

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОРОДНОГО МАССИВА И ЧИСЛЕННАЯ ПРОЦЕДУРА ИХ РЕАЛИЗАЦИИ

В работе предложены математические модели, отражающие различные стадии деформирования горных пород на основе анализа результатов экспериментальных испытаний

Одной из важнейших предпосылок эффективного освоения и эксплуатации месторождений полезных ископаемых является исследование процессов перераспределения напряжений, деформирования и разрушения породных массивов, вызываемых горными работами. Результаты экспериментальных исследований стимулировали интенсивное развитие аналитических и численных методов анализа геомеханических процессов, происходящих в породном массиве под влиянием горных работ, и позволили определить начальные и граничные условия для постановки и решения соответствующих краевых задач геомеханики.

Ввиду многообразия и сложности геомеханической структуры массивов пород фактически трудно построить математически точную зависимость для аналитического решения задачи геомеханики в постановке, адекватной реальным условиям. Это обстоятельство вынуждает вводить в аналитических методах решения геомеханических задач некоторые допущения, облегчающие процесс исследований. В настоящее время предложены двух-, трех-, четырехзвенные аппроксимации запредельных кривых «напряжение – деформация», и на этой основе выполнены исследования устойчивости протяженных одиночных горных выработок, пройденных в однородных изотропных средах.

Трудности, возникающие из-за сложных граничных условий, неоднородности среды и неопределенности положения упругопластической границы, ограничивают возможность применения аналитических методов для решения широкого круга задач геомеханики с учетом запредельной деформируемости горных пород. Учет многообразных факторов, приближающих расчетную модель массива к реальной, может быть осуществлен на основе применения современных численных методов решения краевых задач как метод конечных и граничных элементов. Среди различных численных методов наиболее совершенным для решения геомеханических задач является метод конечных элементов (МКЭ). Наглядность и возможность учета сложных горно - геологических и горно - технических условий породного массива, особенно при разработке месторождений полезных ископаемых комбинированным способом, открывает перспективный путь к эффективному применению МКЭ в геомеханике.

Аналитическое описание зависимостей между напряжениями и деформациями в породном массиве является основной целью построения геомеханической модели. В работе путем анализа результатов известных экспериментальных испытаний пород предложены модели, отражающие различные стадии деформирования горных пород: упруго-пластической среды с разрыхлением; разупрочняющейся и разрыхляющейся среды; среды с упрочнением и модели, учитывающей трещиноватость горных пород.

На рисунке 1 представлен комплекс графиков, характеризующих свойства построенных нами моделей упруго-пластической разрыхляющейся среды и среды с разупрочнением с традиционным условием прочности, обобщенным на область растяжения, близко отражающий реальное состояние горных пород вокруг выработок:

$$\begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_3 \delta &= S; \\ \delta &= \text{ctg} \Psi; S = 2-C-\text{ctg}(\pi/4 - \varphi/2), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\text{ctg}\Psi = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$; ϕ - угол внутреннего трения; C - сцепление; S - прочность на одноосное сжатие.

Запредельные диаграммы $\sigma_i - \varepsilon_i$ (рис.1) моделей аппроксимируются кусочно-линейными функциями. Верхние графики зависимостей отражают изменения сопротивляемости среды по мере деформирования при различных боковых давлениях, нижние - закон пластического течения. При этом для упруго-пластической среды (штрих пунктирные линии на рис.1) формула 1 сохраняется для всего процесса деформирования, а для разупрочняющейся среды сопротивляемость снижается от исходной величины до остаточной по линейному закону (рис.1 с):

$$\sigma = \begin{cases} S + \sigma_3 \delta, \text{ если линия (АБН)} \\ S^{OCT} + \sigma_3 \delta^{OCT}, \text{ если линии (ААБН)} \end{cases} \quad (2)$$

где S^{OCT} , δ^{OCT} - характеристики остаточной прочности.

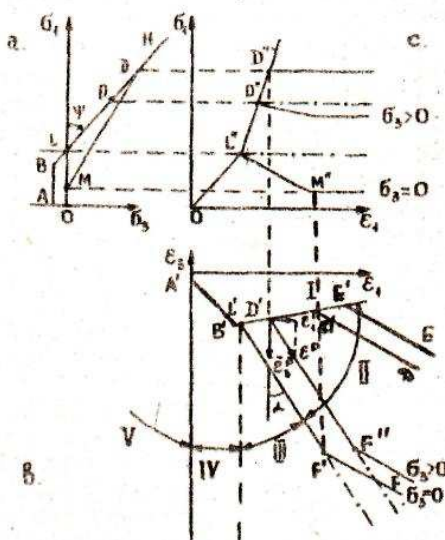


Рис. 1. Комплекс графиков, характеризующих модели упруго-пластической разрыхляющейся среды и среды с разупрочнением с переменным законом течения.

Пластическое течение характеризуется параметром $\lambda = \text{ctg} \alpha$ (рис.1в). При $\lambda = 1$ в условиях плоской деформации объем элемента среды в ходе пластического течения будет постоянным, а при значении $\lambda > 1$ течение будет характеризоваться разрыхлением. В частном случае, когда $\alpha = \phi$ ($\lambda = \text{ctg} \phi$), разработанная модель соответствует ассоциированному закону течения.

В результате проведенных исследований в моделях установлены 5 характерных зон: зона упругости I; зона пластического течения II; зоны одноосного и двухосного разрушения III – V (рис.1в). Причем для модели разупрочняющейся и разрыхляющейся среды в зоне II на участках снижения прочности происходит разрыхление, а в области остаточной прочности необратимая составляющая изменения объема остается постоянной. В целом значения напряжений в выделенных зонах определяются использованием семейств линеаризованных графиков зависимостей:

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= f(\varepsilon_1, \varepsilon_3), \\ \sigma_1 &= f(\varepsilon_1, \sigma_3), \end{aligned} \quad (3)$$

Законы состояния горных пород для разупрочняющейся среды определяются путем испытания образцов на жестком прессе, в результате чего можно получить табличные данные. В работе предложен возможный способ задания для компьютерной технологии табличных данных состояния горной породы, для которой подбор аппроксимирующей

функции оказывается затруднительным. При этом в случае, когда значения σ_3^i и σ_1^i , соответствующие произвольной комбинации ε_3^i и ε_1^i , не совпадают с табличными данными, используется интерполяционная формула;

$$\mathbf{Z}(\varepsilon_1^i, \varepsilon_3^i) = \alpha_{\sigma_3} + \beta_{\sigma_3} \varepsilon_1^i + \tau_{\sigma_3} \gamma \varepsilon_1^i + \eta_{\sigma_3} \varepsilon_1^i \varepsilon_3^i$$

$$\mathbf{Z}(\varepsilon_1^i, \varepsilon_3^i) = \alpha_{\sigma_1} + \beta_{\sigma_1} \varepsilon_1^i + \gamma_{\sigma_1} \varepsilon_1^i + \eta_{\sigma_1} \varepsilon_1^i \varepsilon_3^i$$
(4),

где $\alpha, \beta, \gamma, \eta$ с соответствующими индексами σ_1 и σ_3 параметры линейризации.

На рис. 2 приведен комплекс графиков, характеризующих модели упруго пластической упрочняющейся среды

$$\tau = \frac{\gamma G \tau_{np} A}{\tau_{np} + \gamma G^* A}, \quad (5)$$

где G - модуль сдвига, A - параметр, определяемый по эксперименту.

В геомеханических задачах существенное влияние на прочностные и деформационные свойства оказывают трещиноватость массива, а также характеристики контакта, по которым могут развиваться сдвиги. Нами построена и обоснована модель трещиноватой среды на основе результатов экспериментальных исследований. При этом механические характеристики (сцепление и угол внутреннего трения) аппроксимируются функциями, зависящими от мер сдвига h :

$$C(h) = C_0 + (C_H - C_0)e^{-nh}$$

$$\varphi(h) = \varphi_0 + (\varphi_H - \varphi_0)e^{-nh},$$
(6)

где C -сцепления и φ - угол внутреннего трения, n - экспериментальный параметр. Тогда предельные значения величины контакта

$$\tau_{ПП}^k = C(h) + \sigma ctg(\varphi(h)) \quad (7)$$

Главным моментом при решении практических задач геомеханики является оценка устойчивости обнажений породного массива. В работе обоснован критерий, позволяющий оценить устойчивость (открытых, подземных или их комбинации) горных выработок. Сущность предложенного критерия заключается в том, что первоначально с помощью выделенных на моделях характерных зон (предельного состояния, разупрочнения, полного разрушения) определяются размеры и формы области неупругих деформаций. Затем в каждом элементе выделенной области массива в ходе решения задачи строятся изолинии

$$\omega = \tau_{\beta}^n - \tau_{\beta}, \quad (8)$$

где индекс β означает угол между нормалью N к площадке и направлением напряжений σ_1 ; τ_{β}^n - предельные касательные напряжения на площадке, определяемые по паспорту прочности; τ_{β} - расчетные значения касательного напряжения, полученные при решении нелинейной задачи. После этого на изолинии минимальной величины ω определяем коэффициент устойчивости:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^m \{ \operatorname{tg} \varphi_i [\sigma_{1i} (1 + \sin \varphi_i) + \sigma_{3i} (1 - \sin \varphi_i)] + 2 C_i \}}{\sum_{i=1}^m (\sigma_{1i} - \sigma_{3i}) \cos \varphi_i}, \quad (9)$$

$$i=1$$

где m - количество элементов, через которые проходит линия с минимальным значением ω ; C_i, φ_i - расчетные характеристики сцепления и угла внутреннего трения i -разновидности пород.

Считается, что если значение $K > 1$, то состояние равновесия устойчиво, в противоположных случаях, т.е. когда ($K \leq 1$)- неустойчиво.

Предложенные модели реализованы в виде численных процедур для случаев плоской деформации в деформационном варианте теории пластичности и теории пластического течения. С практической точки зрения для численной реализации моделей наиболее удобен метод конечных элементов.

Основная процедура метода конечных элементов рассматривает среду как упругую и сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных перемещений $\{u\}$:

$$\{F\} = [K] \{u\}, \quad (10)$$

где $[K]$ - матрица жесткости системы; $\{F\}$ - вектор узловых сил.

Поскольку исследование напряженно-деформированного состояния породного массива с учетом запредельной деформируемости представляет собой нелинейную задачу, в работе подробно проанализированы известные методы получения нелинейных решений. В результате исследований показаны достоинства и универсальность процедуры варьируемой жесткостью (когда K -переменная), метода начальных напряжений (F -переменная) и получены новые разработки в области комбинированной процедуры применительно к общему случаю, когда закон состояния среды задается в виде I - V (рис. 1 и 2). Для случая комбинированной разработки полезных ископаемых расчет устойчивости породного массива вблизи обнажений выработок, для случая поэтапной отработки открытых и подземных

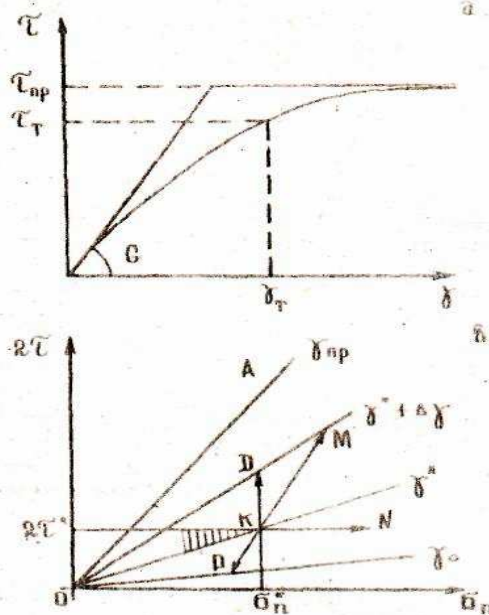


Рис. 2. Комплекс графиков, характеризующих модели среды с упрочнением выработок реализованы в виде единой программы на персональном компьютере. Отладка программы, проверка качества конечно-элементной сетки и обобщенной геомеханической модели породного массива осуществлены решением тестовых задач, имеющих аналитические решения.

Литература

1. Абдылдаев Э.К., Раматов К.С., Батырхан С.К. Анализ методов конечных и граничных элементов на практических задачах //Вестник Казахского национального технического университета им. К.И.Сатпаева. - Алматы, № 4 (67), 2008.

2. Абдылдаев Э.К., Салимова Г.Е., Ж.М. Жолдыбаева. Расчет методом конечных элементов развития зоны обрушения //Вестник Казахского экономического университета им. Т.Рыскулова. - Алматы, № 6 (66), 2008.