УДК 681.5

# КРАТКИЙ ОБЗОР МЕТОДОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ УПРАВЛЯЕМЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

***Оморов Туратбек Турсунбекович***, *д.т.н., член-корреспондент , Национальная академия наук Кыргызской республики (НАН КР), Кыргызстан, 720071, г.Бишкек, пр. Чуй, 265а. E-mail: omorovtt@mail.ru, ORCID ID* 0000-0002-5902-0220.

***Осмонова Рима Чынарбековна***, *науч.сотр., НАН КР, Кыргызстан, 720071, г.Бишкек, пр. Чуй, 265а. E-mail: r.osmonova@mail.ru, ORCID ID* 0000-0002-7305-1146.

Выполнен краткий обзор методов идентификации управляемых динамических систем, математические модели которых используются для динамического проектирования регуляторов систем автоматического управления (САУ). При этом описания объектов даются временными (импульсными переходными функциями, линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, разностными уравнениями) и частотными характеристиками (передаточными функциями, вещественными и мнимыми частотными характеристиками). Осуществлена классификация методов синтеза моделей управляемых систем. При этом выделены структурная, параметрическая и непараметрическая идентификация динамических характеристик объектов управления. Отмечается, что в настоящее время по существу отсутствуют формализованные методы структурной идентификации систем. В качестве одного из возможных подходов для решения задач структурной идентификации указывается принцип минимальной (ограниченной) сложности, теория и методологические основы которого успешно применяются для проектирования регуляторов систем автоматизации управления техническими и технологическими объектами. Рассматриваются, в основном, известные методы параметрической и непараметрической идентификации моделей динамических систем, такие как метод наименьших квадратов, градиентные алгоритмы, спектральные методы, частотные методы, метод свертки, корреляционный метод, метод максимального подобия и метод апостериорной вероятности. Отмечаются их основные достоинства и недостатки.

**Ключевые слова:** управляемые системы, математические модели систем, динамические характеристики, методы идентификации.

## THE SHORT REVIEW OF METHODS OF IDENTIFICATION OF THE OPERATED DYNAMIC SYSTEMS

***Omorov Turatbek Tursunbekovich,*** *Doctor of Technical Science, corresponding member, National Academy of Science of the Kyrgyz Republic, 720071, Bishkek, Chui av., 265a. omorovtt@mail.ru.*
***Osmonova Rima Chynarbekovna,*** *research scientist, National Academy of Science of the Kyrgyz Republic, 720071, Bishkek, Chui av., 265a. r.osmonova@mail.ru.*

The short review of methods of identification of the operated dynamic systems which mathematical models are used for dynamic design of regulators of the systems of automatic control (SAC) is executed. At the same time descriptions of objects are given temporary (pulse transitional functions, the linear differential equations with constant coefficients, the differential equations) and frequency characteristics (transfer functions, material and imaginary frequency characteristics). Classification of methods of synthesis of models of the operated systems is carried out. At the same time are allocated structural, parametrical and nonparametric identification of dynamic characteristics of objects of management. It is noted that now in essence there are no formalized methods of structural identification of systems. The principle of the minimum (limited) complexity which theory and methodological bases are successfully applied to design of regulators of systems of automation of management of technical and technological objects is specified as one of possible approaches for the solution of problems of structural identification. Are considered, generally the known methods of parametrical and nonparametric identification of models of dynamic systems, such as method of the smallest squares, gradient algorithms, spectral methods, frequency methods, convolution method, correlation method, method of the maximum similarity and method of a posteriori probability. Their main merits and demerits are noted.

**Keywords**: the operated systems, mathematical models of systems, dynamic characteristics, identification methods.

Проектирование регуляторов систем автоматического управления (САУ) осуществляется на основе моделей управляемых объектов [13, 25, 32]. При этом в качестве математического описания их динамики применяются: дифференциальные и разностные уравнения; передаточные и импульсные переходные функции. В рамках теории управления и идентификации разработан целый ряд подходов и методов построения моделей динамических объектов, которые можно классифицировать на следующие три группы:

- методы структурной идентификации;
- методы параметрической идентификации;
- методы непараметрической идентификации.

Как известно [4, 5, 23], определение структуры модели управляемого объекта представляет собой сложную проблему и в настоящее время в теории идентификации еще не существует формализованных методов ее решения [5, 11]. Один из возможных подходов к синтезу структуры модели объекта заключается в использовании принципа сложности [27, 29]. Основная идея при этом состоит в идентификации управляемого объекта так, чтобы обеспечить ограниченную сложность структуры его модели при заданной ее точности. Для этой цели в рассмотрение целесообразно ввести характеристики сложности такие как: показатели (критерии) сложности модели; шкала сложности; критерии оценки точности модели. В качестве критерия сложности можно использовать: порядки дифференциальных уравнений; порядки числителей и знаменателей передаточных функций; количество специальных функций, входящих в структуры импульсных переходных функций (ИПФ). Действительно чем меньше числовые значения указанных показателей при заданной точности моделей объектов, тем эффективнее осуществляются процедуры используемых методов синтеза регулятора САУ [1, 9, 13, 32] и проще их техническая реализация. В связи с этим актуальным является разработка алгоритмов идентификации моделей ограниченной или минимальной сложности.

Наиболее разработанными в теории управления и идентификации являются методы и алгоритмы параметрической и непараметрической идентификации динамических систем.

К группе параметрической идентификации относятся методы, в которых в качестве математического описания объектов используются дифференциальные, разностные уравнения и передаточные функции, заданные с точностью до неизвестных параметров $p_1, p_2, \dots, p_\mu$. Из этой группы наибольшее применение получили: метод наименьших квадратов (МНК) [8, 23, 30], градиентные алгоритмы [1, 8, 23, 30], стохастическая аппроксимация [6, 23], спектральные и частотные методы [8, 28, 34, 35], а также методы максимального правдоподобия и апостериорной вероятности [23].

Методы непараметрической идентификации, в основном, используются для построения ИПФ. Из этой группы в практике автоматизации управления широкое применение нашли методы свертки [8, 23, 30] и корреляционный метод [8, 26, 30].

Рассмотренная выше классификация методов идентификации динамических систем представлена на рис.1.

**Методы параметрической идентификации.** Параметрическая идентификация включает выполнение следующих основных этапов:

1) выбор типа (класса) и структуры модели объекта управления;
2) выбор и формализация критерия $J(p)$ близости объекта и его модели;
3) оценка вектор-параметра $p^* = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_\mu^*]$ модели, обеспечивающего минимум выбранного критерия идентификации:

$$\min_{p \in R^\mu} J(p) = J(p^*). \qquad (1)$$

Выбор критерия идентификации $J(p)$ осуществляется в зависимости от объема информации о внешних возмущениях и помехах измерения.

Метод наименьших квадратов, в основном, используется в тех случаях, когда возмущения не измеряются (не контролируются). При этом критериальная (штрафная) функция $J(p)$ определяется евклидовой нормой, определяемой формулой:

$$J\,(p) = \int_{t_0}^{t_k} \|e(p,t)\|^2 d\tau, \qquad (2)$$

где $e(p) = [e_1(p), e_2(p), \ldots, e_n(p)]^T$ – вектор ошибки идентификации:

$$e(p) = y(p,t) - y^*(t).$$

В случае, когда выбранная модель объекта управления описывается линейным дифференциальным или разностным уравнением, штрафная функция $J(p)$ является квадратической функцией от параметров модели $p_1, p_2, \ldots, p_\mu$. При этом решение экстремальной задачи приводит к системе линейных алгебраических уравнений относительно компонентов вектора $p$. Если его размерность $\mu$ велика, то решение полученной системы уравнений представляет определенные трудности, так как процедура обращения матрицы системы является сложной задачей. В связи с этим разработаны рекуррентные алгоритмы метода наименьших квадратов, которые дают возможность последовательно определить оценки параметров модели объекта без операции обращения матрицы системы. Искомая оценка вектора $p$ является несмещенной и состоятельной, если возмущения представляют собой независимые одинаково распределенные случайные величины [1].

В случае, когда критерий $J(p)$ является нелинейной функцией от компонентов вектора $p$, полученная система алгебраических уравнений, определяющих необходимые условия ее экстремума, также является нелинейной функцией. При этом для решения задачи (1), т.е. для идентификации объекта можно использовать градиентные методы [1, 23, 30], которые делятся на 2 группы: прямые и косвенные методы. В прямых методах штрафная функция $J(p)$ минимизируется на каждом шаге по итерационной схеме:

$$p^{i+1} = p^i - K^i \frac{\partial J(p^i)}{\partial p^i}, \qquad i = 0,1,2, \ldots, \qquad (3)$$

где $p^i$ – значение вектора $p$ на $i$ -ом шаге;

$\dfrac{\partial J\,(p^i)}{\partial p^i} = \left.\dfrac{\partial J\,(p)}{\partial p}\right|_{p=p^i}$ – вектор градиент функции $J(p)$ в точке $p^i$;

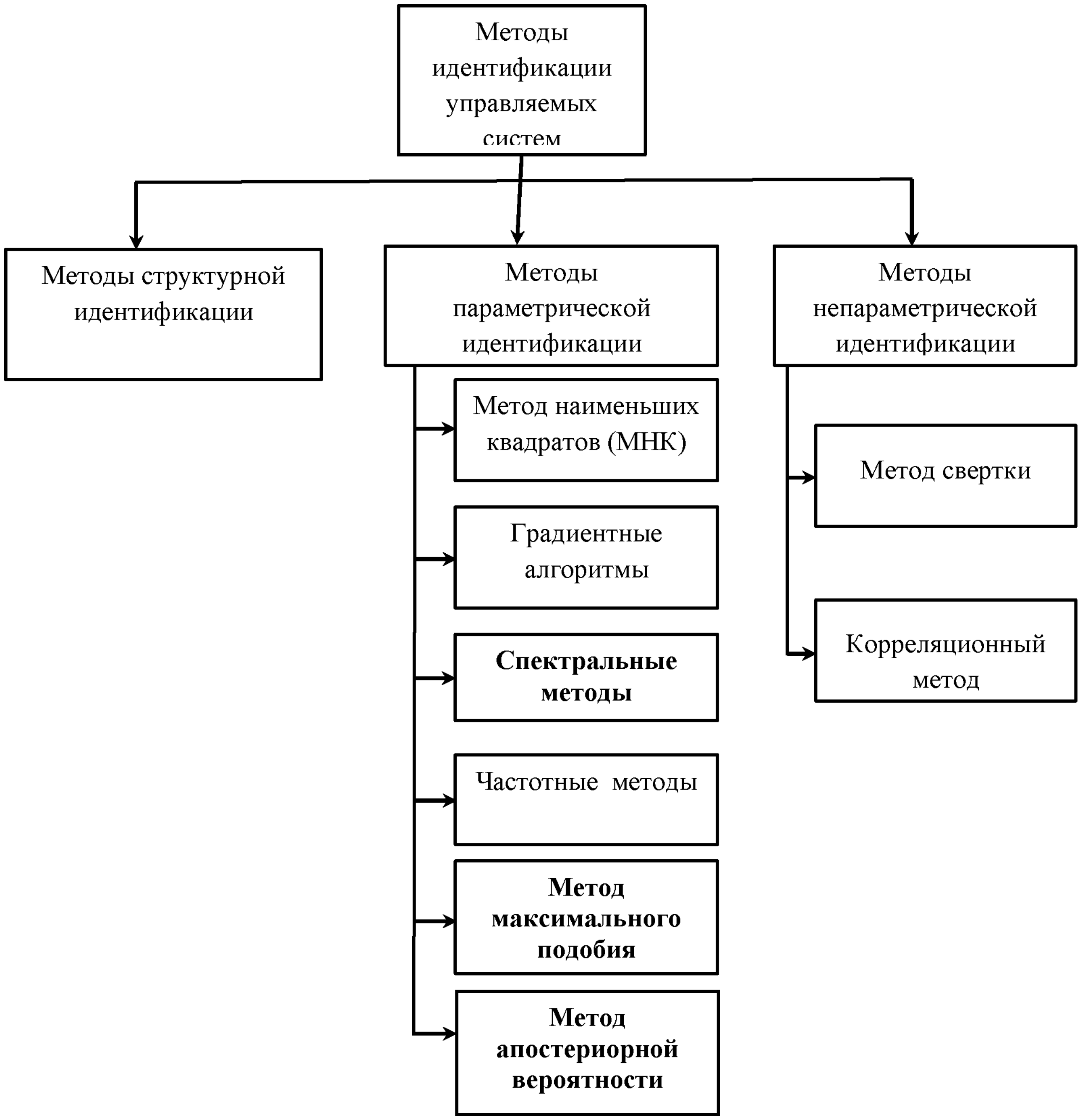


Рис.1. Классификация методов идентификации динамических объектов

$K^i = diag\left[k_\nu^i\right]_{m\times m}$ - диагональная матрица, элементами которой являются положительные числа $k_\nu^i$, выбираемые из условий обеспечения сходимости последовательности (3) и необходимой скорости сходимости.

Таким образом, в градиентных методах процедура идентификации объекта сводится к формированию последовательности (3), которая завершается, если выполняется условие

$$\left\|\frac{\partial J\,(p^i)}{\partial p^i}\right\| \le \varepsilon, \tag{4}$$

где $\varepsilon$ - малое положительное число.

Найденный при этом вектор-параметр $p^* = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_\mu^*]$, обеспечивает локальный минимум критерия $J(p)$. В общем случае штрафная функция $J(p)$ может иметь несколько экстремумов, что усложняет процедуру идентификации объекта управления.

Градиентный метод, реализующий вычислительный алгоритм (3), известен как классический градиентный метод первого порядка, который приводит к медленной сходимости в окрестности точки экстремума. Для того чтобы обеспечить быструю сходимость итерационного процесса используется метод наискорейшего спуска [23] или градиентный метод второго порядка, известный как метод Ньютона [2, 3, 23]. Для этой цели более эффективным может оказаться метод сопряженного градиента [2], сочетающий преимущества методов первого и второго порядков. Недостатком этих алгоритмов является то, что при высоких порядках моделей объектов реализация их вычислительных процедур представляет определенные трудности. Проблема усугубляется, если штрафная функция является многоэкстремальной и имеет овражную структуру. Для этих случаев разработаны специальные методы [7, 33], в частности, метод оврагов [7] и алгоритм массивной точки [3].

К классу градиентных методов можно отнести и подход к синтезу регуляторов САУ [14-19] и параметрической идентификации объектов управления [12, 20, 21]. Основу этого подхода составляют критериальные условия на штрафные функции $J(p)$, которые позволяют получить уравнения адаптации (самонастройки) параметров синтезируемого регулятора и модели управляемого объекта. Вычислительные процедуры разработанных алгоритмов дают возможность идентифицировать динамические системы, описываемые передаточными функциями, импульсными переходными функциями, линейными дифференциальными и разностными уравнениями.

В целях параметрической идентификации управляемых систем также используются косвенные методы, такие как методы квазилинеаризации, дифференциальной и разностной аппроксимации [23]. При реализации алгоритма квазилинеаризации нелинейные функции, входящие в уравнение динамики объекта, линеаризуются на каждом шаге итерации, например, по схеме Тейлора. Метод квазилинеаризации позволяет:

- осуществить оценку параметров нелинейных моделей стационарных, нестационарных и многомерных объектов, представленных в виде дифференциальных и разностных уравнений с учетом возмущающих воздействий;
- достаточно эффективно решать двухточечные краевые задачи, к которым сводятся некоторые задачи параметрической идентификации систем.

Основными недостатками метода квазилинеаризации являются:

- сложность и трудоемкость вычислительных процедур из-за применения методов оптимального управления при динамических ограничениях;
- имеются трудности, связанные с заданием начального приближения, от которого во многом зависит сходимость итерационного процесса.

Методы стохастической аппроксимации [23] по существу являются развитием градиентных алгоритмов в условиях неопределенности. Первоначально они использовались для решения уравнений регрессии и нахождения экстремумов функций регрессий [23, 30, 31]. В дальнейшем идеи стохастической аппроксимации начали использоваться для решения задач параметрической идентификации объектов, описываемых системой дифференциальных и разностных уравнений с учетом действий внешних возмущений и помех измерений. При этом большие трудности представляет выбор аналога матрицы $K^i$, обеспечивающей сходимость итерационной процедуры. При идентификации динамических систем на основе стохастической аппроксимации возникает необходимость применения методов теории оптимального управления [22, 24], в частности, принципа максимума, что значительно усложняет процедуру поиска искомого вектор-параметра объекта $p^* = [p_1^*, p_2^*, \ldots, p_\mu^*]$.

**Непараметрические методы идентификации.** Эта группа методов предназначена, в основном, для определения модели объекта управления в форме импульсной переходной функции (ИПФ). Основными из них являются:

- методы, основанные на решении уравнений типа свертки [1, 13, 23];
- корреляционный метод [1, 23, 26].

Рассмотрим основные идеи этих методов на примере одномерных объектов управления. В методе свертки исходным соотношением для идентификации является, в частности, уравнения свертки:

$$y_1(t) = \int_0^t u_1\,(t-\tau)w_1(\tau)d\tau. \qquad (5)$$

На основе уравнения (5) и наблюдений (измерений) входного $u_1^*(k)$ и выходного $y_1^*(k)$ сигналов объекта в дискретные моменты $t_k = k\cdot\Delta t$, $k=\overline{0,N-1}$, формируется система алгебраических уравнений относительно значений ИПФ $w(t_k)=w(k)$:

$$\bar{y}^* = U\bar{w}, \qquad (6)$$

где векторы $\bar{y}^* = [\bar{y}_1^*(0), \bar{y}_1^*(1), \dots, \bar{y}_1^*(N-1)]^T$, $\bar{w} = [w_1(0), w_1(1), \dots, w_1(N-1)]^T$, а матрица

$$U = \begin{bmatrix} u_1^*(0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ u_1^*(1) & u_1^*(0) & 0 & \dots & 0 \\ u_1^*(2) & u_1^*(0) & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_1^*(N-1) & u_1^*(N-2) & u_1^*(N-3) & \dots & u_1(0) \end{bmatrix}.$$

Здесь без потери общности принято, что $\Delta t$=1. При $u_1^*(0) \neq 0$ существует обратная матрица $U^{-1}$, поэтому искомый вектор $\bar{w}$ определяется в явной форме:

$$\bar{w} = U^{-1}\bar{y}^*. \qquad (7)$$

Треугольная структура матрицы $U$ обеспечивает простоту процедуры идентификации объекта на основе метода свертки. При этом используются данные наблюдений «вход – выход», записанные в процессе нормальной работы объекта управления без использования специальных входных тестовых сигналов. Метод свертки имеет ряд недостатков:

- при больших N снижается точность метода, так как возрастают ошибки округления;
- наличие помех в измерениях делает невозможным использование алгоритма (7);
- в случае непрерывного объекта в большинстве случаев найденные числовые значения $w(k)$, $k=\overline{0,N-1}$, необходимо преобразовать в удобную форму (например, в виде непрерывной функции от времени $t$ или передаточной функции) для применения соответствующего метода синтеза САУ.

Повышение эффективности метода можно достичь на основе использования быстрого преобразования Фурье [10, 28].

Корреляционный метод идентификации объекта управления является статическим и применяется для определения ИПФ $w_1(t)$ в случае, когда на его входе действует случайный сигнал $u_1(t)$, а измерение выходной величины сопровождается с помехой $v_1(t)$. При этом объект описывается уравнением

$$y_1(t) = \int_0^t w_1\,(t-\tau)u_1(\tau)d\tau + v_1(t). \qquad (8)$$

Для определения ИПФ $w_1(t)$ используется уравнение Винера – Хопфа:

$$R_{uy}(\tau) = \int_0^\infty R_u(\tau-\lambda)w_1\,(\lambda)d\lambda, \qquad (9)$$

где $R_u(\tau)$ - корреляционная функция случайного сигнала $u_1(t)$;

$R_{u,y}(\tau)$ - взаимная корреляционная функция сигналов $u_1(t)$ и $y_1(t)$.

Операция дискретизации функций в точках $\tau_k = k\Delta\tau,\ k = 0,1,\dots,N$, входящих в соотношение (9), приводит к системе линейных алгебраических уравнений

$$\bar{R}_{uy} = \bar{R}_u\bar{w}, \tag{10}$$

где $\bar{R}_{uy}$ и $\bar{w}$ – векторы: $\bar{R}_{uy} = [R_{uy}(0),\ R_{uy}(1),\dots,\ R_{uy}(N-1)]^T$, $\bar{w} = [w(0), w(1),\dots, w(N-1)]^T$; $\bar{R}_u$ – матрица, определяемая соотношением:

$$\bar{R}_u = \begin{bmatrix} R_u(0) & R_u(-1) & \dots & R_u(-N) \\ R_u(1) & R_u(0) & \dots & R_u[-(N-1)] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_u(N) & R_u(N-1) & \dots & R_u(0) \end{bmatrix}.$$

При этом без потери общности считается, что $\Delta\tau$=1. Матрица $\bar{R}_u$ является симметричной, так как функция $R_u(\tau)$ представляет собой четную функцию, т.е. $R_u(\tau) = R_u(-\tau)$. В результате при известных корреляционных функциях $R_u(\tau)$ и $R_{uy}(\tau)$ искомый вектор $\bar{w}$ определяется по формуле

$$\bar{w} = \bar{R}_u^{-1}\bar{R}_{uy}, \tag{11}$$

где $\bar{R}_u^{-1}$ – матрица обратная $\bar{R}_u$.

По сравнению с методом свертки статистический подход к идентификации объектов обладает преимуществом, что проявляется в значительном увеличении точности оценки ИПФ за счет устранения неизмеряемых (неконтролируемых) помех. Кроме этого корреляционный метод не требует наличия априорной информации об объекте управления, в то же время позволяет определить его ИПФ независимо от данных «вход – выход», поступающих в процессе нормальной эксплуатации технологического объекта. С другой стороны рассматриваемый метод можно использовать для идентификации только линейных динамических систем, характеристики которых изменяются медленно. Его реализация требует дополнительные аппаратные и программные средства, которые необходимы для получения соответствующих корреляционных функций.

Спектральные методы идентификации [28] базируются на понятии спектральных характеристик объектов и их сигналов, которые определяются набором коэффициентов Фурье рассматриваемых процессов относительно используемой системы ортонормированных (базисных) функций $\{\varphi_k(t)\}$. В качестве последних широкое применение получили функции Лягера [28], и Уолша [10]. Использование спектральных методов позволяет идентифицировать параметры моделей объектов, представленных в виде дифференциальных и разностных уравнений, передаточных и импульсных переходных функций, заданных с точностью до неизвестных параметров. Реализация процедуры идентификации одномерного объекта на основе рассматриваемого метода включает следующие основные этапы:

1. Выбор вида и структуры модели объекта.
2. В случае описания объекта дифференциальным уравнением его преобразование в эквивалентное интегральное уравнение. При идентификации ИПФ нет необходимости такого преобразования, так как непосредственно используется уравнение типа свертки или уравнение Винера-Хопфа (9).
3. Спектральное разложение экспериментально полученных данных о входном $u_1(t)$ и выходном $y_1(t)$ сигналах объекта управления относительно выбранной системы базисных функций $\{\varphi_k(t)\}$:

$$u_1(t) = u_1(c^u, t) = \sum_{k=1}^{N} c_k^u\, \varphi_k(t), \tag{12}$$

$$y_1(t) = y_1(c^y, t) = \sum_{k=1}^{N} c_k^y \, \varphi_k(t), \tag{13}$$

где $c^u$, $c^y$ - векторы, составленные из коэффициентов Фурье $c_k^u$, $c_k^y$ соответственно функций $u_1(t)$ и $y_1(t)$.

4. Спектральное представление ядер интегрального уравнения, полученного на втором этапе. В случае идентификации ИПФ объекта

$$w_1(t) = w_1(c^w, t) = \sum_{k=1}^{\bar{N}} c_k^w \, \varphi_k(t), \tag{14}$$

где $c^w = [c_1^w, c_2^w, \dots, c_{\bar{N}}^w]$ - вектор-параметр ИПФ, который требуется определить.

5. На основе полученного на втором этапе формирование системы алгебраических уравнений относительно искомой спектральной характеристики объекта. В случае идентификации ИПФ эта система является линейной:

$$\bar{A}c^w = \bar{B}, \tag{15}$$

где матрица $\bar{A}$ и вектор столбец $\bar{B}$ являются известными, элементы которых зависят от элементов векторов $c^u$ и $c^y$.

6. Решение векторно-матричного уравнения и определение искомого вектор-параметра $c^w$ ИПФ. при этом используются известные численные методы [3], в частности, можно использовать метод наименьших квадратов.

Спектральный подход к задачам идентификации динамических систем является универсальным методом, так как позволяет построить модели широкого класса объектов управления, принадлежащих линейным и нелинейным, стационарным и нестационарным, одномерным и многомерным, детерминированным и стохастическим системам. Существенным недостатком рассматриваемого метода является достаточно большой объем вычислений, необходимых для реализации его алгоритма, что связано с необходимостью спектрального разложения действующих в системе сигналов, их статистических характеристик и динамических характеристик идентифицируемых объектов, а также для решения системы уравнений вида (15) при высоких порядках их моделей. В связи с этим для расчета спектральных характеристик сложных систем и процессов используются алгоритмы быстрого преобразования Фурье (БПФ) [10, 28].

Частотные методы идентификации ориентированы на определение параметров передаточных функций объектов управления. Частотная характеристика $W_1(jw)$ объекта [13, 26] непосредственно определяется по его передаточной функции $W_1(S)$. Например, если передаточная функция задается дробно-рациональным выражением, то соответствующая частотная характеристика представляется в виде

$$W_1(jw) = W_1(S)\big|_{S=jw} = \frac{\sum_{n=0}^{m} b_n (jw)^n}{\sum_{i=0}^{n} a_i (jw)^i} = \frac{r_1(w) + jh_1(w)}{z_1(w) + a_1(w)} =$$

$$= d_1(w) + jb_1(w) = A_1(w) j_1(w), \tag{16}$$

где $\quad d_1(w) = \mathrm{Re}\, W_1(jw), \qquad b_1(w) = J_m W_1(jw),$

$$A_1(w) = \sqrt{d_1^2(w) + b_1^2(w)}, \qquad j_1(w) = arctg \frac{b_1(w)}{d_1(w)}.$$

Идентифицируемый вектор-параметр $p$ включает неизвестные коэффициенты полиномов числителя и знаменателя передаточной функции $W_1(S)$, т.е. $p = [p_1, p_2, \dots, p_\mu] = [a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m]$, где его размерность $\mu = n + m + 2$.

Частотные характеристики объекта $A_1(w)$, $\varphi_1(w)$, $d_1(w)$, $\beta_1(w)$ можно получить экспериментальным путем. Для этого на его вход подается гармонический сигнал $u_1(t) = 1 \cdot sin\, wt$ с частотой $w$. При этом на выходе объекта устанавливается сигнал $y_1(t) = A_1(w) sin[wt + \varphi_1(w)]$. Повторяя эту процедуру $\widetilde{N}$ раз для различных значений частоты $w_k$, $k = \overline{1, \widetilde{N}}$, можно получить набор значений $A_1(w_k)$ и $\varphi_1(w_k)$, $k = \overline{1, \widetilde{N}}$, путем их измерения на выходе объекта. Далее на основе этих данных определяются значения для характеристик $d_1(w_k)$ и $\beta_1(w_k)$ используя следующие соотношения:

$$d_1(w_k) = A_1(w_k)\, cos\varphi_1(w_k),$$
$$\beta_1(w_k) = A_1(w_k)\, sin\varphi_1(w_k), \quad k = \overline{1, \widetilde{N}}. \tag{17}$$

Следует отметить, что эти данные можно получить без использования формул (17) как выходы фильтра Фурье [1] подавая на его вход сигнал $y_1(t)$ (рис.2). При этом

$$d_1(w_k) = \int_0^T y_1(t) sin\, w_k t dt,$$

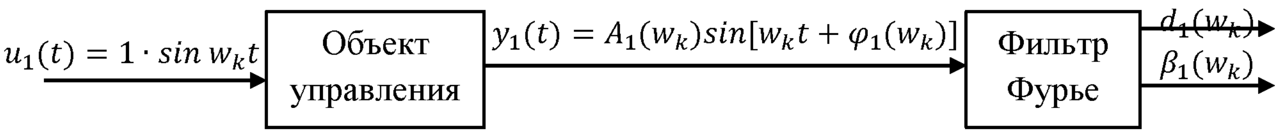


Рис.2. Схема получения характеристик $d_1(w_k)$ и $\beta_1(w_k)$.

$$\beta_1(w_k) = \int_0^T y_1(t) cos\, w_k t dt,$$

где Т- период усреднения (фильтрации) сигнала $y_1(t)$.

В результате на основе соотношения (16) для оценки искомого вектор-параметра модели объекта $p = [p_1, p_2, \dots, p_\mu]$ составляется система из $2\widetilde{N}$ линейных алгебраических уравнений [1]:

$$r_1(w_k) = l_1(w_k) d_1(w_k) - m_1(w_k) \beta_1(w_k),$$
$$\eta_1(w_k) = m_1(w_k) d_1(w_k) - l_1(w_k) \beta_1(w_k), \tag{18}$$

$k = \overline{1, \widetilde{N}}$.

Для решения этой системы используются известные методы и алгоритмы, например, метод наименьших квадратов. Рассмотренный частотный метод имеет ряд недостатков:

- эксперимент для получения данных по частотным характеристикам возможен только определенного класса объектов, так как он связан с нарушением нормальной работы объекта управления;
- запись частотных характеристик объекта требует дополнительных аппаратурных и программных средств;
- повышение точности идентификации параметров передаточных функций обуславливает увеличение объема и сложности вычислительных процедур метода, что связано с возрастанием порядка системы уравнений (18).

К группе параметрической идентификации объектов управления относятся и методы, использующие априорную информацию о статистических характеристиках сигналов и помех в каналах измерения. В случае, когда имеется априорная информация о плотности распределения $r(y)$ вектора выхода объекта $y(t)$ в качестве штрафной функции $J(p)$ используется условная плотность вероятности $r(y/p)$ наблюдаемого процесса $y(t)$ относительно вектор-параметра $p = [p_1, p_1, \dots, p_\mu]$, т.е.

$$J(p) = r(y/p). \tag{19}$$

Функция $J(p)$, определяемая формулой (19), называется функцией правдоподобия [30]. Оценка искомого вектор-параметра $p = p^*$ определяется из условия максимума $r(y/p)$, т.е.

$$\max_{pOR^m} J(p) = J(p^*). \quad (20)$$

Такой подход к идентификации объектов называется методом максимального правдоподобия [23]. Для решения экстремальной задачи используются известные численные методы [2, 3], в частности, градиентные методы.

Другой подход, относящийся к указанной группе, известен как метод максимума апостериорной вероятности, в котором предполагается, что априори известна плотность вероятности $r(p)$ вектор-параметра $p$, а штрафная функция $J(p)$ определяется через условную плотность вероятности $r(p/y)$, т.е.

$$J(p) = r(p/y). \quad (21)$$

Оценка вектор-параметра объекта $p = p^*$ находится путем максимизации штрафной функции $J(p)$, определяемой выражением (21). При этом также используются известные вычислительные алгоритмы. На основе методов максимального правдоподобия и максимума апостериорной вероятности можно решать задачи параметрической идентификации широкого класса линейных, нелинейных, непрерывных, дискретных и многомерных объектов управления при наличии случайных возмущающих воздействий несмотря на то, что они имеют ряд недостатков:

- формализованное описание статистических характеристик случайных процессов требует значительного объема работ;
- построение штрафной функции $J(p)$ представляет определенные трудности;
- реализация алгоритмов методов связана со сложными вычислительными процедурами;
- точность полученных оценок параметров моделей объектов ухудшается при неправильном описании априорных статистических характеристик (математических ожиданий, ковариационных матриц).

**Выводы**. Выполнен краткий обзор методов идентификации управляемых динамических систем, наиболее часто используемых для синтеза регуляторов систем автоматического управления. Осуществлена их классификация. Рассмотрены критериальные (штрафные) функции и вычислительные схемы, реализующие процедуры параметрической идентификации моделей объектов управления, а также их основные достоинства и недостатки методов идентификации.

## Список литературы

1. Александров А.Г. Оптимальные и адаптивные системы. –М.: Высшая школа, 1989. -263с.
2. Аоки М. Введение в методы оптимизации. М.: Наука, 1977. - 334 с.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы –М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. -632с.
4. Гинсберг К.С. Концепция научного проектирования инженерного моделирования для слабо изученных объектов управления: новый подход к проблемам структурной идентификации // Труды IX Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO ‘12. –М.: ИПУ РАН, 2012. –С. 802–828.
5. Грачев А.Н., Понятский В.М., Во Конг Ту. Структурная и параметрическая идентификация линейных динамических объектов корреляционными методами // ВСПУ: XII Всероссийское совещание по проблемам управления. –М.: 2014. -С.2926-2935.

6. Граничин О. Н. Поисковые алгоритмы стохастической аппроксимации с рандомизацией на входе // Автоматика и телемеханика, 2015, №5. -С.43-59.

7. Гельфанд И.М., Вул Е.Б., Гинзбург С.А., Федоров Ю.Г. Метод оврагов в задачах рентгеноструктурного анализа. –М.: Наука, 1966. -98с.

8. Дилигенская А.Н. Идентификация объектов управления. – Самара: СГТУ, 2009. – 136 с.

9. Джолдошов Б.О., Оморов Т.Т. Краткий обзор методов анализа и синтеза нелинейных САУ // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И.Раззакова. 2012. Т. 26. -С. 28-36.

10. Залманзон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. М.: Наука, 1989. 496 с.

11. Кучеренко П. А., Соколов С. В. Алгоритмы нелинейной фильтрации в задаче структурной идентификации многоструктурных стохастических объектов // Мехатроника, Автоматизация, Управление, 2014, №6.

12. Курманалиева Р.Н., Оморов Т.Т., Осмонова Р.Ч. К проблеме идентификации модели управляемой системы по экспериментальным данным // Universum: технические науки. 2015. № 6 (18). -С. 3.

13. Методы классической и современной теории автоматического управления. В 5-ти томах. Т2: Статическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. Пупкова К.А, Егупова Н.Д. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. -646с.

14. Оморов Т.Т. Теория и методы синтеза систем автоматического управления на основе концепции допустимости // Известия Национальной Академии наук Кыргызской Республики. 2009. № 4. -С. 121-128.

15. Оморов Т.Т., Кожекова Г.А. Синтез законов управления взаимосвязанными электроприводами // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2009. №10. -С.10-13.

16. Оморов Т.Т., Кожекова Г.А. Синтез адаптивного регулятора многомерной системы управления в условиях параметрической неопределенности // Известия Национальной Академии наук Кыргызской Республики. 2010. № 2. -С. 64-67.

17. Оморов Т.Т., Жолдошов Т.М., Кожекова Г.А. Методологические основы синтеза систем автоматического управления с использованием принципа гарантируемой динамики // Известия Национальной Академии наук Кыргызской Республики. 2012. № 4. -С. 35-40.

18. Оморов Т.Т., Кожекова Г.А. Синтез системы управления синхронным генератором // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2011. №1. -С. 5-9.

19. Оморов Т.Т., Джолдошов Б.О. Синтез систем стабилизации по заданным критериальным ограничениям // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева. 2005. № 2(42). -С.18-28.

20. Оморов Т.Т., Курманалиева Р., Осмонова Р. Идентификация передаточной функции стационарного объекта управления // Известия КГТУ им.И.Раззакова, 2014, №33. -С.592-595.

21. Оморов Т.Т., Курманалиева Р.Н., Осмонова Р.Ч. Параметрическая идентификация линейного дискретного объекта управления // Вестник науки и образования Северо-запада России. 2015. Т. 1. № 3. -С. 68-73.

22. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1976. –392с.

23. Сейдж Э.П., МелсДж.Л. Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974. – 248 с.

24. Спиди, Р. Браун, Дж. Гудвин. Теория управления. -М.: Мир, 1973, -248с.

25. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А.Красовского. –М.: Наука, 1987. – 712 с.