ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА. МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА

УДК 51:517.9

О СЛАБЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА ОПЕРАТОР С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В ПРОСТРАНСТВЕ ОБОБЩЕННЫХ БЕСКОНЕЧНОГО ПОРЯДКА

Бердимуратов Амангельди Мухтарович, *к.ф.м.н, ИСИТО, Кыргызстан, e-mail: aman2460@mail.ru*
Эсенаманова Г.К, *ст.преподаватель, КНУ им Ж.Баласагына, Кыргызстан*

Аннотация: В этой статье находятся достаточные условия существования и единственности обобщенные решения однородного уравнения в частных производных с постоянными коэффициентами заданных в некоторой окрестности параллелепипеда в пространстве обобщенных бесконечного порядка.

Ключевые слова: Параллелепипед,конус, подпространство, компакт, характеристическая матрица, несобственная точка алгебраического многообразия, класс Жеврея.

ON WEAK RESTRICTIONS ON AN OPERATOR WITH CONSTANT COEFFICIENTS IN A SPACE OF GENERALIZED INFINITE ORDER

Berdimuratov Amangeldi Muhtarovich, *k.f.m.n,ISITO Kyrgyzstan, e-mail: aman2460@mail.ru*
Esenamanova G.K., *Senior Lecturer, KNU named after J. Balasagyn, Kyrgyzstan.*

Abstract: In this paper we find sufficient conditions for the existence and uniqueness of generalized solutions of a homogeneous partial differential equation with constant coefficients given in some neighborhood of a parallelepiped in a space of generalized infinite order.

Key words: Parallelepiped,cone, subspace, compact, the characteristic matrix, a non-native point of algebraic varieties, the class of Gevrey.

Пусть π – параллелепипед в R^n, n – граней которого лежат в координатных подпространствах

$\xi_i = 0, \quad i = 1,2,3,...,n$

Обозначим через π, его $(n-1)$ – мерную грань, лежащую в подпространстве

$\xi_i = 0, \quad i = 1,2,3$

Через $\mathcal{D}_F^\beta$ обозначаем пространства бесконечно дифференцируемых функции, принадлежащих классу Жеврея порядка $\beta > 1$, с носителями, принадлежащими компакту $F \subset R^n$. Через $\mathcal{U}_F^\beta$- обозначим пространство линейных функционалов на $\mathcal{D}_F^\beta$.

Рассмотрим однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами

$$\mathbf{P(D)u}=\sum_{j\le m} a_{j_1,...,j_n} \frac{\partial^{|j|} u(\xi)}{\partial\xi_1^{j_1}...\partial\xi_n^{j_n}} = \mathbf{0}, \ \xi \in R^n \qquad (1)$$

В уравнении (1) $a_j \in C, j = j_1, \ldots, j_n$ – вектор с целыми неотрицательными компонентами, причем $|j| = j_1 + \ldots + j_n$, $i = \sqrt{-1}$, а $\xi = (\xi_1, \ldots, \xi_n)$– некоторая фиксированная система координат в R^n;

Через $P(z)$ обозначим характеристический многочлен для оператора $P(D)$, определяемого уравнением (1).

В этой статье при более слабых ограничениях на оператор P(D) можно установить возможность продолжения решений в специальном пространстве обобщенных функций . Мы будем искать продолжение решений в классах функционалов над пространствами $\mathcal{D}_F^b$, где $\mathcal{D}_F^b$-пространство финитных бесконечно дифференцируемых функций в R^n

с носителями в F и конечной нормой: $\|\varphi\|^b = sup\frac{1}{j^{b(j)}} \max_{\xi} |D^i\varphi(\xi)|$,

где b(η)–некоторая функция,определенная на луче $\eta \geq 0$ положительная и неубывающая.

Если $b(\eta) = B^\eta \eta^{\eta\beta}$, то пространство $\mathcal{D}_F^b$ будем обозначать через $\mathcal{D}_F^{\beta,\beta}$ а норму $|\cdot|^{\beta,B}$. Пусть $\left(\mathcal{D}_F^{\beta,\beta}\right)'$-сопряженное пространство. Рассмотрим конус $N' \subset C^n$,образованный комплексными прямыми,отвечающими несобственным точкам алгебраического многообразия N.

Имеет следующая теорема.

Теорема1. Пусть $N' \subset \bigcup_{k=1}^{3} \{z \in c^n; \quad z_k = 0\}$, тогда существует число $h < 1$, зависящее лишь от оператора p, такое, что для любого β, удовлетворяющего условию $\beta > 1$ при $h \leq 0$ и $1 < \beta \leq \frac{1}{h}$ при $h > 0$ и любого $B > 0$ и для любой окрестности L компакта $\bigcup_{k=1}^{3} \pi_k$ существует окрестность L' параллелепипеда π такая, что всякую обобщенную функцию $u \in \mathcal{U}_L^\beta$ являющуюся решением (1)на L, можно продолжить функцией $v \in \mathcal{U}_{L'}^\beta$ являющуюся решением (1)на L', причем, если $u \in (\mathcal{D}_L^{\beta,B})'$ то $v \in (\mathcal{D}_{L'}^{\beta,B})'$ и $\|v\|_{L'}^{\beta,B'} \leq c\|u\|_L^{\beta,B}$,

где константы B'и c не зависят от u. Число h, участвующее в формулировке теоремы, зависит лишь от оператора p .

Лемма.Существуют постоянные c > 0 и $h < 1$ такие,что для любого z ∈N выполняется неравенство

$\rho(z, N') \leq c(|z|^h + 1)$. Положим, что $\beta = \frac{1}{h}$.

Рассмотрим вспомогательные пространство.

Для любого $\beta > 1$, $D > 0$ и любого $m > 0$ через $S_{m,F}^{\beta,D}$, обозначим пространство бесконечно дифференцируемых функции ψ в C^n, для которых $|D^j\psi(x,y)| \leq CJ_F(y)\exp\left(-D|z^{\frac{1}{\beta}}\right)$ при любом j, $|j| \leq m$.

Здесь $J_F(y) = \sup_{\xi \in F} \exp(y,\xi)$, $y = \operatorname{Im} Z$.

Рассмотрим пространство $S_F^\beta = \bigcap_{\substack{m>0 \\ D>0}} S_{m,F}^{\beta,D}$ здесь пересечение берется по всем $D > 0$ и целым положительном m ;

Через $\left(S_F^\beta\right)'$ обозначим пространство линейных функционалов на S_F^β. Через $\left(S_F^\beta\right)'_p$ обозначим множество функционалов $f \in \left(S_F^\beta\right)'$ для которых, $(f, p'\psi) = 0$ при любом $\psi \in S_F^\beta$.

Имеет место следующая теорема.

Теорема2. Пусть $N' \subset \bigcup_{k=1}^{3} \{z \in C^n; \quad z_k = 0\}$, тогда для любого $\beta > 1$ и для любой окрестности L компакта $\bigcup_{k=1}^{3} \pi_k$ существует окрестность L' компакта π такая, что всякая обобщенная функция $u \in \mathcal{U}_L^\beta$, являющаяся решением уравнения (1) на L' и равна нулю на L, будет равна нулю на L'.

Доказательство теорем 1 и 2 основано на экспоненциальном представлении решений (1) . (см.в[1] ,[2]).

ВЫВОДЫ: Получено теорема существования и единственность решения краевой задачи в специальном пространстве обобщенных функций бесконечного порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Паламодов В.П. Линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами, М, «Наука»,1967

2.Бердимуратов А.М. Метод экспоненциального представления Паламодова и его приложение к некоторым аналогам классических задач в пространствах обобщенных функций. Монография, КНУ им. Ж.Баласагына, Бишкек ,2017г.