



УДК 528.024.4

**КУДАБАЕВ М.Д.**, КГУСТА им. Н. Исанова, г. Бишкек, Кыргызская Республика,  
e-mail: [mirlan\\_kudabayev@mail.ru](mailto:mirlan_kudabayev@mail.ru)  
**KUDABAEV M.D.**, KSUCTA n.a. N. Isanov, Bishkek, Kyrgyz Republic

**ЖАШАРБЕКОВ Т.Ж.**, КГУСТА им. Н. Исанова, г. Бишкек, Кыргызская Республика,  
e-mail: [zhasharbekov@gmail.com](mailto:zhasharbekov@gmail.com)  
**ZHASHARBEKOV T.ZH.**, KSUCTA n.a. N. Isanov, Bishkek, Kyrgyz Republic

**ТОЛОНБЕК УУЛУ Ч.**, КГУСТА им. Н. Исанова, г. Бишкек, Кыргызская Республика,  
e-mail: [tolonbekchyngyz@gmail.com](mailto:tolonbekchyngyz@gmail.com)  
**TOLONBEK UULU CH.**, KSUCTA n.a. N. Isanov, Bishkek, Kyrgyz Republic

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ ИЗ СЕРЕДИНЫ ПО ПОВЫШЕНИЮ ЕГО ТОЧНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАХЕОМЕТРОВ**

### **RESEARCH OF TRIGONOMETRICAL LEVELING FROM THE MIDDLE ON INCREASE IN ITS ACCURACY WITH USE OF ELECTRONIC TACHEOMETERS**

*Бул макалада ортодон тригонометриялык нивелирлөөнүн технологиясын иштеп чыгуу боюнча изилдөөлөр, электрондук тахеометрлерди колдонуу менен ортодон тригонометриялык нивелирлөөнүн нормалдуу бийиктиктеринин айырмаларын талдоо жана баалоо тактыгы сунушталган.*

**Өзөк сөздөр:** *тригонометриялык нивелирлөө, тактыкты баалоо, электрондук тахеометрлер, нормалдуу бийиктиктердин айырмалары.*

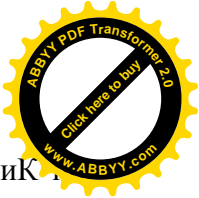
*В статье представлены исследования по разработке технологии тригонометрического нивелирования из середины, анализ и оценка точности разностей нормальных высот тригонометрического нивелирования способом из середины с использованием электронных тахеометров.*

**Ключевые слова:** *тригонометрическое нивелирование, оценка точности, электронные тахеометры, разности нормальных высот.*

*Researches on development of technology of trigonometrical leveling from the middle, the analysis and assessment of accuracy of differences of normal heights of trigonometrical leveling from the middle with use of electronic tacheometers are presented in the article.*

**Key words:** *trigonometric leveling, accuracy estimation, electronic total stations, differences of normal heights.*

На настоящем этапе развития геодезического приборостроения произошел существенный разрыв между техническими возможностями современных измерительных комплексов и технологией их использования, предусмотренной нормативной базой. Для ликвидации этого разрыва необходимо выполнить теоретические и экспериментальные исследования по разработке технологий использования современных приборов. К числу видов геодезических измерений, остро нуждающихся в экспериментальных и технологических исследованиях, относятся методики нивелирных работ, проводимых с использованием современных приборов. Особое место в этой проблеме занимает разработка методик выполнения работ в горной и высокогорной местности, предусматривающая применение комбинированных методов проведения работ с использованием методов тригонометрического и спутникового нивелирования.



Камеральные и полевые работы, выполненные в 2011-2012 годах в МИИГАиК, в разработке технологических приемов специальной технологии тригонометрического нивелирования с использованием электронных тахеометров и экспериментальных исследований новой технологии, были использованы в исследованиях точностных возможностей предлагаемой технологии.

Конечной целью исследований является описание технологии полевых работ по применению тригонометрического нивелирования взамен высокоточного геометрического нивелирования. Ожидается, что разработанная методика будет использована при выполнении полевых работ изыскательскими предприятиями и организациями в горных условиях Кыргызской Республики.

**Тригонометрическое нивелирование из середины.** Тригонометрическое нивелирование – нивелирование при помощи геодезического прибора с наклонной визирной осью [1].

Тригонометрическое нивелирование способом «из середины» с применением современных высокоточных и точных электронных тахеометров имеет перспективный характер. Во-первых, оно делает возможным производить работы без дополнительного комплекта инструментов (нивелир, рейка), а во-вторых, позволяет увеличить длину плеч нивелирования. Для изучения точностных возможностей тригонометрического нивелирования были проведены полевые исследования [2].

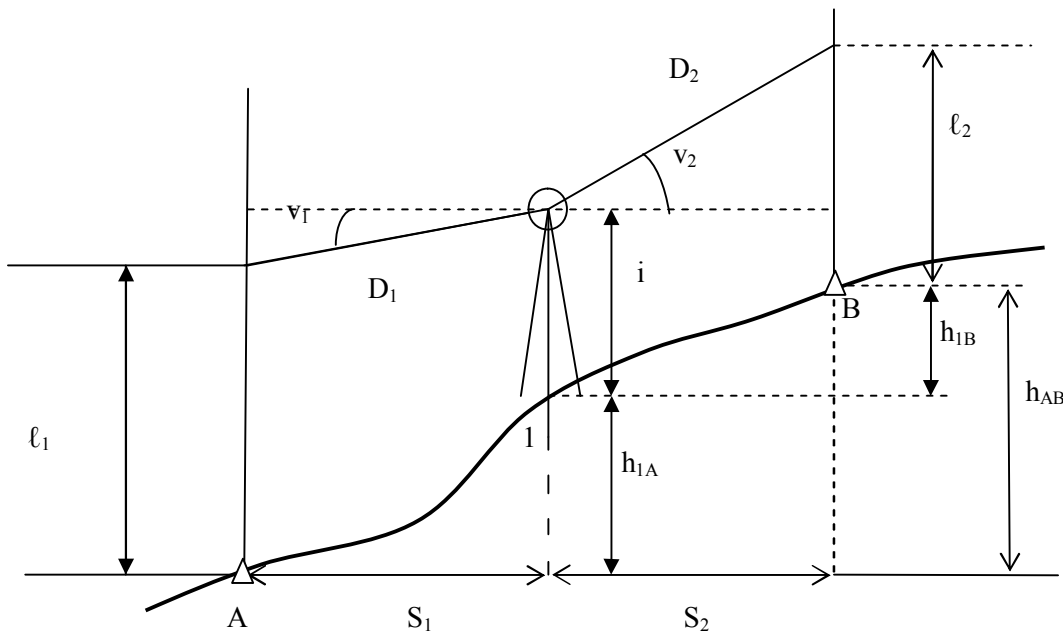


Рис.1. Тригонометрическое нивелирование из середины

Формулы для определения превышений (с учётом горизонтальных проложений):

$$h_{1A} = S_1 * \operatorname{tg} v_1 + i - l_1, \quad (1)$$

$$h_{1B} = S_2 * \operatorname{tg} v_2 + i - l_2, \quad (2)$$

$$h_{AB} = h_{1B} - h_{1A} = (S_2 * \operatorname{tg} v_2 - S_1 * \operatorname{tg} v_1) - (l_2 - l_1), \quad (3)$$

**Оценка точности тригонометрического нивелирования из середины**

$$h_{1A} = D_1 * \sin v_1 + i - l_1, \quad (4)$$

$$h_{1B} = D_2 * \sin v_2 + i - l_2, \quad (5)$$



$$h_{AB} = h_{1B} - h_{1A} = D_2 * \sin v_2 - D_1 * \sin v_1 + l_1 - l_2, \quad (6)$$

$$h_{AB} = h(v_1, v_2, D_1, D_2, l_1, l_2), \quad (7)$$

$$m_{h_{AB}}^2 = \left(\frac{\partial h}{\partial v_1}\right)^2 * \left(\frac{m_{v_1}}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial v_2}\right)^2 * \left(\frac{m_{v_2}}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial D_1}\right)^2 * m_{D_1}^2 +$$

$$+ \left(\frac{\partial h}{\partial D_2}\right)^2 * m_{D_2}^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial l_1}\right)^2 * m_{l_1}^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial l_2}\right)^2 * m_{l_2}^2 = (D_1 * \cos v_1)^2 * \left(\frac{m_{v_1}}{\rho}\right)^2 +$$

$$+ (D_2 * \cos v_2)^2 * \left(\frac{m_{v_2}}{\rho}\right)^2 + \sin^2 v_1 * m_{D_1}^2 + \sin^2 v_2 * m_{D_2}^2 + m_{l_1}^2 + m_{l_2}^2. \quad (8)$$

Формула для определения разности высот по тригонометрическому нивелированию с учётом влияния кривизны Земли и рефракции [3]:

$$h = StgV + i - l + f \quad (9)$$

где,  $S$  – расстояние между двумя пунктами,  $V$  – вертикальный угол,  $i$  – высота тахеометра,  $l$  – высота отражателя,  $f$  – влияние кривизны Земли и рефракции.

Поправку за кривизну Земли и рефракцию  $f$  можно вычислять по формуле:

$$f = \frac{1-k}{2R} D^2 \quad (10)$$

где,  $k$  – коэффициент рефракции (обычно  $k = 0,13$ );  $R$  – средний радиус кривизны Земли (обычно  $R = 6371$  км).

Рассмотрим вычисления поправок  $f$  для различных длин сторон, результаты которые приведены в таблице 1.

Таблица 1. Значение поправок  $f$  для различных длин сторон.

D(м)	f(мм)	D(м)	f(мм)
100	0,7	500	17,0
200	2,7	600	24,5
300	6,1	1000	68,2

Расстояния в пределах 200-500 м от тахеометра до координируемых точек на объектах строительства встречаются довольно часто, следовательно, такими поправками пренебрегать нельзя.

Точность тригонометрического нивелирования получаем из формулы (9), дифференцируя её и переходя к квадратическим ошибкам:

$$m_h^2 = \left(\frac{\partial h}{\partial S}\right)^2 m_s^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial V}\right)^2 m_v^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial i}\right)^2 m_i^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial l}\right)^2 m_l^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial f}\right)^2 m_f^2 \quad (11)$$

или

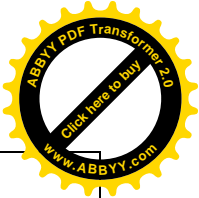
$$m_h^2 = (tgV)^2 m_s^2 + \left(\frac{S}{\cos^2 V}\right)^2 \left(\frac{m_v}{\rho''}\right)^2 + m_i^2 + m_l^2 + m_f^2 \quad (12)$$

Точность разности высоты зависит от точности определения расстояния между двух пунктов ( $m_s$ ), вертикального угла ( $m_v$ ), высоты электронного тахеометра ( $m_i$ ), высоты отражателя ( $m_l$ ) и влияния кривизны Земли ( $m_f$ ).

Кроме того, точность разности высоты зависит также от величины вертикального угла ( $V$ ).

В таблице 2, показаны изменения ошибки разности высоты с учётом благоприятных условий внешней среды для наблюдений, которые зависят от расстояния и





	визирного луча $V^\circ$						
$m_D = \pm 10$ мм	<b>5</b>	3.2	5.2	7.5	9.8	12.2	14.5
$m_V = \pm 14''$	<b>10</b>	3.3	5.3	7.5	9.8	12.2	14.4
$m_f = m_t = \pm 2$ мм	<b>20</b>	3.9	5.5	7.4	9.5	11.7	13.8
	<b>30</b>	4.5	5.8	7.4	9.3	11.7	13.1

Следует заметить, что при расстояниях до отражательной призмы превышающих 150 м дополнительно к ошибкам, указанным в таблице 3, возникают ошибки наведения сетки нитей на центр отражательной призмы, которые при увлечении дальности могут достигать  $\pm 2-5$  мм и более в зависимости от уровня рефракции изображения цели.

В таблице 4 [5] представлены значения средних квадратических ошибок определения общего среднего превышения на станции при двойном тригонометрическом нивелировании по способу «из середины», предвычисленные при условии равенства расстояний  $D$  от тахеометра до задней и передней отражательных призм и без учёта ошибки измерения высоты прибора.

Таблица 4 - Значения средних квадратических ошибок определения общего среднего превышения

СКО производства угловых и линейных измерений	Средняя квадратическая ошибка определения среднего превышения на станции при двойном тригонометрическом нивелировании по способу «из середины», мм						
	Угол наклона визирного луча $V^\circ$	Расстояние до отражательной призмы, $D$ , м					
		50	100	150	200	250	300
$m_D = \pm 10$ мм	<b>5</b>	4.0	7.1	10.4	13.7	17.0	20.4
$m_V = \pm 14''$	<b>10</b>	4.3	7.2	10.4	13.6	16.9	20.2
$m_t = \pm 2$ мм	<b>20</b>	5.1	7.5	10.3	13.4	16.5	19.6
	<b>30</b>	6.1	8.0	10.3	12.9	15.6	18.4

Двойное тригонометрическое нивелирование по способу «вперёд» на «захватке» длиной 240-300 м по точности в 1,3-1,4 раза уступает двойному тригонометрическому нивелированию по способу «из середины», выполненному при расстояниях до отражательных призм равных 100-150 м примерно в 1,5-2 раза ниже точности технического геометрического нивелирования, выполненного на этих же расстояниях по двухсторонним нивелирным рейкам при разности между значениями двух превышений на станции не более  $\pm 5$  мм. Геометрическое нивелирование технической точности характеризуется средней квадратической ошибкой измерения среднего превышения на станции равной до  $\pm 4-5$  мм.

Производство тригонометрического нивелирования «из середины» может иметь преимуществ перед техническим геометрическим нивелированием по трёхметровым рейкам при соотношении числа станций в ходах более 1:10(15) на участках трассы длиной  $2D \geq 300$  м с уклонами продольного профиля соответственно равными 8-12%.

Сравнение точности способов одностороннего наблюдения и из середины с учётом благоприятных условий внешней среды для наблюдений, которые вычислены по формулам способов одностороннего наблюдения и из середины, приведены в таблице 5.

Таблица 5 - Сравнение точности способов одностороннего наблюдения и из середины

№	S(м)	Ошибки $m_h$ (мм)		V ( $^\circ$ , $'$ , $''$ )
		Односторонность	Из середины	

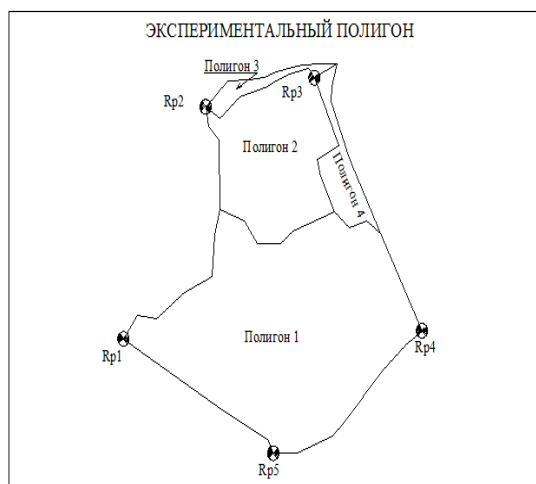


1	50	44,74	1,87	5
2	100	44,79	2,84	5
3	200	44,99	5,11	5
4	300	45,32	7,49	5
5	500	46,36	12,34	5
6	1000	50,96	24,53	5

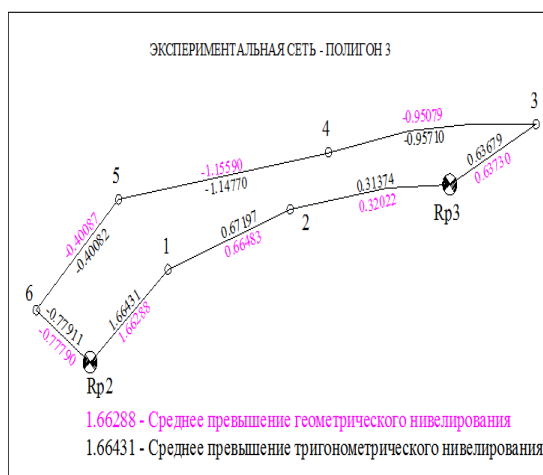
Результаты расчета в таблице 5 показали, что точность вычисления разностей высот способом из середины значительно выше, чем способом одностороннего наблюдения.

На исследуемом объекте высотной сети, проведены эксперименты тригонометрического нивелирования из середины прямого и обратного ходов с использованием электронного тахеометра NTS 237. Для контроля на объекте выполнено геометрическое нивелирование II класса с использованием электронного нивелира DINI 10.

На рисунке 2 показаны исследуемые объекты: экспериментальный полигон и экспериментальная нивелирная сеть – полигон 3.



а)



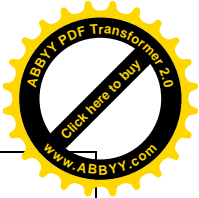
б)

Рис. 2. а) Экспериментальный полигон, б) Экспериментальная нивелирная сеть – полигон 3

Результаты экспериментального исследования с учётом благоприятных условий внешней среды для наблюдений, приведены в таблице 6.

Таблица 6 - Результаты экспериментального исследования полигона

№ п/п	Нивелирные ходы	Тригонометрическое нивелирование				Геометрическое нивелирование			
		Превышение h (м)							
		Прямой	Обратный	Разность	Средний	Прямой	Обратный	Разность	Средний
1	Rp2-6	-	-	-	-	-	-	-	-
		0.77871	0.77950	0.00079	-0.77912	0.77792	0.77788	0.00004	-0.77790
2	6-5	-	-	-	-	-	-	-	-
		0.40092	0.40071	0.00021	-0.40087	0.40078	0.40096	0.00018	-0.40087
3	5-4	-	-	-	-	-	-	-	-
		-	1.1480	0.0006	-1.1477	-	1.1560	0.0002	-1.15590



		1.1473 7	3	6		1.1557 9	1	2	
4	4-3	- 0.9567 3	0.9574 6	0.0007 3	-0.9571	- 0.9508 5	0.9507 3	- 0.0001 2	-0.95079
5	3-Rp3	0.6364 8	0.6370 9	0.0006 1	0.6368	0.6373 0	0.6373 0	0.0000 0	0.63730
6	Rp3-2	0.3139 1	0.3135 6	0.0003 5	0.3137	0.3202 2	0.3202 2	0.0000 0	0.32022
7	2-1	0.6719 5	0.6719 9	0.0000 4	0.672	0.6648 3	0.6648 3	0.0000 0	0.66483
8	1-Rp2	1.6661 2	1.6624 9	0.0036 3	1.6643	1.6627 7	1.6629 8	0.0002 1	1.66288
<b>Сумма</b>		0.0047 3	0.0005 7		0.0021	- 0.0002 2	0.0002 5		-0.00023
<b>f<sub>h</sub></b>					0.0021				-0.00023

Результаты исследования в таблице 6, показывают:

- Невязка в превышении высотной сети тригонометрического нивелирования способом из середины равна  $f_h = 2,1(мм)$ .

- Невязка в превышении высотной сети геометрического нивелирования равна  $f_h = 0,23(мм)$ .

- Невязка в превышении нивелирования II класса по теории вычисляется по формуле  $f_h = \pm 5\sqrt{L(км)} = 2,2(мм)$ .

**Выводы исследований.** Результаты экспериментальных исследований показывают, что на небольших расстояниях метод тригонометрического нивелирования способом из середины с использованием электронных тахеометров по точности соответствуют точности геометрического нивелирования II класса.

Для повышения точности разностей высот тригонометрического нивелирования мы должны действовать следующим образом: выбрать метода измерения из середины, электронный тахеометр располагать между двух пунктов, нужно определить разность высоты, в этом методе не нужно знать высоту электронного тахеометра ( $i$ ) и его ошибки ( $m_i$ ). Если использовать один отражатель, тогда не нужно знать высоту отражателя ( $l$ ) и его ошибки ( $m_l$ ). Одновременно в этом методе также исключается влияния кривизны Земли и рефракции ( $f$ ), и его ошибки ( $m_f$ ). Кроме того, точность разности высот также зависит от величины вертикального угла, поэтому необходимо электронный тахеометр установить таким образом, чтобы вертикальный угол невелик. Для уменьшения погрешности измерений расстояний от электронного тахеометра до отражателя расстояние должно быть не более 300м.

Результаты экспериментов показали, что точность метода тригонометрического нивелирования из середины может достичь точности нивелирования II класса. Но нужно больше экспериментальных измерений в районах с различными условиями местности.

## Список литературы



1. Государственный стандарт СССР, Геодезия: термины и определения (geodesy. terms and definitions) ГОСТ 22268-76, Государственный комитет СССР по стандартам, Москва, Государственный стандарт СССР, Постановлением Государственного комитета стандартов Совета министров СССР от 21 декабря 1976 г. № 2791. Срок введения установлен с 01.01. 1978 г.

2. Никонов А.В. Исследование тригонометрического нивелирования в полевых условиях [Текст] / А.В.Никонов, С.А. Бабасов // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2013. IX Международный научный конгресс: Международная научная конференция «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия»: сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 15–26 апреля 2013 г.). – Новосибирск: СГГА, 2013. Т. 1. – С. 71–78.

3. Яковлев Н.В. Высшая геодезия [Текст]: Учебник для вузов / Н.В.Яковлев. - М.: Недра, 1989. – 445с.

4. Михалев А.В. Оценка возможности использования тригонометрического нивелирования для производства высокоточных измерений [Текст] / А.В.Михалев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. – 2013. - Выпуск № 8. – С. 136–144.

5. Хромченко А.В. Производство тригонометрического нивелирования с использованием электронных тахеометров [Текст] / А.В.Хромченко // Дальний восток. Автомобильные дороги и безопасность движения. Международный сборник научных трудов // под редакцией А. И. Ярмолинского. - Хабаровск: Тихоокеанский Государственный Университет, - 2013. -С. 255-258.