

УДК 51: 378.147

МАТЕМАТИКАЛЫК АНАЛИЗДИ ОКУТУУ ПРОЦЕССИНДЕ
КОМПЕТЕНТТҮҮЛҮККӨ- БАГЫТТАЛГАН МАСЕЛЕЛЕРДИ ЧЫГАРУУ
РЕШЕНИЕ КОМПЕТЕНТНОСТИ-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ В ПРОЦЕССЕ
ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ
THE DECISION OF THE COMPETENCE-ORIENTED TASKS IN THE PROCESS OF
LEARNING MATHEMATICAL ANALYSIS

Асанова Жылдыз Кенешбековна –
физика-математика илимдеринин кандидаты,
доцент. И.Арабаев атындагы Кыргыз
мамлекеттик университети
Жайлообек кызы Эркеайым – математика
профилинин 2-курсунун студенти. Кыргыз Республикасы,
Бишкек ш.
E-mail: zhyldyzasanova73@mail.ru

Аннотация: Мезгилдин талабына ылайык окутуу процессин уюштуруу эң негизги орунда турат. Азыркы билим берүүдө максат катары адистерде анын профилине туура келген компетенцияларды түзүү каралат. Ар бир предметке карата компетенциялар иштелип чыгышы керек. Бул макалада студенттерди сабакка кызыктыруу максатында компетенттүүлүккө - багытталган мисалдарды чыгартуу каралды жана туундуга карата күтүлүүчү жыйынтыктын схемасы түзүлдү. Туунду - математикалык анализдеги негизги түшүнүктөрдүн бири, ал функциянын өзгөрүшүн мүнөздөйт. Турмушта, техникада, экономикада ж.б. кездешүүчү мисалдар келтирилди. Ушуга байланышкан мисалдарды чыгарууда студенттер туундунун башка предметтер менен болгон байланышын билишет, туунду түшүнүгү боюнча өздөштүргөн билимдерди удаалаш жана логикалык жактан туура көрсөтүү жөндөмдүүлүгүнө ээ болушат жана бир аргументтүү жана көп аргументтүү функциялар, алардын үстүнөн жүргүзүлгөн амалдар (пределдер, туундулар) түшүнүгүнө, жогорку кыйындыктагы мисалдарды чыгаруу жолдорун табуу билгичтигине ээ болушат.

Аннотация: На первом месте стоит организация учебного процесса с требованиями современного общества. В настоящее время целью образования является формирование соответствующих профилю компетенций у специалистов. Необходимо разработать компетенции по каждому предмету. В статье с целью повышения интереса у учащихся, рассмотрены решения компетентностно-ориентированных задач и составлен схема ожидаемого результата. Производная является одной из ключевых понятий математического анализа, она характеризует изменение функций. Приведены задачи, встречающиеся в жизни, технике, экономике и т.д. решая такие задачи студенты узнают связь производной с другими предметами. Получат навыки непрерывного и логически правильного усвоения знаний по основным понятиям производной, а также получают умения находить пути решения сложных задач с однородными и многомерными аргументами функций.

Annotation: In the first place is the organization of the educational process with the requirements of modern society. At present, the goal of education is the formation of competencies corresponding to the profile of specialists. It is necessary to develop competences in each subject. In the article with the aim of increasing students' interest, the solutions of competence-oriented tasks are considered and a diagram of the expected result is drawn up. Derivative is one of the key concepts of mathematical analysis, it characterizes the change of

functions. The tasks encountered in life, technology, economics, etc. are given. solving such problems, students will recognize the connection of the derivative with other objects. They will acquire skills of continuous and logically correct mastering of knowledge on the basic concepts of the derivative, and also will gain the ability to find solutions to complex problems with homogeneous and multidimensional arguments of functions.

Түйүндүү сөздөр: Компетенттүүлүк, компетенция, күтүлүүчү жыйынтык, математикалык анализ, туунду, функция, геодезия.

Ключевые слова: Компетентность, компетенция, ожидаемый результат, математический анализ, производный, функция, геодезия.

Keywords: Competence, competence, expected result, mathematical analysis, derivative, function, geodesy.

Билимдүү адам - бул түрдүү маданий жана социалдык жалпылыктарга кирүү өздөрүнүн жемиштүү иш-аракеттерин жасоо үчүн бара жаткан адам. Дал келүүчү иштерди жүзөгө ашыруу жана практикалык натыйжаларга жетишүү үчүн билим берүүдө компетенттүү мамиле жасалат. Компетенттүү багытталган кесиптик билим берүү-социалдык-экономикалык жана педагогикалык өбөлгөлөрдүн жашоосуна байланыштуу билим берүүдө объективдүү көрүнүш. Жаңы талаптар, бул билим берүүнүн мазмунуна гана талаптар эмес, максаттарына, натыйжаларына жана окутуунун педагогикалык технологияларына карата. Азыркы билим берүүдө максат катары адистерде анын профилине туура келген компетенцияларды түзүүнү карайт. Ар бир предметке карата компетенциялар иштелип чыгышы керек.

К.М. Төрөгелдиева өзүнүн монографиясында математикалык билим берүүнүн максаттарын төмөнкүдөй белгилейт [1]:

- дүйнөнүн тез өзгөрүлүү шартында компетенттүү – багытталган үзгүлтүксүз билим берүү маселелерин чечүүгө жөндөмдүү болгон кесипкөй педагогдорду даярдоо;

- жетишээрлик жогорку деңгээлде математикалык маданиятты тарбиялоо;

- математикалык ой жүгүртүүнүн заманбап түрлөрүнүн колдонуу;

- практикалык ишмердикте математикалык методдорду жана математикалык моделдештирүүнүн негиздерин колдонуу.

Азыркы мезгилдин талабына ылайык окутуу процессин уюштуруу эң негизги орунда турат. Мында математикалык анализди окутууда төмөндөгүлөргө көңүл буруу керек:

1. Окутуунун жогорку эффективдүүлүгүнө жетишүү, мында эң негизги максат адистик даярдыкты камсыз кылган окутуунун мазмунуна көңүл бурууну күчөтүү. Бул дидактикалык максатты иш жүзүнө ашыруу үчүн гармоникалык өнүккөн инсан менен активдүү инсан, социалдык керектүү инсандардын ортосундагы оптималдуу байланышты табуу деңгээли.

2. Студенттердин математикалык анализ боюнча билимдерин колдонуу билгичтиктерин калыптандыруу. Бул деңгээлде билим кесиптик даярдыкка ээ болуунун жана аны дайыма өркүндөтүүнүн каражаты болуп саналат.

3. Студенттердин өз алдынча билим алуу, илимий адабияттар менен иштөө, илимий-изилдөө иштери боюнча ар кандай иштелмелерге критикалык жана активдүү мамиле жасоо билгичтиктерин пайда кылуу;

4. Студенттердин илимий ой-жүгүртүүсүн калыптандырууга жана өнүктүрүүгө шарттарды түзүү жана анын негизинде алардын математикалык анализ боюнча даярдыгына жетишүү.

Математикалык анализдин негизин окутууда студенттерге математиканы жаратылышты таанып билүүдөгү өзгөчө методу катары элестетүүнү, математикалык

түшүнүктүн жана моделдеринин жалпылыгын түшүнүүнү, логикалык ой-жүгүртүүнүн көндүмдөрүн кабыл алууну калыптандыруу, жогорку математикалык маданиятын тарбиялоо.

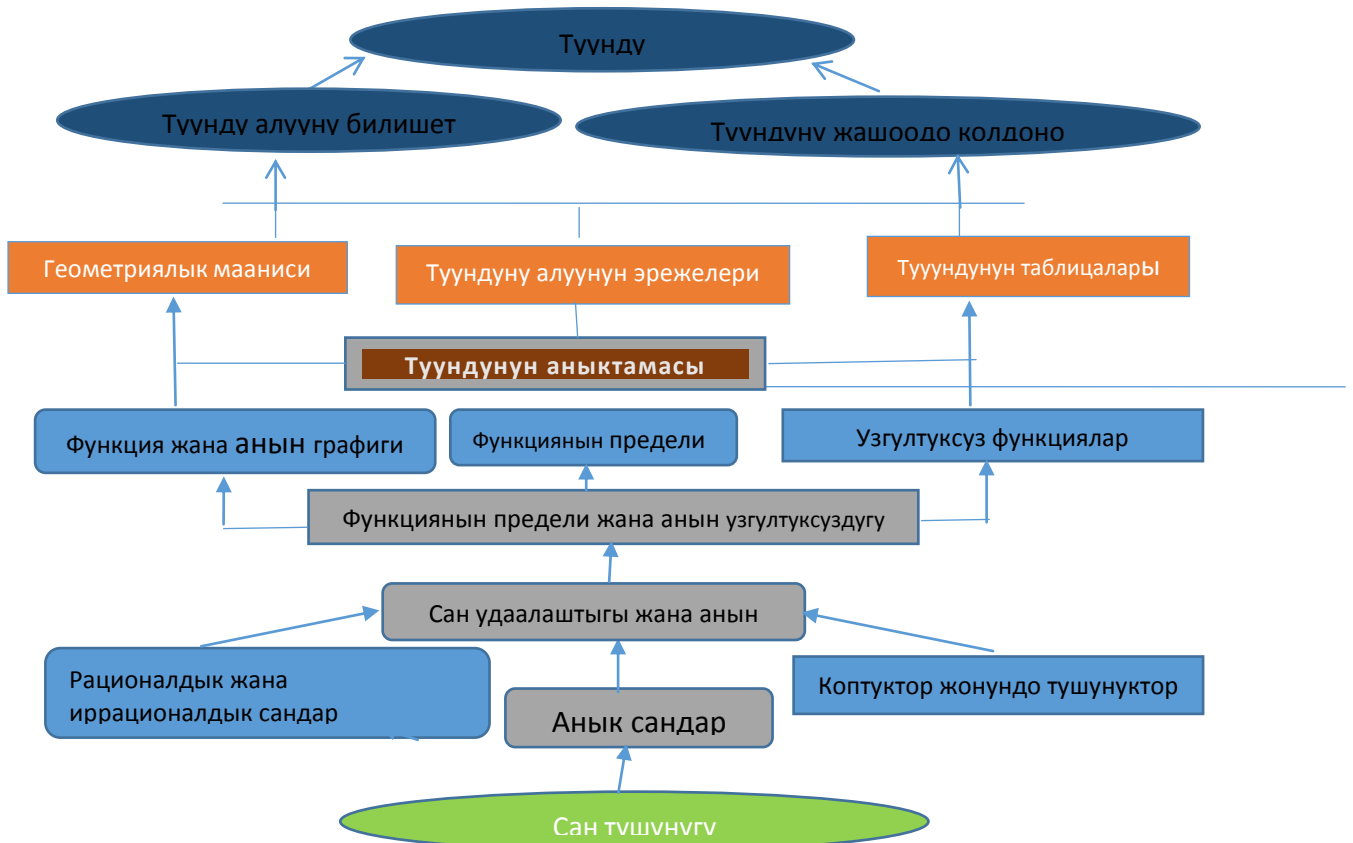
Математикалык анализ – математикалык билим берүүнүн фундаментин тургузуудагы негизги базалык курсу болуп эсептелинет.

Туундуга карата компетенциялар:

- туундунун башка предметтер менен болгон байланышын билүү;
- туунду түшүнүгү боюнча өздөштүргөн билимдерди удаалаш жана логикалык жактан туура көрсөтүү жөндөмдүүлүгү;
- туундунун негизги түшүнүктөрүн жана алардын өз ара байланышын түшүнүүнү демонстрациялоо жөндөмдүүлүгү;
- бир аргументтүү жана көп аргументтүү функциялар, алардын үстүнөн жүргүзүлгөн амалдарды (пределдер, туундулар) түшүнүү;
- жогорку кыйындыктагы мисалдарды чыгаруу жолдорун табуу билгичтиги.

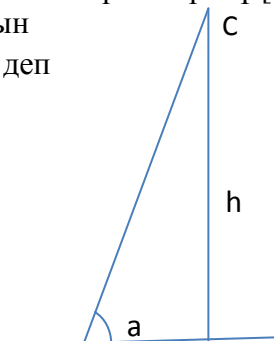
Туунду - математикалык анализдеги негизги түшүнүктөрдүн бири, ал функциянын өзгөрүшүн мүнөздөйт.

1-схемада туунду түшүнүгүнө карата күтүлүүчү жыйынтыктын схемасы берилген.



Жол курулуш тармагы. Практикада автомобиль жолдорунун проекттери түзүүдө бутакталган жол түйүндөрүн куруунун зарылдыгы келип чыгат. Жол түйүндөрүнүн, алар аркылуу өткөн жолдорунун жайланышы бир канча экономикалык жана географиялык шарттардын комплекси менен аныкталат. Бирок мындай маселелерди чечүүдө алдын ала жүктү ташууга кеткен жумушчу убакыт эске алынат. Төмөнкү маселени карап көрөлү [2].

1-маселе. Эгерде автомобилдин автомагистрал боюнча кыймылынын Ылдамдыгы V_m , ал эми бурулуш жолдогу ылдамдыгы $V_a (V_m > V_a)$ деп алынган болсо, анда 1- сүрөттөгү АЕС маршруту боюнча



жүктү ташууга кеткен убакыт эң кичине болуш үчүн CE жолунун AB автомагистралына жантаюу бурчу кандай болууга тийиш

Чыгаруу: C чекитинен AB түзүнө перпендикуляр түшүрөбүз. Перпендикулярдын AB түзүн кескен D аркылуу белгилейли. CD кесиндисинин узундугу h , AD кесиндисинин узундугу l аркылуу белгилесек,

$$CE = \frac{l}{\sin a}; DE = h \cdot ctga$$

Мындан AEC маршруту боюнча автомобилдин кыймылынын убактысын табабыз:

$$t = \frac{l}{V_m} - \frac{h \times ctga}{V_m} + \frac{h}{V_a \times \sin a}$$

A чекитин шарттуу түрдө кыймылсыз деп эсептеп, магистрал боюнча кыймылдын багытын аныктасак, а бурчу $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ аралыгында өзгөрүшү мүмкүн. Анда маселе бул аралыктагы $t(a)$ функциясынын эң кичине маанисин табууга туура келет.

Функциянын туундусу: $t'(a) = \frac{h}{V_a \times \sin^2 a} \times \left(\frac{V_a}{V_m} - \cos a\right)$ мында $0 < \frac{V_a}{V_m} < 1$

Каалаган аралыкта функциянын туундусу бир гана чекитте нөлгө айланат.

$a_0 = \arccos \frac{V_a}{V_m}$; $t'(a) < 0$ болот, эгерде $a \in (0; a_0)$ болсо $t'(a) > 0$ болот, эгерде $a \in (a_0; \frac{\pi}{2})$;

болсо. Бул болсо $(0; a_0)$ аралыгында функция кемийт, Ал эми a_0 аралыгында өсөт дегенди билдирет.

Демек, каралган t функциясы $a = a_0$ болгондо эң кичине мааниге ээ.

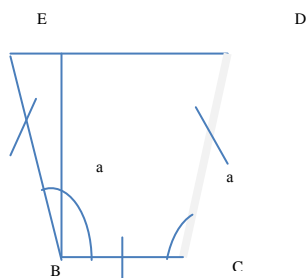
Жообу: Жантаюу бурчу $a_0 = \arccos \frac{V_a}{V_m}$ формуласы боюнча аныкталат.

Айыл чарба жана мал чарбачылыгында колдонулушу.

2-маселе. Жайыттагы мал сугаруучу кобул, айрым учурда бир-биринен чоңдугу a кең бурчу менен бириктирилген бирдей 3 тактайдан турат. Бул кобулду жасоодо, анын сыйымдуулугу мүмкүн болушунча эң чоң болуу үчүн a бурчу кандай болууга тийиш?

Чыгаруу: BAD бурчунун чоңдугу x , ал эми тактайдын кендиги h аркылуу белгилейли.

Анда



$$AD = h + 2h \cos x, BE = h \sin x$$

Кобулдун, негизи $ABCD$ трапециясы, бийиктиги бири-бирине бириктирилген тактайлардын бийиктигине барабар болгон призма формасында кароого болот. Тактайлардын узундугу l аркылуу белгилеп, кобулдун $V(x)$ көлөмүн табалы:

$$V(x) = lh^2(1 + \cos x) \times \sin x$$

Маселе $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ интервалындагы x өзгөрмөсүнүн кандай маанисинде $V(x)$ функциясы эң

чоң мааниге ээ боло тургандыгын аныктоого келет.

V функциясынын туундусун табалы;

$$V'(x) = lh^2(\cos x(1 + \cos x) - \sin^2 x) = lh^2(2\cos^2 x + \cos x - 1) = 2lh^2\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)(\cos x + 1)$$

Мындан каралган интервалда туундунун жашай тургандыгын жана ал $x = \frac{\pi}{3}$ болгондо гана нөлгө айлана тургандыгын байкайбыз.

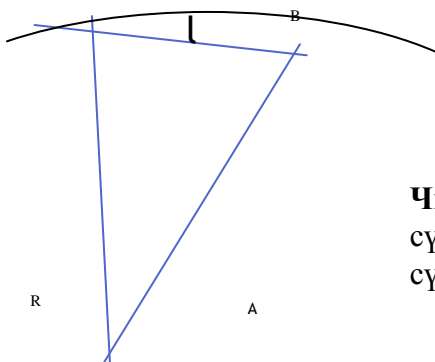
$0 < x < \frac{\pi}{3}$ болгондо туунду оң, ал эми $\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2}$ болгондо терс болот.

Демек, $V(x)$ функциясы $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ аралыгындагы өзүнүн эң чоң маанисин $x = \frac{\pi}{3}$

болгондо алат. Эми a нын изделген маанисин табалы: $a = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

Геодезияда колдонулушу. Геометрияны окуутуда биз бурчту өлчөөчү инструменттердин жардамы менен предметтин бийиктигин аныктоонун жолдорун кездештиребиз. Жердин шар формасында экендиги белгилүү. Жергиликтүү топографиялык чиймелерде жер бетинин бир чекитинен экинчиси канчалык жогору же төмөн экендигин аныктоо үчүн атайын методдор колдонулат. Бирок бул методдор, эгерде каралып жаткан чекиттер бири –бирине анчалык алыс эмес аралыкта жайланышкан учурда жакшы жыйынтык берет. Ал эми тескери учурда б.а чекиттер бири-биринен алыс аралыкта жайланышкан учурда алардын арасындагы аралык ийри сызыкты пайда кылып, бул методду колдонууда бир топ кыйынчылыкка алып келет [3].

Практикада мындай маселелерди чечүүдө жердин ийрисин толуктоо деп аталган туюнтма колдонулат. Эгерде B жана C чекиттеринин арасындагы аралык жетишээрлик чоң болсо, анда бурчтуу өлчөө инструменттердин жардамы менен табылган B чекитинин жердин ийрисине карата C чекитинен жогору жайланышкан Δh жердин ийрисин толуктоо мааниси кошулат. Мында: $\Delta h = \frac{l^2}{2R}$. Төмөндөгүдөй маселени көрөлү. 3- маселе. Жердин ийрисине толуктоо үчүн алынган Δh формуласын түшүндүргүлө.



Чыгаруу: 3-сүрөттү карап көрөлү бул сүрөттө штрих сызык менен океандын бети сүрөттөлгөн. O - жердин борбору. Айталы,

3-сүрөт
 арасындагы бурч нөлгө барабар (ал отвестин жардамы менен аныкталат). C чекитине караганда B жана C чекиттери бирдей бийиктикте тургандай болуп сезилет. Мында биз Δh каталыгын кетиребиз: $\Delta h = AB = OB - OA = \sqrt{R^2 + l^2} - R$.

l чоңдугу R ге салыштырганда кичине. Ошондуктан $\sqrt{R^2 + l^2}$ чоңдугун эсептөөдө жакындаштырып эсептөөлөр үчүн колдонулган төмөнкү формуланы колдонууга болот:

$$\sqrt{x_0 + \Delta x} \approx \sqrt{x_0} + \frac{\sqrt{x_0}}{2x_0} \times \Delta x$$

Бул формулага $x_0 = R^2$, $\Delta x = l^2$ маанилерин коюп,

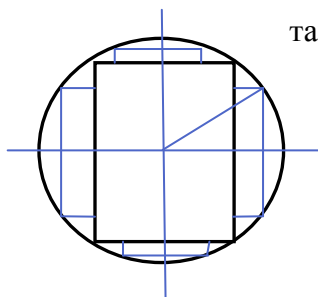
$$\Delta h = \sqrt{R^2 + l^2} - R \approx \sqrt{R^2} + \frac{\sqrt{R^2}}{2R^2} \times l^2 - R = R + \frac{R}{2R^2} \times l^2 - R = \frac{Rl^2}{2R^2} = \frac{l^2}{2R};$$

$$\Delta h = \frac{l^2}{2R}$$

Жыгач иштетүүдө колдонулушу. Жыгач иштетүүдө эң маанилүү нерсе-бул жыгачты рационалдуу кесүү. Мындай маселелерди чечүү азыркы математиканын мүмкүн болгон методдорун колдонууну талап кылат. Бирок мындай түрдөгү айрым маселелерди туунду пайдалануу менен чечүүгө болот.

4-маселе. Жыгачты узунунан кесүүгө багытталган жыгач кесүү пилорамаларда тоголок жыгачтарды, туура кесилишинин аянты мүмкүн болушунча чоң болгон бир квадраттык бурс² жана төрт тактай алгандай кылып кесүү көп колдонулат. Мындай кесүүдө мүмкүн болушунча сарамжалдуу болуп калдык аз чыгат да, жыгач үнөмдүү пайдаланылган болот. Ушундай кылып кесүү үчүн кандай жайгаштыруу керек.

Чыгаруу: Бул суроого жооп берүү үчүн кесилишип жаткан тактайлардын калыңдыгын аныктоо жетиштүү экендиги 4- сүрөттөн көрүнүп турат. Мында радиусу r болгон айланага ичтен сызылган квадраттын жагы $r\sqrt{2}$ болот, анда $OA = \frac{d\sqrt{2}}{4}$.



Мында d -айлананын диаметри, сүрөттөн көрүнүп тургандай $OC = \frac{d}{2}$; $OB = OA + OB$.

Айталы тактайдын калыңдыгы $AB = x$ болсун, анда анын кеңдиги (же тик бурчтуктун узундугу)

$$2BC = 2\sqrt{OC^2 - OB^2} = \frac{1}{2}\sqrt{d^2 - 4\sqrt{2} \cdot d \cdot x - 8x^2}, \text{ ал эми туура кесилиш аянты:}$$

$$S(x) = 2AB \cdot BC = \frac{x}{2}\sqrt{d^2 - 4\sqrt{2} \cdot d \cdot x - 8x^2}.$$

Эми $\left[0; \frac{d(2-\sqrt{2})}{4}\right]$ кесиндисинен алынган x тин кандай маанисинде S функциясы эң чоң мааниге ээ боло тургандыгын аныктоо керек.

Функциянын туундусун табалы:

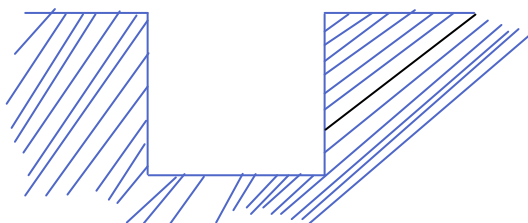
$$s'(x) = \frac{d^2 - 6\sqrt{2}dx - 16x^2}{2\sqrt{d^2 - 4\sqrt{2}dx - 8x^2}};$$

сыналуучу чекит $x_0 = \frac{\sqrt{34-3\sqrt{2}}}{16}d \approx 0,1d$; $S(0) = s\left(\frac{d(2-\sqrt{2})}{4}\right) = 0$ ал эми $s'(x_0) > 0$ анда калыңдыгы $0,1d$ болгон тактайдын туура кесилиш аянты эң чоң болот. Жообу: $0,1d$

Суу чарбачылыгы. Суу чарбачылыгында каналдын туура кесилишинин аянты w (суу менен толгон), анын таза кесилиши деп аталат, ал эми мындай кесилиштин чегинин узундугу x узундугу каналдын нымдалган периметри деп аталат.

Теоретикалык эсептөөлөрдүн жана эксперименттин жардамы менен таза кесилиши менен берилген бардык каналдардын ичинен сууну эң көп өткөрүү жөндөмдүүлүгүнө ээ болгон жана ошону менен бир эле мезгилде эң аз фильтрацияга ээ болгон канал болуп-бул нымдалган периметри эң кичине болгон канал эсептелет.

Суу чарбачылык практикасында туура кесилиш тик бурчтук, үч бурчтук, трапеция жана тегеректин сегменти формасында болгон каналдар көп кездешет. Мындай каналдар гидравликалык (суу кыймылдаткычтары) эң ыңгайлуу профилдеги (нерсенин туурасынан) каналдар деп айтышат [4].



5-маселе. Кесилиши тик бурчтуу формасында болгон каналдын тереңдигинин кендигине болгон катышы кандай болгон катышы кандай болгондо, ал гидравликалык эң ыңгайлуу профилдеги канал болот.

Чыгаруу. Айталы, каналдын- x , анын таза кесилиши w болсун. Анда каналдын тереңдиги $-\frac{w}{x}$, ал эми нымдалган периметри:

$$x(x) = x + \frac{2w}{x} \text{ болот. Нымдалган периметр кендиктин функциясы болот.}$$

$x(x)$ функциясынан туунду алалы: $X'(x) = \frac{x^2 - 2w}{x^2}$; $X'(x) = 0$ мындан

$x = \sqrt{2w}$. $X(\sqrt{2w}) = 0$, $X'(x) < 0$, болот, эгерде $0 < x < \sqrt{2w}$ болсо, анда $X'(x) > 0$ болот, эгерде $x > \sqrt{2w}$ болсо, анда x функциясы $\sqrt{2w}$ чекитинде эң кичине мааниге ээ

болот. Демек каралган учурда каналдын кендиги $\sqrt{2w}$, тереңдиги $\frac{w}{\sqrt{2w}}$, ал эми тереңдигинин кендигине болгон катыш:

$$\frac{w}{\sqrt{2w}} : \sqrt{2w} = \frac{1}{2}. \quad \text{Жообу: } \frac{1}{2}$$

Адабияттар:

1. Төрөгелдиева К.М. Келечектеги математика мугалимдерин даярдоо системасын моделдештирүү. Монография. Бишкек: -2007. 287 б.
2. Г. М. Фихтенгольц, Основы математического анализа, том II, М. 1968 г., 464 стр.
3. А. Кутанов, Ж.К. Асанова. Математикалык анализ. – Бишкек, 2012. – 174 б.
4. Ж.К.Асанова. Жумушчу дептер. –Бишкек, 2018.-165б.