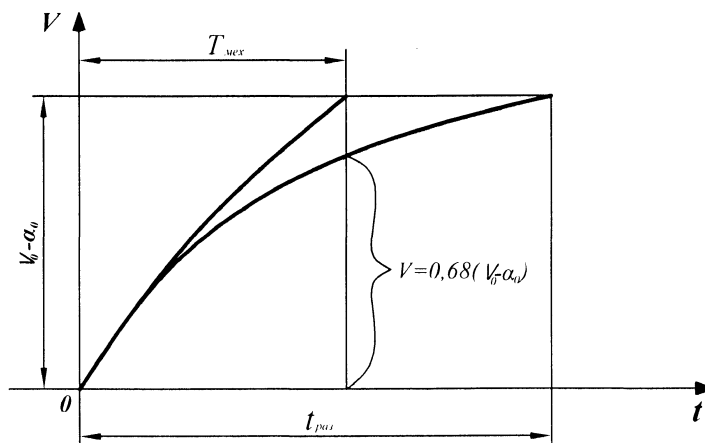


Рис. 4. Время разгона исполнительного органа робота.

**Б) Математическая модель гидроцилиндра робота, предназначенного для выполнения сборки прессованием.**

Для этого случая составляется следующее уравнение в соответствии с расчетной схемой представленной на рис. 5.

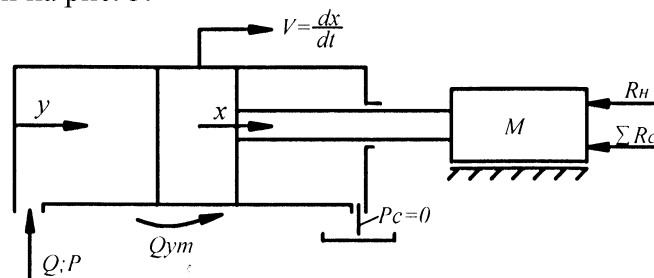


Рис. 5. Схема исполнительного органа робота, предназначенного для сборки прессованием.

Уравнение равновесия сил в соответствии с принципом Д’Аламбера:

$$P \cdot F = M \frac{d^2x}{dt^2} + R_H + \Sigma R_C. \quad (18)$$

Уравнение, составленное на основе принципа неразрывности потока рабочей жидкости:

$$Q = F \frac{dx}{dt} + F \frac{d(y-x)}{dt} + k_{yT} \cdot P, \quad (19)$$

где  $x$  – координата поршня;  $y$  – координата рабочей жидкости.

Расход рабочей жидкости  $Q$ , подаваемой в гидроцилиндр: 1) перемещает поршень – первый член уравнения; 2) компенсирует сжимаемость рабочей жидкости – второй член уравнения; 3) компенсирует утечки в цилиндре – третий член уравнения.

Уравнение связи при этом:

$$P \cdot F = k_{ж} (y - x), \quad (20)$$

где  $k_{ж}$  – коэффициент жесткости гидравлической пружины.

Решая совместно уравнения (18), (19) и (20) получим

$$Q = F \frac{dx}{dt} + \frac{F^2}{k_{ж}} \frac{dp}{dt} + k_{yT} \cdot P$$

$$Q = F \frac{dx}{dt} + \frac{MF}{k_{ж}} \frac{d^3x}{dt^3} + \frac{k_{yT}M}{F} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{F}{k_{ж}} \frac{d(R_H + \Sigma R_C)}{dt} + \frac{k_{yT}}{F} (R_H + \Sigma R_C),$$

Разделим каждый член этого уравнения на площадь поршня  $F$  и, полагая, что нагрузка и силы сопротивления постоянны, получим:

$$\frac{M}{k_{ж}} \frac{d^3x}{dt^3} + \frac{k_{yT}}{F^2} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} = \frac{Q}{F} - \frac{k_{yT}}{F^2} (R_H + \Sigma R_C).$$

Введем обозначения:

$$T = \sqrt{\frac{M}{k_{ж}}}; \alpha_0 = \frac{k_{yT}}{F^2} (R_H + \Sigma R_C); \xi = \frac{k_{yT}\sqrt{Mk_{ж}}}{2F^2}; V_0 = \frac{Q}{F}; V = \frac{dx}{dt}.$$

и в этом случае уравнение предстанет в форме, которая общепринята в теории автоматического управления:

$$T^2 \frac{d^2V}{dt^2} + 2\xi T \frac{dV}{dt} + V = V_0 + \alpha_0, \quad (21)$$

где  $T$  – постоянная времени;  $\xi$  – коэффициент относительного демпфирования.

Уравнение (21) является линейным дифференциальным уравнением второго порядка и решается обычным способом: составляется характеристическое уравнение, определяются его корни, по их значениям находится общее решение, затем частное с использованием начальных условий, например, для случая разгона получим  $t = 0; V = 0$ .

Кривые разгона поршня цилиндра при резкой подаче расхода жидкости в цилиндр  $Q$  выглядят так, как показано на рис. 6. На графиках видно, что величина  $\xi$  полностью определяет форму кривой переходного процесса. Величина  $\xi = 0,7$  называется критическим затуханием, поскольку при любых значениях  $\xi > 0,7$  переходной процесс будет идти по экспоненте, монотонно и без колебаний. Однако большие значения этого коэффициента демпфирования нецелесообразны, поскольку они затягивают переходной процесс во времени.

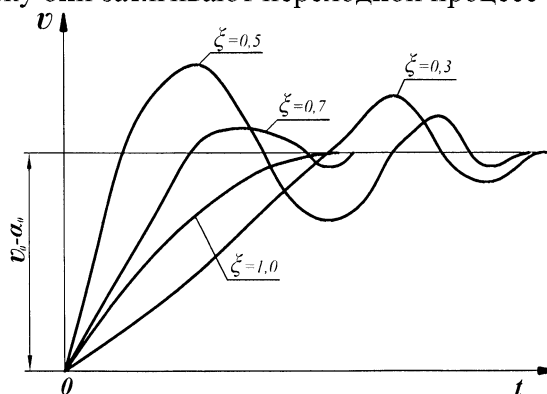


Рис. 6. Графики разгона гидроцилиндра в зависимости от  $\xi$ .

Если  $\xi$  будет постоянной величиной, а значение  $T$ , в свою очередь, будет изменяться, то форма кривой переходного процесса меняться не будет, а изменится лишь масштаб времени. Чем больше  $T$ , тем более продолжителен переходной процесс во времени (рис. 7).

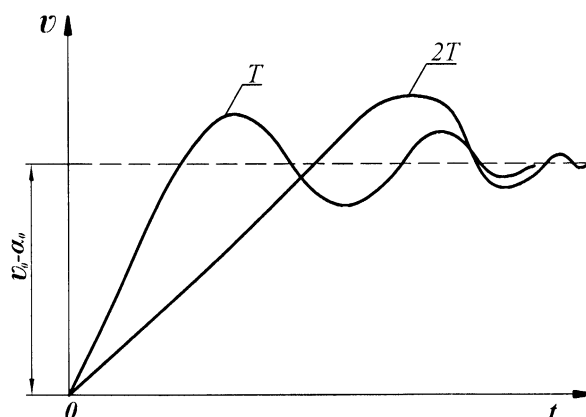


Рис. 7. Графики разгона гидроцилиндра в зависимости от  $T$ .

При торможении гидроцилиндра этим уравнением можно воспользоваться лишь в тех случаях, когда можно пренебречь изменением сил сопротивления  $\Sigma R_c$ , или, когда торможение носит монотонный характер.

Если же при торможении скорость поршня несколько раз переходит через  $0$  в прямом и обратном направлениях, то получится следующая картина (рис. 8).

Это обстоятельство делает систему дифференциальных уравнений нелинейной, и ее уже не удастся «собрать» в одно уравнение. Поэтому для ее решения применяют приближенные методы: численное интегрирование, метод фазовой плоскости, электронное моделирование и др.

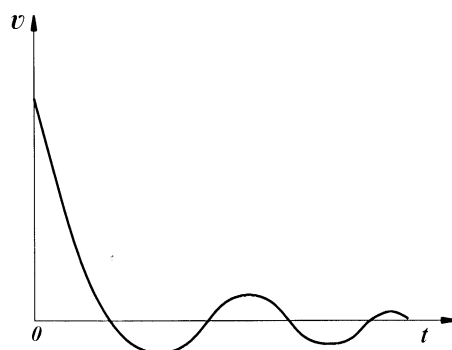


Рис. 8. График изменения скорости перемещения гидроцилиндра при торможении.

На основании изложенного сделаем следующие выводы:

- 1) разработана оригинальная система стабилизации скорости перемещения исполнительного органа робота с обратной гидравлической связью, отличающаяся простотой схемного решения;
- 2) разработаны математические модели для исполнительных органов роботов, предназначенных соответственно для сборки изделий в соединениях с зазором и прессованием, которые позволяют произвести расчет их основных параметров, необходимых для проектирования, выбора и изготовления;
- 3) разработанную методику составления математических моделей гидроцилиндров роботов рекомендуется использовать металлорежущих станках, прессах и ином



**Известия КГТУ им. И.Раззакова 51/2019**

---

оборудовании, где применяются гидравлические исполнительные органы: силовые цилиндры, гидромоторы и пр.

**Список литературы:**

1. Ермаков В.В. Гидропривод металлорежущих станков. М.: Машгиз, 1963. – 324 с.