

## СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ РОТОРА ГЕНЕРАТОРА ПРИ ВОЗМУЩЕННЫХ ВО ВНЕШНЕЙ СЕТИ

*Абдылдаева Мээрим Таалайбековна, преподаватель, КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г.Бишкек, пр. Мира 66. Тел: 0312-54-51-30, e-mail: [meki-88@mail.ru](mailto:meki-88@mail.ru) [ORCID ID 0000-0002-7871-6741](#)*

*Абасканова Асыл Кубанычбековна, магистр, КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г.Бишкек, пр. Мира 66. [ORCID ID 0000-0003-0931-2601](#)*

*Сабыржан кызы Асель, магистр, КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г.Бишкек, пр. Мира 66. [ORCID ID 0000-0002-9879-179X](#)*

*Алымбаев Эрлан Айтбекович, магистр, КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г.Бишкек, пр. Мира 66 [ORCID ID 0000-0002-4606-6799](#)*

**Аннотация:** Каждый синхронный агрегат, рассматриваемый с позиций аналитической динамики, может быть представлен в виде обычной крутильной схемы, состоящей из ряда дисков (маховиков) – аккумуляторов кинетической энергии, соединенных между собой упругими связями, включая связь между генератором и сетью.

Схема, отличается от известных крутильных схем упругой связью между ротором генератора и «массой» сети, имеющей бесконечно большую величину. Эта упругая связь характеризуется синхронной жесткостью генератора, которая зависит от режима последнего.

Если демпферный эффект у машины отсутствует, то коэффициент затухания  $\alpha=0$ , т.е. имеют место незатухающие колебания с угловой частотой  $\omega_c$ , называемой угловой частотой системы без демпфирования.

Если при включенном возбуждении синхронная связь генератора с сетью отсутствует (синхронная жесткость равно нулю), то коэффициент затухания совпадает по величине с угловой частотой ( $\alpha=\beta$ ), т.е. при начальной скорости угла вылета ротора, не равной нулю, никакая сила не препятствует изменению этого угла. Наоборот, если в начальный момент имеет место изменение этого угла, то с течением времени его величина приобретает значение

$$\Delta\theta(t) = \Delta\theta_0 + \Delta\dot{\theta} \frac{J}{D},$$

иллюстрирующее движение ротора при тормозном эффекте демпферной обмотки.

**Ключевые слова:** турбогенератор, кинетическая энергия, одномассовая система, ротор, агрегат, аккумулятор, ротор, режим.

## FREE OSCILLATIONS OF THE GENERATOR ROTOR WHEN DISTURBED IN THE EXTERNAL NETWORK

*Abdyldaeva Meerim Taalaybekovna*, teacher, Kyrgyzstan, 720044, c.Bishkek, KSTU named after I.Razzakov. Phone: 0312-54-51-30, e-mail: [meki-88@mail.ru](mailto:meki-88@mail.ru) [ORCID ID 0000-0002-7871-6741](https://orcid.org/0000-0002-7871-6741)

*Abaskanova Asyl Kubanychbekovna*, Master, KSTU them. I.Razzakova, Kyrgyzstan, 720044, Bishkek, Mira Ave. 66. [ORCID ID 0000-0003-0931-2601](https://orcid.org/0000-0003-0931-2601)

*Sabyrzhan kyzy Asel*, Master, KSTU them. I.Razzakova, Kyrgyzstan, 720044, Bishkek, Mira Ave. 66. [ORCID ID 0000-0002-9879-179X](https://orcid.org/0000-0002-9879-179X)

*Alymbaev Erlan Aitbekovich*, Master, KSTU them. I.Razzakova, Kyrgyzstan, 720044, Bishkek, Mira Ave. 66. [ORCID ID 0000-0002-4606-6799](https://orcid.org/0000-0002-4606-6799)

**Abstract:** Each synchronous unit, considered from the standpoint of analytical dynamics can be represented as a simple torsional scheme, consisting of a number of disks (flywheels) – accumulators of kinetic energy connected by elastic connections, including the connection between the generator and the network.

The scheme differs from known schemes of torsional elastic connection between the rotor of the generator and ground network that has an infinite value. This elastic connection stiffness is characterized by a synchronous generator depends on the mode of the latter.

If there is no damping effect for the machine, then the damping coefficient is  $\alpha = 0$ , i.e. there are undamped oscillations with an angular frequency  $\omega_c$ , called the angular frequency of the system without damping.

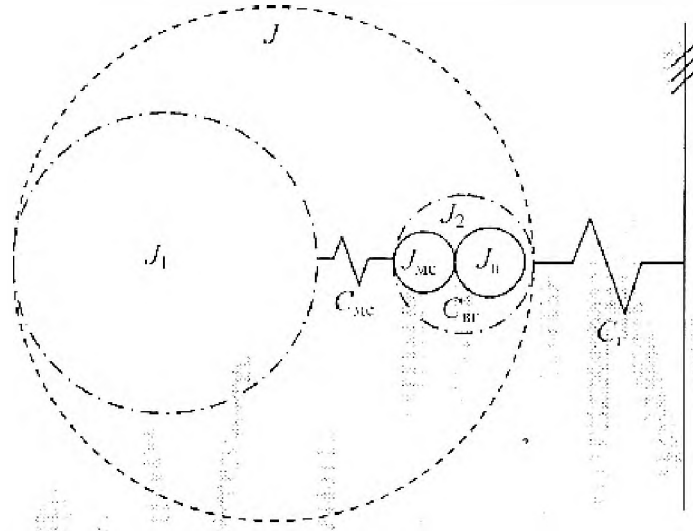
If there is no synchronous link between the generator and the network when the excitation is switched on (the synchronous rigidity is zero), then the attenuation coefficient coincides in magnitude with the angular frequency ( $\alpha = \beta$ ), i.e. with the initial velocity of the angle of the rotor's departure not equal to zero, no force prevents the change of this angle. Conversely, if, at the initial moment, this angle changes, then in the course of time its value acquires a value

$$\Delta\theta(t) = \Delta\theta_0 + \Delta\dot{\theta} \frac{J}{D},$$

illustrating the motion of the rotor with the braking effect of the damper winding.

**Keywords:** turbo-generator, kinetic energy, single-mass system, rotor, aggregate, battery, rotor, mode.

Каждый синхронный агрегат, рассматриваемый с позиций аналитической динамики, может быть представлен в виде обычной крутильной схемы, состоящей из ряда дисков (маховиков) – аккумуляторов кинетической энергии, соединенных между собой упругими связями, включая связь между генератором и сетью. Например, на рис. 1 приведена крутильная схема турбогенератора [1].



**Рис. 1. Крутильная схема синхронного турбогенератора, включенного на шины энергосистемы и представление ее двухмассовой ( $J_1, J_2$ ) и одномассовой ( $J$ ) схемами.**

*Моменты инерции:  $J_1$  – ротора турбины;  $J_2$  – ротора генератора;  $J_B$  – якоря возбудителя;  $J_{MC}$  – муфты соединительной;*

*Жесткости:  $C_{MC}$  – соединительной муфты «турбина – генератор»;  $C_{BC}$  – соединительной муфты «генератор – возбудитель»;  $C_e$  – «синхронного вала»*

Схема, отличается от известных крутильных схем упругой связью между ротором генератора и «массой» сети, имеющей бесконечно большую величину. Эта упругая связь характеризуется синхронной жесткостью генератора, которая зависит от режима последнего.

Кинетическая энергия приведенной системы определяется по общей формуле (1)

$$T = \frac{1}{2} (J_T \theta_T^2 + J_{MC} \theta_{MC}^2 + J_G \theta_G^2 + J_B \theta_B^2) \quad (1)$$

где  $J_T, J_{MC}, J_G, J_B$  – моменты инерции эквивалентных масс агрегата: ротора турбины, муфты турбины, муфты соединительной, ротора генератора, якоря возбудителя;  $\theta_T, \theta_{MC}, \theta_G, \theta_B$  – соответствующие углы поворота маховых масс.

Анализ крутильных схем агрегатов показывает, что упругие связи в них имеют различные значения. Линия вала агрегата, включенного на сеть, состоит из участков стального вала, колодок соединительной муфты и «электромагнитного вала» между сетью и ротором.

Податливость упругого вала вычисляется по известной формуле

$$l = \frac{l_B}{G \cdot J_p},$$

где  $G$  – модуль сдвига материала,  $\text{кг} \cdot \text{см}^{-2}$ ;  $l_B$  – длина скручиваемого участка вала,  $\text{см}$ ;  $J_p$  – полярный момент сечения вала,  $\text{см}^4$ .

Модуль сдвига стали составляет  $82 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \text{см}^{-2}$ , резины –  $7 \text{ кг} \cdot \text{см}^{-2}$ . Такое соотношение модулей материалов дает право считать стальные валы двигателя и генератора абсолютно жесткими и рассматривать упругие связи только соединительной муфты и «электромагнитного вала».

Податливость синхронной связи между ротором генератора и шинами сети, приведенная к валу двигателя, может быть вычислена по формуле (2)

$$l_s = \frac{n \eta_r \cdot 10^{-2}}{975 p S_r} \left[ \frac{x_d \cdot x_q}{U E_q x_q \cos \theta_0 + (x_d - x_q) U^2 \cos 2\theta_0} \right] \text{ кг} \cdot \text{см}^{-1} \quad (2)$$

(величины в квадратных скобках принимаются в относительных единицах). Например, для турбогенератора ТВВ-200-2 мощностью 200 МВт при 3000 об/мин податливость без

нагрузки и с номинальной нагрузкой соответственно равна  $4,37 \cdot 10^{-7} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  и  $1,95 \cdot 10^{-7} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ , а для генератора ГСС 114-8 мощностью 150 кВт при 750 об/мин податливость без нагрузки и с номинальной нагрузкой соответственно равна  $6,9 \cdot 10^{-6} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  и  $4,3 \cdot 10^{-6} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ .

В приближенных расчетах, в которых не требуется оценивать влияние ЭДС, напряжения и других параметров на синхронную жесткость, последняя может быть вычислена по формулам (3)

$$C_{\Gamma} = \frac{S \cdot \cos \varphi}{\theta_0}, \text{ о.е.}, C_{\Gamma} = \frac{p \cdot M_{\text{Д}}}{\theta_0}, \text{ кг} \cdot \text{м} \quad (3)$$

где  $\theta_0$  – угол вылета ротора берется в радианах. Первая формула дает величину электрической синхронной жесткости генератора, вторая – ту же величину, приведенную к валу двигателя [2].

Податливость электрической синхронной связи между валом генератора и шинами сети определится в виде

$$l_{\text{э}} = \frac{\theta_0}{p \cdot M_{\text{Д}}}, \text{ кг}^{-1} \cdot \text{см}^{-1} \quad (4)$$

где  $\theta_0$  – угол вылета ротора.

При обычных параметрах синхронная податливость генератора в сотни раз превышает податливость вала и в десятки раз – податливость соединительной муфты, имеющей упругие колодки. Поэтому крутильная многомассовая схема синхронного агрегата с целью определения низких частот свободных колебаний может быть сведена к трехмассовой, двухмассовой и одномассовой системе.

В трехмассовой схеме замещения один момент инерции ( $J_1$ ) включает в себя моменты инерции всех вращающихся масс двигателя вместе с маховиком, другой ( $J_{\text{MC}}$ ) является моментом инерции соединительной муфты и, наконец, третий ( $J_{\Gamma}$ ) – моментом инерции ротора генератора. Момент инерции «массы сети» принимается равным бесконечно большой величине. Крутильные жесткости между массами представляют собой жесткость колодок соединительной муфты, стального вала генератора и его синхронную жесткость.

Таким образом,

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \sum_{k=1}^6 J_{\text{ук}} + J_{\text{М}}; & C_1 &= C_{\text{MC}}; & \theta_1 &= \theta_{\text{М}} \\ J_2 &= J_{\text{MC}}; & C_2 &= C_{\text{ВГ}}; & \theta_2 &= \theta_{\text{MC}} \\ J_3 &= J_{\Gamma}; & C_3 &= C_{\Gamma}; & \theta_3 &= \theta_{\Gamma} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В двухмассовой схеме замещения один из моментов инерции ( $J_1$ ) остается прежним: включает в себя моменты инерции вращающихся частей двигателя вместе с маховиком, а другой ( $J_2$ ) складывается из моментов инерции соединительной муфты и ротора генератора. Соответственно обе маховые массы соединены упругой связью, определяемой жесткостью колодок муфты, а упругая связь второй маховой массы с сетью – синхронной жесткостью генератора, т.е.

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \sum_{k=1}^6 J_{\text{ук}} + J_{\text{М}}; & C_1 &= C_{\text{MC}}; & \theta_1 &= \theta_{\text{М}} \\ J_2 &= J_{\text{MC}} + J_{\Gamma}; & C_2 &= C_{\Gamma}; & \theta_2 &= \theta_{\Gamma} \end{aligned} \right\}$$

В самой простой схеме замещения одна масса, представляемая суммарным моментом инерции агрегата, имеет упругую связь с «массой» сети, характеризуемой крутильной синхронной жесткостью, т.е.

$$J_1 = \sum_{k=1}^6 J_{uk} + J_M + J_{MC} + J_F; \quad C_1 = C_F; \quad \theta_1 = \theta_F.$$

Кинетическая и потенциальная энергия трехмассовой последовательной системы равны

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{1}{2} (J_1 \theta_1^2 + J_2 \theta_2^2 + J_3 \theta_3^2), \\ V &= \frac{1}{2} (C_1 (\theta_2 - \theta_1)^2 + C_2 (\theta_3 - \theta_2)^2 - C_3 \theta_3^2) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

После подстановки этих выражений в уравнение Лангража получим систему трех дифференциальных уравнений второго порядка

$$\left. \begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 + C_1 (\theta_1 - \theta_2) &= 0 \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + C_1 (\theta_2 - \theta_1) + C_2 (\theta_2 - \theta_3) &= 0 \\ J_3 \ddot{\theta}_3 + C_2 (\theta_3 - \theta_2) + C_3 \theta_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Эта система уравнений при соответствующей подстановке значений параметров будет отражать движение двухмассовой и одномассовой систем.

В соответствии с решением дифференциальных уравнений круговая свободных колебаний для одномассовой системы

$$\omega^2 - p_1 = 0 \quad (8)$$

где  $p_1 = \frac{C_1}{J_1}$ .

При условии представления синхронного агрегата в виде одномассовой системы, уравнение его свободных колебаний при параллельном включении с сетью будет иметь следующий вид:

$$J_m \Delta \ddot{\theta} + D_m \Delta \dot{\theta} + C_m \Delta \theta = 0 \quad (9)$$

или

$$\Delta \ddot{\theta} + b \Delta \dot{\theta} + c \Delta \theta = 0,$$

где  $J_m$ ,  $D_m$ ,  $C_m$  – момент инерции, коэффициент демпфирования и синхронная жесткость, приведенные к номинальному вращающему моменту двигателя;  $b = \frac{D_m}{J_m}$  – относительной коэффициент демпфирования;  $c = \frac{C_m}{J_m}$  – относительной коэффициент синхронной жесткости.

Прямое  $\mathcal{L}$  - преобразование дает изображение обобщенной координаты

$$\Delta \theta(s) = \Delta \theta_0 \frac{s + a}{s^2 + bs + c} = \Delta \theta_0 \frac{A(s)}{B(s)},$$

где

$$a = b + \frac{1}{a_0}; \quad a_0 = \frac{\Delta \theta_0}{\Delta \dot{\theta}_0};$$

$\Delta \theta_0$ ,  $\Delta \dot{\theta}$  - соответственно начальное значение приращения угла вылета ротора и скорость его изменения.

Обратное преобразование Лапласа в соответствии с формулой

$$\Delta \theta(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \Delta \theta_0 \frac{A(s)}{B(s)} \right] (=) \Delta \theta_0 \sum_{i=1}^2 \frac{A(s_i)}{B(s_i)} e^{s_i t},$$

позволяет получить решение  $\theta(t)$  в зависимости от соотношения параметров системы, т.е. от вида корней характеристического уравнения

$$B(s) = s^2 + bs + c = 0,$$

обозначаемых здесь

$$\alpha = \frac{D_m}{2J_m}, \quad \beta = \sqrt{\omega_c^2 - \alpha^2}, \quad (10)$$

где  $\omega_c^2 = \frac{C_m}{J_m}$ .

Окончательный вид решения зависит от того, будет ли значение  $\beta^2$  положительным, отрицательным или равным нулю.

При положительном значении величины  $\beta^2$ , когда корни характеристического уравнения комплексные  $\omega_c^2 > \alpha^2$ , свойства инерционности и жесткости синхронной связи превалируют над влиянием демпферной обмотки, т.е.  $CJ > \left(\frac{1}{2}D\right)^2$ . В этом случае имеют место периодические затухающие колебания угла вылета ротора

$$\Delta\theta(t) = \Delta\theta_0 p_0 e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varepsilon_0) \quad (11)$$

где

$$p_0 = \sqrt{\left(\frac{1 + a_0\alpha}{a_0\beta}\right)^2 + 1}, \quad \varepsilon_0 = \arctg \frac{1 + a_0\alpha}{a_0\beta} \quad (12)$$

При отрицательном значении величины  $\beta^2$ , когда корни характеристического уравнения вещественные  $\alpha^2 > \omega_c^2$ , превалирующее влияние оказывает демпферный эффект, т.е.  $\left(\frac{1}{2}D\right)^2 > CJ$ . В этом случае имеет место затухающее аperiodическое движение [3]

$$\Delta\theta(t) = \Delta\theta_0 e^{-\alpha t} \left( ch\beta t + \frac{1 + a_0\alpha}{a_0\beta} sh\beta t \right) \quad (13)$$

Последнюю формулу можно преобразовать к виду, аналогичному (11), воспользовавшись соотношениями

$$p_0 \cos \varepsilon_0 = 1, \quad p_0 \sin \varepsilon_0 = \frac{1 + a_0\alpha}{a_0\beta}$$

и тогда

$$\Delta\theta(t) = \Delta\theta_0 p_0 e^{-\alpha t} (\cos \varepsilon_0 \cdot ch\beta t + \sin \varepsilon_0 \cdot sh\beta t) \quad (14)$$

При нулевом значении величины  $\beta^2$ , когда корни характеристического уравнения совпадают  $\alpha^2 = \omega_c^2$ , влияние инерционных свойств и жесткости синхронной связи равноценно влиянию демпферного контура генератора. В этом случае также имеет место затухающее движение ротора. Уравнение движения можно получить из уравнения (13) отыскивая предел  $\lim_{\beta \rightarrow 0} \Delta\theta(\beta)$

$$\Delta\theta(t) = \Delta\theta_0 e^{-\alpha t} \quad (15)$$

Таким образом, во всех трех случаях затухание движения ротора генератора в рассматриваемой системе определяется коэффициентом затухания  $\alpha$ , а свободные колебания имеют угловую частоту  $\beta$  с периодом  $T = \frac{2\pi}{\beta}$ , или

$$T = \frac{2\pi}{\omega_c \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{\omega_c}\right)^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{\omega_c}\right)^2}} \quad (16)$$

где  $T_0$  – период свободных колебаний системы без затухания.

В исследовании движения генератора можно отметить следующее:

- Если демпферный эффект у машины отсутствует, то коэффициент затухания  $\alpha=0$ , т.е. имеют место незатухающие колебания с угловой частотой  $\omega_c$ , называемой угловой частотой системы без демпфирования;
- Если при включенном возбуждении синхронная связь генератора с сетью отсутствует (синхронная жесткость равно нулю), то коэффициент затухания совпадает по величине с угловой частотой ( $\alpha=\beta$ ) и уравнение приобретает вид

$$\Delta\theta(t) = \Delta\theta_0 + \frac{\Delta\dot{\theta}}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha t})$$

т.е. при начальной скорости угла вылета ротора, не равной нулю, никакая сила не препятствует изменению этого угла. Наоборот, если в начальный момент имеет место изменение этого угла, то с течением времени его величина приобретает значение

$$\Delta\theta(t) = \Delta\theta_0 + \Delta\dot{\theta} \frac{J}{D},$$

иллюстрирующее движение ротора при тормозном эффекте демпферной обмотки.

### Список литературы

1. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. [Текст]/ Учебник для электроэнергетических спец. вузов. / В.А. Веников - 2-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа. 1970. - 472 с., с ил.
2. Веников В.А. Электрические системы. Режимы работы электрических систем и сетей. Веников В.А., Жуков Л.А., Поспелов Г.Е.//Под ред. Веникова В.А. - Высшая школа, 1975, - 344 с.
3. Джунуев Т.Т. Допустимость применение НАПВ на линии 110 кВ, соединяющей ТЭЦ с системой соизмеримой мощности. Теоретический и прикладной научно-технический журнал «Известия», КГТУ, №3(36), 2015.
4. Ульянов С.А. Электромагнитные переходные процессы в электрических системах. [Текст]/ Учебник для электроэнергетических и энергетических вузов и факультетов. - М.: Энергия, 1970.
5. Жданов П.С. Вопросы устойчивости электрических систем. [Текст]/ Жданов П.С.// Под ред. А.Жукова. - М.: Энергия, 1979. - 456 с. ил.
6. Важнов А.И. Переходные процессы в машинах переменного тока. [Текст]/ А.И. Важнов. - Л.: Энергия, 1980. - 255 с.
7. Джунуев Т.Т. Определение балансирующего узла ЭЭС ограниченной мощности. Теоретической и прикладной научно – технический журнал Известия, КГТУ, № 32 (часть 1), 2014.,343-345 с.
8. Соколов Н.И. Применение аналоговых вычислительных машин в энергетических системах. [Текст]/ Под ред. Н.И. Соколова. М.: Энергия, 1970. - 400 с. с ил.
9. Лоханин Е.К. Методика расчёта и анализа длительных переходных режимов. [Текст]/ Лоханин Е.К.//Электричество, 1995№ 12.
10. Джунуев Т. Исследование характеристик мощности генераторов в электроэнергетической системе ограниченной мощности [Текст] / Т. Джунуев // Сборник трудов шестой Всероссийской научно-технической конференции с международным участием, том 1, Электроэнергетика, Благовещенск, 2011. - 9 с.