

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО КУРСУ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Майлыбашева Чолпон Сатыбалдиевна, к.п.н., доцент, кафедра «Алгебры, геометрии, топологии и преподавания высшей математики» факультет математики и информатики Кыргызский Национальный Университет имени Ж. Баласагына, Бишкек, Кыргызстан. 720024, ул. Абдымомунова 328. Тел. 0312-34-02-13, e-mail: cholpon.maylybasheva56@mail.ru.

Исраилова Гулмира Туткучовна, старший преподаватель, кафедра «Алгебры, геометрии, топологии и преподавания высшей математики» факультет математики и информатики, Кыргызский Национальный Университет имени Ж. Баласагына, Бишкек, Кыргызстан. 720024, ул. Абдымомунова 328. Тел. 0312-34-02-13, e-mail: israilova64@list.ru.

Аннотация. В статье рассмотрены некоторые задачи, решаемые студентами по курсу методики преподавания математики. Показана связь аналитической геометрии со школьной. Векторы в пространстве, их длины и координаты. Решение тригонометрических уравнений и систем, упрощение выражений с обратными тригонометрическими функциями.

Ключевые слова: вектор, скалярное произведение векторов, обратные тригонометрические функции.

THE METHODS OF SOLVING PROBLEMS IN THE COURSE METHODS OF TEACHING MATHEMATICS

Maylybasheva Cholpon Satybaldievna, Ph.D., Associate Professor, Department of algebra, geometry, topology, and the teaching of Mathematics, Faculty of Mathematics and Computer Science, Kyrgyz National University named after J. Balasagyn, Bischkek, Kyrgyzstan, 720024,. Тел. 0312-34-02-13, e-mail: cholpon.maylybasheva56@mail.ru.

Israilova Gulmira Tutkuchovna, Senior Lecturer, Department of algebra, geometry, topology, and the teaching of Mathematics, Faculty of Mathematics and Computer Science, Kyrgyz National University named after J. Balasagyn, Bischkek, Kyrgyzstan, 720024, Phone: 0312-34-02-13 , e-mail: israilova64@list.ru.

Annotation. Some tasks, are considered, solving by students on-course of methodology teaching of mathematics in this article. Analyticheskoy geometry is shown of connection from school. Vektors in space, their length and coordinates. Solving of trigonometric equation and systems, simplification expression with reverses of trigonometric functions.

Keywords: vector, scalar work of vector, reverse trigonometric functions.

На факультете математики и информатики студенты третьего курса изучают методику преподавания математики. Каждый студент в течении семестра решает вариант самостоятельной работы из 10 задач. На кафедре разработана методичка содержащая модульные задания и самостоятельные работы для студентов.

В наш век, когда интернет вошёл в нашу жизнь, можно всё найти в телефоне или компьютере. Но мы не встречали в ГДЗ решение «Вариантов заданий для самопроверки» «Сборника» М. И. Сканава. Может и правы авторы, что нет решебника по этому разделу. Решая, каждый вариант, студент повторяет почти весь школьный курс математики. Мы предлагаем решения некоторых задач, которые вызвали затруднения у студентов.

Вариант XXX. [1]

№9. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1B_1C_1D_1$ диагонали AC и BD пересекаются в точке M и $\angle ABD = 60^\circ$. Определить скалярное произведение $\overline{AC} \cdot \overline{AD}$, если $|B_1M| = 3$, и $\angle BMB_1 = 30^\circ$.

Анализируем условие задачи. Задача по стереометрии. Даем определение прямоугольного параллелепипеда. Определение вектора, скалярного произведения векторов. Все формулы пишем на доске с правой стороны от решения.

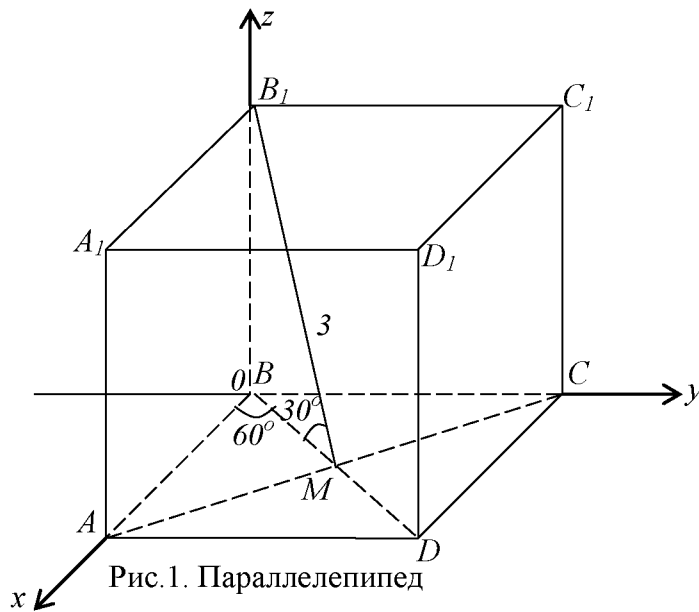


Рис.1. Параллелепипед

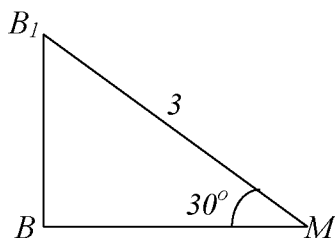


Рис.2. Треугольник

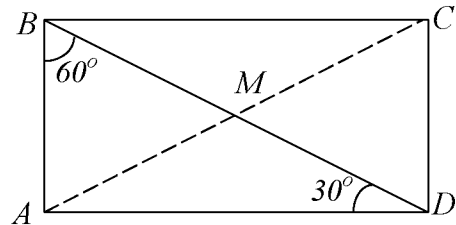


Рис.3. Прямоугольник

Дано: $A-D_1$ – прямоугольный параллелепипед.

$$[AC] \cap [BD] = M, \quad \angle ABD = 60^\circ$$

$$|B_1M| = 3, \quad \angle BMB_1 = 30^\circ$$

$$\overline{AC} \cdot \overline{AD} - ?$$

Для решения начертим ещё треугольник ΔB_1BM , где видно, что $\angle B_1BM = 90^\circ$ и прямоугольник $ABCD$; где M точка пересечения диагоналей $[AC]$ и $[BD]$. Воспользуемся теоремой: в прямоугольном треугольнике, катет, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы.

Решение:

из ΔB_1BM : $\angle B_1BM = 90^\circ, \angle BMB_1 = 30^\circ; B_1M = 3 \Rightarrow |B_1B| = 1,5$ и $|BM| = \frac{3}{2}\sqrt{3}$

ΔABD : $|BM| = \frac{3}{2}\sqrt{3}; |BD| = 3\sqrt{3}; \angle BAD = 90^\circ; \angle ABD = 60^\circ \Rightarrow \angle ADB = 30^\circ$

$|AC| = 3\sqrt{3}; |AB| = \frac{3}{2}\sqrt{3}; |AD| = \frac{9}{2};$

Если: $B(0; 0; 0)$; то $C(0; \frac{9}{2}; 0)$; $A(\frac{3}{2}\sqrt{3}; 0; 0)$; $D(\frac{3}{2}\sqrt{3}; \frac{9}{2}; 0)$

В задаче просят найти скалярное произведение $\overline{AC} \cdot \overline{BD}$. Пусть вершина B совпадает с началом координат и имеет координаты $B(0; 0; 0)$. Мы уже вычислили длины сторон $[AB]$ и $[AD]$, то можем записать координаты для A, D и C . Чтобы найти координаты векторов $[AC]$ и $[AD]$ воспользуемся формулой: $\overline{AC}\{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$.

Можно устно произвести вычисления. Получим $\overline{AC} \left\{ -\frac{3}{2}\sqrt{3}; \frac{9}{2}; 0 \right\}; \overline{AD} \left\{ 0; \frac{9}{2}; 0 \right\}$.
 Скалярное произведение векторов в координатной форме $a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$.

По этой формуле имеем

$$\overline{AC} \cdot \overline{AD} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\overline{AC} \cdot \overline{AD} = 0 + \frac{81}{4} + 0 = \frac{81}{4} = 20,25$$

Ответ: 20,25.

Эту задачу можно было решать и по формуле

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |a| \cdot |b| \cos \varphi,$$

$$\varphi = \angle CAD = 30^\circ$$

$$\overline{AC} \cdot \overline{AD} = |AC| \cdot |AD| \cdot \cos 30^\circ$$

$$AC \cdot AD = 3\sqrt{3} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{81}{4},$$

тот же ответ 20,25.

Хотя второе решение короче, первое интереснее, цель преподавателя не только показать решение, но повторить как можно больше формул и теорем, в ходе объяснения решения. Повторяем все свойства прямоугольника:

а) диагонали равны между собой;

б) в точке пересечения делятся пополам;

в) внутренние накрест лежащие углы, при двух параллельных прямых и секущей, равны между собой.

Значения тригонометрических углов надо знать в пределах от 0° до 90° . Достаточно знать для синуса, остальные функции, их значения можно вывести опираясь на теорему Пифагора и основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Тригонометрия является частью школьной математики. Со студентами повторяем все формулы. Чаще всего просим вывести формулу, так она запоминается лучше. Вызывают затруднения примеры, где встречаются обратные тригонометрические функции.

Вариант XIX. [1]

№8. Найти $\sqrt{5 \cos(\arctg 0,75)}$

Нахождение значения $(\arctg 0,75)$ по таблицам и телефонам нежелательно. Тем более надо объяснить решение и повторить формулы.

Решение

Пусть $(\arctg 0,75) = \alpha$, тогда $tg(\arctg 0,75) = tg \alpha$,

следовательно $tg \alpha = 0,75$ или $tg \alpha = \frac{3}{4}$.

Согласно тождеству $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$,

произведя деление на $\cos^2 \alpha$,

получим $1 + tg^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$,

подставим значение $tg \alpha$

$$1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{25}{16}, \quad \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$$

так как выражение $\cos \alpha$ находится под знаком радикала, берем только положительное значение $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

Вернемся к нашему примеру

$$\sqrt{5\cos\alpha} = \sqrt{5 \cdot \frac{4}{5}} = \sqrt{4} = 2.$$

Ответ: 2.

Студенты умеют проверять правильность решения квадратного, показательного, логарифмического уравнений. Реже-тригонометрические уравнения.

Предлагаем решение следующей системы.

Вариант XXI. [1]

№б. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \cos\pi x = -1 \\ x^3 - 5x^2 - 14x = 0. \end{cases}$$

Проверяем, когда $\cos x = -1$, период функции $y = \cos x$. Из левой части второго уравнения выносим x и получаем произведение x и приведенного квадратного уравнения. Его корни можно устно найти по теореме Виета.

$$\begin{cases} \cos\pi x = -1 \\ x^3 - 5x^2 - 14x = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi x = \pi + 2\pi n \quad /: \pi \\ x(x^2 - 5x - 14) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z} \\ x_1 = 0, x_2 = -2, x_3 = 7. \end{cases}$$

Теперь нам надо, чтобы корни уравнений совпали. Учитывая, что $n \in \mathbb{Z}$, даем значения.

$$\begin{cases} n = 0, \\ x = 1, \end{cases} \begin{cases} n = 1, \\ x = 3, \end{cases} \begin{cases} n = 2, \\ x = 5, \end{cases}$$

все эти ответы не берем только при $\begin{cases} n = 3 \\ x = 7. \end{cases}$

Обращаем внимание, что n может принимать, только целые значения. При $x = 0$ и $x = -2$, получаем для n дробные значения.

Ответ: 7.

Перед прохождением педагогической практики, мы успеваем повторить основные разделы школьной математики. Показать решения и проанализировать более сложные задачи.

Список литературы

1. М. И. Сканави. Сборник задач по математике для поступающих во втузы. / М. И. Сканави – М.: Мир и образование. 2013. – 608 с.: ил
2. В. А. Гусев. Практикум по элементарной математике. Геометрия. / В. А. Гусев. В.К.Литвиненко, А.Г. Мордкович – М.:1992. - 352 с.
3. Ч.С. Майлыбашева. Самостоятельные работы и модульные задания по методике преподавания математики./ Ч.С. Майлыбашева, Г.Т. Мунапысова.- Б.: 2012. - 90 с.