

УДК 3713.510

ПОВТОРЕНИЕ ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Майлыбашева Чолпон Сатыбалдиевна, кандидат педагогических наук, доцент, кафедра алгебры, геометрии, топологии и преподавания высшей математики, факультет математики и информатики, КНУ имени Ж.Баласагына, Бишкек, Кыргызстан.

Аннотация. В статье рассмотрены примеры с обратными тригонометрическими функциями, уравнения с ними и комбинированные системы.

REPETITION OF INVERSE TRIGONOMETRIC FUNCTIONS.

Maylybasheva Cholpon Satybaldiyevna, candidate of pedagogical sciences, associate professor, department of algebra, geometry, topology and teaching the higher mathematics, faculty of mathematics and informatics, KNU of Zh. Balasagyn, Bishkek, Kyrgyzstan.

Annotation. The article discusses examples of inverse trigonometric functions, equations with them and combined systems.

Keywords: inverse trigonometric functions, systems of equations.

В школе в старших классах проходят тригонометрические функции начиная с 9 класса. Обычно трудно даются обратные тригонометрические функции. При подготовке к ОРТ в нашей республике и ЕГЭ в России повторяем почти всю школьную математику. Мы решили остановиться на примерах содержащих обратные тригонометрические функции.

Пример 1. [1]. Решим уравнение $2(\arcsinx)^2 + \pi^2 3\arcsinx$. Обычно советуем обвести \arcsinx другим цветом мелком, пастой. Если вводим обозначение $\arcsinx = t$, то обязательно $|t| \leq 1$. По виду уравнения отмечаем, что это квадратное уравнение. На π смотрим как на число.

$$2t^2 - 3\pi t + \pi^2 = 0$$

Находим дискриминант:

$$D = 9\pi^2 - 8\pi^2 = \pi^2$$

$$t_1 = \frac{3\pi - \pi}{4} = \frac{\pi}{2},$$

$$t_2 = \frac{3\pi + \pi}{4} = \pi.$$

Значение $\pi \approx 3,14$ больше чем 1. Следовательно t_2 не входит в решение уравнения. Можно попросить, чтобы ученики подставили значение $t = \pi$ в уравнение, и сами убедились.

$$\arcsinx = \frac{\pi}{2}$$

$$x = 1.$$

При проверке видим, что $x = 1$, удовлетворяет уравнению.

Ответ: 1.

Пример 2. [1]. Найти $\sqrt{5\cos(\arctg 0,75)}$.

Сейчас пользуются услугами интернета, мы хотим отметить, все примеры, рассматриваемые в статье нельзя найти в разделе ГДЗ. При решении, наша цель повторить как можно больше формул. Показать короткие и оригинальные пути решения.

Пусть $\arctg = \alpha$, тогда $\tg(\arctg 0,75) = \tg\alpha$ или $\tg\alpha = 0,75$. На основании тождества $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, имеем $\tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$. Подставим значение $\tg^2\alpha = \frac{9}{16} + 1 = \frac{25}{16}$, то $\cos^2\alpha = \frac{16}{25}$, т.к. $\cos\alpha$ находится под знаком радикала, берём значение $\frac{4}{5}$.

$$\sqrt{5\cos(\arctg 0,75)} = \sqrt{5\cos\alpha} = \sqrt{5 \cdot \frac{4}{5}} = \sqrt{4} = 2.$$

Ответ: 2.

Вызывают затруднения и комбинированные уравнения и системы.

Пример 3. [1]. Решить уравнение

$$\frac{\pi}{24}(6x + 1) = \frac{1}{2}\arctg 1 + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Повторяем значения тригонометрических функций, можно показать и на единичной окружности.

$$\frac{\pi}{24}(6x + 1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}\pi - \frac{\pi}{4}.$$

Все значения для обратных функций берём в радианах.

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{24}(6x + 1) &= \frac{13\pi}{24} \quad /: \frac{\pi}{24} \\ 6x + 1 &= 13, \\ 6x &= 12, \\ x &= 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

По ходу решения уравнения повторяем формулы перехода 2π ; π ; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{2}{3}\pi$; $\frac{\pi}{6}$; $\frac{5}{6}\pi$ и других в градусы. В каких координатных углах расположены эти углы, какие знаки имеют для определенных тригонометрических функций.

Пример 4. [1]. Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} \cos \pi x = -1 \\ x^3 - 5x^2 - 14x = 0. \end{cases}$$

Проверяем, когда $\cos x = -1$, период функции $y = \cos x$. Из левой части второго уравнения выносим x и получаем произведение x и приведенного квадратного уравнения. Его корни можно устно найти по теореме Виета.

$$\begin{cases} \cos \pi x = -1 \\ x^3 - 5x^2 - 14x = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \pi x = \pi + 2\pi n \quad /: \pi \\ x(x^2 - 5x - 14) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 2n, n \in \mathbb{Z} \\ x_1 = 0, x_2 = -2, x_3 = 7. \end{cases}$$

Теперь нам надо, чтобы корни уравнений совпали. Учитывая, что $n \in \mathbb{Z}$, даем значения.

$$\begin{cases} n = 0. \\ x = 1' \end{cases} \quad \begin{cases} n = 1. \\ x = 3' \end{cases} \quad \begin{cases} n = 2. \\ x = 5' \end{cases}$$

все эти ответы не берем, только при $\begin{cases} n = 3 \\ x = 7. \end{cases}$

Обращаем внимание, что n может принимать, только целые значения. При $x = 0$ и $x = -2$, получаем для n дробные значения.

Ответ: 7.

Все эти примеры оказывают большую помощь абитуриентам, поступающим в разные вузы.

Список литературы

1. М. И. Сканави. Сборник задач по математике для поступающих во втузы. - М.: Мир и образование. 2013-608с.: ил