УДК 3713.510

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО КУРСУ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Майлыбашева Чолпон Сатыбалдиевна, *кандидат педагогических наук, доцент, кафедра алгебры, геометрии, топологии и преподавания высшей математики, факультет математики и информатики, Кыргызский национальный университет имени Ж. Баласагына, Бишкек, Кыргызстан. 720024, ул. Абдымомунова 328. Тел. 0312-34-02-13, e-mail:cholpon.maylybasheva56@mail.ru.*

Исраилова Гулмира Туткучовна, *старший преподаватель, кафедра алгебры, геометрии, топологии и преподавания высшей математики, факультет математики и информатики, Кыргызский национальный университет имени Ж. Баласагына, Бишкек, Кыргызстан.720024, ул.Абдымомунова 328. Тел.0312-34-02-13 , e-mail: israilova64@list.ru.*

Аннотация. В статье рассмотрены некоторые задачи, решаемые студентами по курсу методики преподавания математики. Показана связь аналитической геометрии со школьной. Векторы в пространстве, их длины и координаты. Решение тригонометрических уравнений и систем, упрощение выражений с обратными тригонометрическими функциями.

Ключевые слова: вектор, скалярное произведение векторов, обратные тригонометрические функции.

INDEPENDENT WORKS ON-COURSE OF METHODOLOGY TEACHING OF MATHEMATICS

Maylybasheva Cholpon Satybaldievna, *Ph.D., Associate Professor, Department of algebra, geometry, topology, and the teaching of Mathematics, Faculty of Mathematics and Computer Science, Kyrgyz National University named after J. Balasagyn, Bischkek, Kyrgyzstan, 720024,. Тел. 0312-34-02-13, e-mail:cholpon.maylybasheva56@mail.ru.*
Israilova Gulmira Tutkuchovna, *Senior Lecturer, Department of algebra, geometry, topology, and the teaching of Mathematics, Faculty of Mathematics and Computer Science, Kyrgyz National University named after J. Balasagyn, Bischkek, Kyrgyzstan, 720024, Phone: 0312-34-02-13, e-mail: israilova64@list.ru.*

Annotation. Some tasks, are considered, solving by students on-course of methodology teaching of mathematics in this article. Analiticheskoy geometry is shown of connection from school. Vektors in space, their length and coordinates. Solving of trigonometrichesky eguation and systems, simplification expression with reverses of trigonometrichesky functions.

Keywords: vector, scalar work of vector, reverse trigonometric functions.

На факультете математики и информатики студенты третьего курса изучают методику преподавания математики. Каждый студент в течении семестра решает вариант самостоятельной работы из 10 задач. На кафедре разработана методичка содержащая модульные задания и самостоятельные работы для студентов.

В наш век, когда интернет вошёл в нашу жизнь, можно всё найти в телефоне или компьютере. Но мы не встречали в ГДЗ решение «Вариантов заданий для самопроверки» «Сборника» М. И. Сканави. Может и правы авторы, что нет решебника по этому разделу. Решая, каждый вариант, студент повторяет почти весь школьный курс математики. Мы предлагаем решения некоторых задач, которые вызвали затруднения у студентов.

Вариант XXX. [1]

№9. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD\ A_1B_1C_1D_1$ диагонали AC и BD пересекаются в точке M и $\angle ABD = 60^o$. Определить скалярное произведение $\overline{AC} \cdot \overline{AD}$, если $|B_1M| = 3$, и $\angle BMB_1 = 30^o$.

Анализируем условие задачи. Задача по стереометрии. Даем определение прямоугольного параллелепипеда. Определение вектора, скалярного произведения векторов. Все формулы пишем на доске с правой стороны от решения.

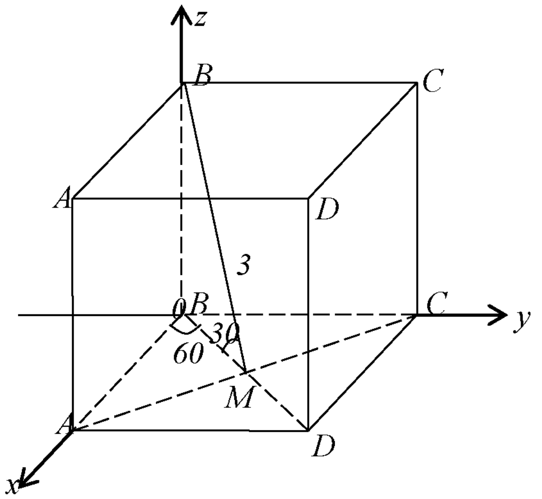

Рис.1. Параллелепипед

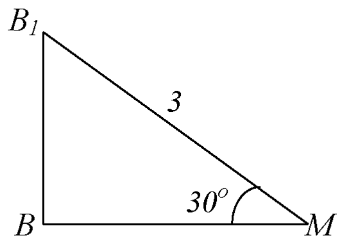

Рис.2. Треугольник

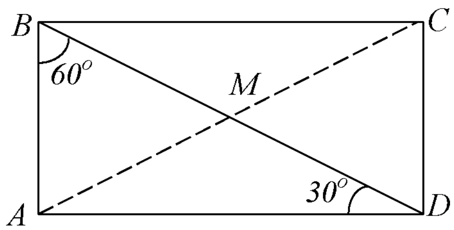

Рис.3. Прямоугольник

Дано: *A-D₁* – прямоугольный параллелепипед.

$$[AC] \cap [BD] = M, \qquad \angle ABD = 60^o$$

$$|B_1M| = 3, \qquad \angle BMB_1 = 30^o$$

$$\overline{AC} \cdot \overline{AD} - ?$$

Для решения начертим ещё треугольник $\Delta\, B_1BM$, где видно, что $\angle B_1BM = 90^o$ и прямоугольник *ABCD;* где *M* точка пересечения диагоналей $[AC]$и $[BD]$. Воспользуемся теоремой: в прямоугольном треугольнике, катет, лежащий против угла в 30^0, равен половине гипотенузы.

Решение:

из $\Delta\, B_1BM$: $\angle B_1BM = 90^o, \angle BMB_1 = 30^o$; $B_1M = 3 \Rightarrow |B_1B| = 1{,}5$ и $\quad |BM| = \frac{3}{2}\sqrt{3}$

ΔABD: $|BM| = \frac{3}{2}\sqrt{3}$; $|BD| = 3\sqrt{3}$; $\angle BAD = 90^o$; $\angle ABD = 60^o \Rightarrow \angle ADB = 30^o$ $|AC| = 3\sqrt{3}$; $\quad |AB| = \frac{3}{2}\sqrt{3}$; $\quad |AD| = \frac{9}{2}$;

Если: $B(0;0;0)$; то $C\left(0;\frac{9}{2};0\right)$; $A\left(\frac{3}{2}\sqrt{3};0;0\right)$; $\ D\left(\frac{3}{2}\sqrt{3};\frac{9}{2};0\right)$

В задаче просят найти скалярное произведение $\overline{AC}\ \ \overline{BD}$. Пусть вершина *B* совпадает с началом координат и имеет координаты $B(0;0;0)$. Мы уже вычислили длины сторон $[AB]$ и $[AD]$, то можем записать координаты для *A,D* и *C*. Чтобы найти координаты векторов $[AC]$ и $[AD]$ воспользуемся формулой: $\qquad \overline{AC}\{x_2 - x_1,\ y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$.

Можно устно произвести вычисления. Получим $\overline{AC}\left\{-\frac{3}{2}\sqrt{3};\ \frac{9}{2};0\right\}$; $\overline{AD}\left\{0;\ \frac{9}{2};0\right\}$. Скалярное произведение векторов в координатной форме $a \cdot b$=$a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$.

По этой формуле имеем

$$\overline{AC} \cdot \overline{AD} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\overline{AC} \cdot \overline{AD} = 0 + \frac{81}{4} + 0 = \frac{81}{4} = 20{,}25$$

Ответ: 20,25.

Эту задачу можно было решать и по формуле

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = |a| \cdot |b| cos\varphi,$$

$$\varphi = \angle CAD = 30^o$$

$$\overline{AC} \cdot \overline{AD} = |AC| \cdot |AD| \cdot cos30^o$$

$$AC \cdot AD = 3\sqrt{3} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{81}{4},$$

тот же ответ 20,25.

Хотя второе решение короче, первое интереснее, цель преподавателя не только показать решение, но повторить как можно больше формул и теорем, в ходе объяснения решения. Повторяем все свойства прямоугольника:

а) диагонали равны между собой;

б) в точке пересечения делятся пополам;

в) внутренние накрест лежащие углы, при двух параллельных прямых и секущей, равны между собой.

Значения тригонометрических углов надо знать в пределах от 0^0до 90^0 . Достаточно знать для синуса, остальные функции, их значения можно вывести опираясь на теорему Пифагора и основное тригонометрическое тождество:

$$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$$

Тригонометрия является частью школьной математики. Со студентами повторяем все формулы. Чаще всего просим вывести формулу, так она запоминается лучше. Вызывают затруднения примеры, где встречаются обратные тригонометрические функции.

Вариант XIX. [1]

№8. Найти $\sqrt{5cos(arctg0{,}75)}$

Нахождение значения $(arctg0{,}75)$ по таблицам и телефонам нежелательно. Тем более надо объяснить решение и повторить формулы.

Решение

Пусть $(arctg0{,}75) = \alpha$, тогда $tg(arctg0{,}75) = tg\alpha$,

следовательно $tg\alpha = 0{,}75$ или $tg\alpha = \frac{3}{4}$.

Согласно тождеству $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$,

произведя деление на $cos^2\alpha$,

получим $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{cos^2\alpha}$,

подставим значение $tg\alpha$

$$1 + \frac{9}{16} = \frac{1}{cos^2\alpha}, \qquad \frac{1}{cos^2\alpha} = \frac{25}{16}, \qquad cos^2\alpha = \frac{16}{25}$$

так как выражение $cos\alpha$ находится под знаком радикала, берем только положительное значение $cos\alpha = \frac{4}{5}$.

Вернемся к нашему примеру

$$\sqrt{5cos\alpha} = \sqrt{5 \cdot \frac{4}{5}} = \sqrt{4} = 2.$$

Ответ: 2.

Студенты умеют проверять правильность решения квадратного, показательного, логарифмического уравнений. Реже-тригонометрические уравнения.

Предлагаем решение следующей системы.

Вариант XXI. [1]

№6. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} cos\pi x = -1 \\ x^3 - 5x^2 - 14x = 0. \end{cases}$$

Проверяем, когда $cosx = -1$, период функции $y = cosx$. Из левой части второго уравнения выносим x и получаем произведение x и приведенного квадратного уравнения. Его корни можно устно найти по теореме Виета.

$$\begin{cases} cos\pi x = -1 \\ x^3 - 5x^2 - 14x = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi x = \pi + 2\pi n \ /: \pi \\ x(x^2 - 5x - 14) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 2n, n\epsilon Z \\ x_1 = 0, x_2 = -2, \ x_3 = 7. \end{cases}$$

Теперь нам надо, чтобы корни уравнений совпали. Учитывая, что $n\epsilon Z$, даем значения.

$$\begin{cases} n = 0 \\ x = 1 \end{cases}; \ \begin{cases} n = 1 \\ x = 3 \end{cases}; \ \begin{cases} n = 2 \\ x = 5 \end{cases};$$

все эти ответы не берем только при $\begin{cases} n = 3 \\ x = 7. \end{cases}$

Обращаем внимание, что n может принимать, только целые значения. При $x = 0$ и $x = -2$, получаем для n дробные значения.

Ответ: 7.

Перед прохождением педагогической практики, мы успеваем повторить основные разделы школьной математики. Показать решения и проанализировать более сложные задачи.

Список литературы

1. Бронштейн И.Н., К.А. Семендяев. Справочник математике и учащихся втузов. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981.-718с.

2. Гусев В. А. Практикум по элементарной математике. Геометрия. / В. А. Гусев. В.К.Литвиненко, А.Г. Мордкович - М.:1992. - 352 с.

3. Майлыбашева Ч.С. Самостоятельные работы и модульные задания по методике преподавания математики./ Ч.С. Майлыбашева, Г.Т. Мунапысова.- Б.: 2012. - 90 с.

4. Сканави М. И. Сборник задач по математике для поступающих во втузы. / М. И. Сканави - М.: Мир и образование. 2013. - 608 с.: ил

УДК 3713.510

ПОВТОРЕНИЕ ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Майлыбашева Чолпон Сатыбалдиевна, *кандидат педагогических наук, доцент, кафедра алгебры, геометрии, топологии и преподавания высшей математики, факультет математики и информатики, КНУ имени Ж.Баласагына, Бишкек, Кыргызстан.*

Аннотация. В статье рассмотрены примеры с обратными тригонометрическими функциями, уравнения с ними и комбинированные системы.

Ключевые слова: обратные тригонометрические функции, уравнения системы.

REPETITION OF INVERSE TRIGONOMETRIC FUNCTIONS.

Maylybasheva Cholpon Satybaldiyevna*, candidate of pedagogical sciences, associate professor, department of algebra, geometry, topology and teaching the higher mathematics, faculty of mathematics and informatics, KNU of Zh. Balasagyn, Bishkek, Kyrgyzstan.*

Annotation. The article discusses examples of inverse trigonometric functions, equations with them and combined systems.

Keywords: inverse trigonometric functions, systems of equations.

В школе в старших классах проходят тригонометрические функции начиная с 9 класса. Обычно трудно даются обратные тригонометрические функции. При подготовке к ОРТ в нашей республике и ЕГЭ в России повторяем почти всю школьную математику. Мы решили остановиться на примерах содержащих обратные тригонометрические функции.

Пример 1. [1]. Решим уравнение $2(arcsinx)^2 + \pi^2 3\pi arcsinx$. Обычно советуем обвести *arcsinx* другим цветным мелком, пастой. Если вводим обозначение $arcsinx = t$, то объязательно $|t| \leq 1$. По виду уравнения отмечаем, что это квадратное уравнение. На π смотрим как на число.

$$2t^2 - 3\pi t + \pi^2 = 0$$

Находим дискриминант:

$$D = 9\pi^2 - 8\pi^2 = \pi^2$$

$$t_1 = \frac{3\pi - \pi}{4} = \frac{\pi}{2},$$

$$t_2 = \frac{3\pi + \pi}{4} = \pi.$$

Значение $\pi \approx 3{,}14$ больше чем 1. Следовательно t_2 не входит в решение уравнения. Можно попросить, чтобы ученики подставили значение $t = \pi$ в уравнение, и сами убедились.

$$arcsinx = \frac{\pi}{2}$$

$$x = 1.$$

При проверке видим, что $x = 1$, удовлетворяет уравнению.

Ответ:1.

Пример 2. [1]. Найти $\sqrt{5cos(arctg0{,}75)}$.

Сейчас пользуются услугами интернета, мы хотим отметить, все примеры, рассматриваемые в статье нельзя найти в разделе ГДЗ. При решении, наша цель повторить как можно больше формул. Показать короткие и оригинальные пути решения.

Пусть $arctg = \alpha$, тогда $tg(arctg0{,}75) = tgx$ или $tg\alpha = 0{,}75$. На основании тождества $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$, имеем $tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha}$. Подставим значение $tg^2\alpha = \frac{9}{16} + 1 = \frac{1}{cos^2\alpha}$, то $cos^2\alpha = \frac{16}{25}$, т.к. $cos\alpha$ находится под знаком радикала, берём значение $\frac{4}{5}$.

$$\sqrt{5cos(arctg0{,}75)} = \sqrt{5cos\alpha} = \sqrt{5 \cdot \frac{4}{5}} = \sqrt{4} = 2.$$

Ответ: 2.

Вызывают затруднения и комбинированные уравнения и системы.

Пример 3. [1]. Решить уравнение

$$\frac{\pi}{24}(6x + 1) = \frac{1}{2}arctg1 + arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Повторяем значения тригонометрических функций, можно показать и на единичной окружности.

$$\frac{\pi}{24}(6x+1)=\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{4}+\frac{2}{3}\pi-\frac{\pi}{4}.$$

Все значения для обратных функций берём в радианах.

$$\frac{\pi}{24}(6x+1)=\frac{13\pi}{24}\quad /\cdot\frac{24}{\pi}$$

$$6x+1=13,$$

$$6x=12,$$

$$x=2.$$

Ответ: 2.

По ходу решения уравнения повторяем формулы перехода $2\pi;\ \pi;\ \frac{\pi}{4};\ \frac{2}{3}\pi;\ \frac{\pi}{6};\ \frac{5}{6}\pi$ и других в градусы. В каких координатных углах расположены эти углы, какие знаки имеют для определенных тригонометрических функций.

Пример 4. [1]. Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} cos\pi x=-1 \\ x^3-5x^2-14x=0. \end{cases}$$

Проверяем, когда $cosx=-1$, период функции $y=cosx$. Из левой части второго уравнения выносим x и получаем произведение x и приведенного квадратного уравнения. Его корни можно устно найти по теореме Виета.

$$\begin{cases} cos\pi x=-1 \\ x^3-5x^2-14x=0. \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \pi x=\pi+2\pi n\ \ /:\pi \\ x(x^2-5x-14)=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x=1+2n, n\epsilon Z \\ x_1=0, x_2=-2,\ \ x_3=7. \end{cases}$$

Теперь нам надо, чтобы корни уравнений совпали. Учитывая, что $n\epsilon Z$, даем значения.

$$\begin{cases} n=0 \\ x=1 \end{cases};\qquad \begin{cases} n=1 \\ x=3 \end{cases};\qquad \begin{cases} n=2 \\ x=5 \end{cases};$$

все эти ответы не берем, только при $\begin{cases} n=3 \\ x=7. \end{cases}$

Обращаем внимание, что n может принимать, только целые значения. При $x=0$ и $x=-2$, получаем для n дробные значения.

Ответ: 7.

Все эти примеры оказывают большую помощь абитуриентам, поступающим в разные вузы.

Список литературы

1. М. И. Сканави. Сборник задач по математике для поступающих во втузы. - М.: Мир и образование. 2013-608с.: ил