

УДК 004.89

**ТЕХНОЛОГИЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ  
ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА БАЗЕ МУЛЬТИВЕЙВЛЕТНОЙ СЕТИ**

*С.Н. Верзунов, Н.М. Лыченко*

Предложена мультивейвлетная полиморфная сеть для прогнозирования экологических параметров окружающей среды на примере прогноза хаотической составляющей временного ряда вариаций превышения продолжительности суток.

*Ключевые слова:* прогнозирование хаотических временных рядов; экологические параметры окружающей среды; мультивейвлетная полиморфная сеть; полиморфный SLOG вейвлет.

---

**TECHNOLOGY FOR FORECASTING OF ECOLOGICAL PARAMETERS  
OF ENVIRONMENT ON THE MULTI-WAVELET NETWORK BASIS**

*S.N. Verzunov, N.M. Lychenko*

Multi-wavelet network for forecasting of ecological parameters of the environment on the example of the forecasting for chaotic component of the time series of variations of exceeding of the duration of days is proposed.

*Keywords:* forecasting of chaotic time series; ecological parameters of the environment; multi-wavelet polymorphic network; polymorphic SLOG wavelet.

В комплексе проблем экологического мониторинга важной составляющей является проблема адекватного прогнозирования состояния окружающей среды, в частности, компонентов естественных экологических систем на основе данных наблюдений, представленных в виде временных рядов. Для прогнозирования временных рядов традиционно использовались различные аналитические модели, основанные на знании физических законов, лежащих в основе изучаемого процесса. При этом построение адекватных моделей практически невозможно в силу того, что практически невозможно учесть влияние всех значимых для хода процесса факторов. Эффективной альтернативой аналитическим методам прогноза в последние десятилетия активно использовались численные методы прогноза: авторегрессию, ARIMA, GARCH и др. В последнее время для прогнозирования нестационарных временных рядов активно развиваются методы прогноза, основанные на объединении преимуществ вейвлет- и нейросетевых технологий, так называемых вейвлет-сетей, представляющих собой новый класс искусственных нейронных сетей. При этом с помощью вейвлет-сетей удается предсказывать хаотические временные

ряды, т. е. такие, в которых текущий отсчет ряда нелинейно зависит от уровней ряда в предыдущие моменты времени. Хаотические временные ряды порождаются нелинейными динамическими системами, чувствительными к начальным условиям и могут проявлять сложное внешнее поведение так называемого детерминированного хаоса. В той или иной мере это свойство присуще многим временным рядам, получаемым в результате экологического, в частности, геофизического мониторинга, и обусловленным изменениями некоторого числа нелинейно взаимодействующих физических факторов: объемных деформаций, кажущегося сопротивления, концентрации радона, уровней воды в скважинах и относительных вертикальных смещений, зарегистрированных в различных сейсмоактивных регионах. В настоящей работе предложена технология прогнозирования такого рода экологических параметров окружающей среды на базе мульти-вейвлетной полиморфной сети. В качестве примера временного ряда рассмотрены вариации превышения продолжительности суток (ППС), т.е. разницы между астрономически определяемой продолжительностью дня и 86400 секундами. ППС является весьма “неудобным” для прогноза пара-

метром, поскольку подвержена влиянию различных климатических и геофизических факторов, но при этом является важным фактором для определения скорости собственного вращения Земли.

**Мультивейвлетная полиморфная сеть.** Вейвлет-сеть представляет собой трехслойную нейронную сеть, в которой первый слой является входным слоем, второй – скрытым, а третий – выходным. Предложены различные структуры вейвлет-сетей, однако общая их идея заключается в настройке параметров сжатия и сдвига вейвлет-нейронов для наилучшего обучения данным. Так, Чжао и др. предложили [1] мультивейвлетную нейронную сеть, в которой используется многомерный вейвлет в качестве функции активации вейвлет-нейронов в скрытом слое, что позволяет аппроксимировать многомерные функции. А в работе [2] предложена полиморфная вейвлет-сеть, отличающаяся наличием дополнительного настраиваемого параметра материнского вейвлета, и позволяющая более точно аппроксимировать нестационарные временные ряды. В настоящей работе предлагается новая структура вейвлет-сети, объединяющая преимущества рассмотренных в работах [1, 2] вейвлет-сетей.

Выход традиционной мультивейвлетной сети определяется уравнением:

$$\hat{y}(x) = g_\lambda(x; w) = w_{\lambda+1}^{[2]} + \sum_{j=1}^{\lambda} w_j^{[2]} \cdot \Psi_j(x) + \sum_{i=1}^m w_i^{[0]} \cdot x_i, \quad (1)$$

где  $\Psi_j(x)$  – многомерный вейвлет, задающийся как произведение  $m$  скалярных вейвлетов;  $x$  – вектор входных данных;  $m$  – количество входов;  $\lambda$  – количество скрытых вейвлет-нейронов;  $w$  – параметры сети:  $w_{\lambda+1}^{[2]}$  – вес смещения,  $w_i^{[0]}$  – веса линейных связей,  $w_j^{[2]}$  – веса нелинейных связей. Многомерный вейвлет в формуле (1) вычисляется как

$$\Psi_j(x) = \prod_{i=1}^m \psi(z_{ij}), \quad (2)$$

где  $\psi$  – материнский вейвлет, и

$$z_{ij} = \frac{x_i - w_{(\xi)ij}^{[1]}}{w_{(\zeta)ij}^{[1]}}. \quad (3)$$

В выражении (3)  $i=1, \dots, m, j=1, \dots, \lambda+1$ ,  $w_{(\xi)ij}^{[1]}$  – параметры сдвига и  $w_{(\zeta)ij}^{[1]}$  – параметры масштабов вейвлетов.

В качестве материнского обычно используются такие вейвлеты, как: первая производная Гауссианы, т. н. “WAVE-вейвлет”:

$$\psi(z_{ij}) = z_{ij} e^{-0.5z_{ij}^2}, \quad (4)$$

вторая производная Гауссианы, т. н. “Мексиканская шляпа”:

$$\psi(z_{ij}) = (1 - z_{ij}^2) e^{-0.5z_{ij}^2}, \quad (5)$$

или вейвлет Морле:

$$\psi(z_{ij}) = \cos(5z_{ij}) e^{-0.5z_{ij}^2}. \quad (6)$$

Выбор материнского вейвлета зависит от решаемой задачи и не ограничивается приведенными выше функциями, в частности, можно использовать ортогональные вейвлеты и вейвлет-фреймы.

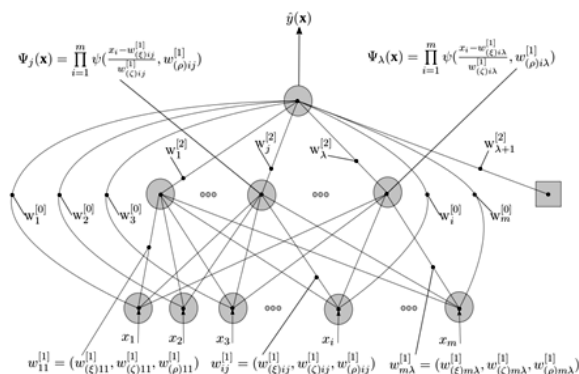


Рисунок 1 – Мультивейвлетная полиморфная сеть

В мультивейвлетной полиморфной сети (рисунок 1) используются материнские вейвлеты с дополнительным настраиваемым параметром, изменяющим форму вейвлета способом, отличным от сжатия и сдвига. Например, можно использовать полиморфный материнский вейвлет Superposed LOGistic functions (“супрепозиция логистических функций”), известный как SLOG:

$$\psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]}) = \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} + w_{(\rho)ij}^{[1]}}} - \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} + 3w_{(\rho)ij}^{[1]}}} - \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} - 3w_{(\rho)ij}^{[1]}}} + \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} - w_{(\rho)ij}^{[1]}}},$$

где  $w_{(\rho)ij}^{[1]}$  – дополнительный настраиваемый параметр формы вейвлета, определяющий скорость его затухания. Тогда (2) будет выглядеть как:

$$\Psi_j(x) = \prod_{i=1}^m \psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]}).$$

Полный вектор параметров сети включает  $w = (w_i^{[0]}, w_j^{[2]}, w_{\lambda+1}^{[2]}, w_{(\xi)ij}^{[1]}, w_{(\zeta)ij}^{[1]}, w_{(\rho)ij}^{[1]})$ . Эти параметры настраиваются в процессе обучения сети путем минимизации среднеквадратической ошибки

$$E = \frac{1}{2n} \sum_{p=1}^n (y_p - \hat{y}_p)^2, \quad (7)$$

где  $n$  – количество используемых для обучения сети примеров;  $y_p$  – требуемое значение выхода сети;  $\hat{y}_p$  – действительное значение выхода сети.

Среднеквадратическая ошибка минимизируется одним из итерационных методов многомерной оптимизации с использованием частных производных среднеквадратической ошибки по параметрам сети:

$$\frac{\partial E}{\partial w} = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n -e_p \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w}, \quad (8)$$

где  $e_p = y_p - \hat{y}_p$ .

Используя выражение (8), можно найти частные производные среднеквадратической ошибки по всем параметрам сети, так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_{\lambda+1}^{[2]}} &= 1, \\ \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_i^{[0]}} &= x_i, i = 1, \dots, m, \\ \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_j^{[2]}} &= \Psi_j(x), j = 1, \dots, \lambda, \\ \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_{(\xi)ij}^{[1]}} &= -\frac{w_j^{[2]}}{w_{(\xi)ij}^{[2]}} \Psi(z_{1j}, w_{(\rho)1j}^{[1]}) \dots \\ &\quad \frac{\partial \Psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]})}{\partial w_{(\xi)ij}^{[1]}} \dots \Psi(z_{mj}, w_{(\rho)mj}^{[1]}), \\ \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_{(\rho)ij}^{[1]}} &= -\frac{w_j^{[2]}}{w_{(\xi)ij}^{[2]}} \Psi(z_{1j}, w_{(\rho)1j}^{[1]}) \dots \\ &\quad \frac{\partial \Psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]})}{\partial w_{(\rho)ij}^{[1]}} \dots \Psi(z_{mj}, w_{(\rho)mj}^{[1]}), \\ \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_{(\xi)ij}^{[1]}} &= z_{ij} \frac{\partial \hat{y}_p}{w_{(\xi)ij}^{[1]}}. \end{aligned}$$

В частности, для полиморфного SLOG вейв-лета:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]})}{\partial w_{(\xi)ij}^{[1]}} &= -\frac{e^{-z_{ij} + w_{(\rho)ij}^{[1]}}}{a(1 + e^{-z_{ij} + w_{(\rho)ij}^{[1]}})^2} + \frac{e^{-z_{ij} + 3w_{(\rho)ij}^{[1]}}}{a(1 + e^{-z_{ij} + 3w_{(\rho)ij}^{[1]}})^2} + \\ &\quad + \frac{e^{-z_{ij} - 3w_{(\rho)ij}^{[1]}}}{a(1 + e^{-z_{ij} - 3w_{(\rho)ij}^{[1]}})^2} - \frac{e^{-z_{ij} - w_{(\rho)ij}^{[1]}}}{a(1 + e^{-z_{ij} - w_{(\rho)ij}^{[1]}})^2}, \\ \frac{\partial \Psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]})}{\partial w_{(\rho)ij}^{[1]}} &= -\frac{e^{-z_{ij} + w_{(\rho)ij}^{[1]}}}{(1 + e^{-z_{ij} + w_{(\rho)ij}^{[1]}})^2} + \\ &\quad + \frac{3e^{-z_{ij} + 3w_{(\rho)ij}^{[1]}}}{(1 + e^{-z_{ij} + 3w_{(\rho)ij}^{[1]}})^2} - \frac{3e^{-z_{ij} - 3w_{(\rho)ij}^{[1]}}}{(1 + e^{-z_{ij} - 3w_{(\rho)ij}^{[1]}})^2} + \frac{e^{-z_{ij} - w_{(\rho)ij}^{[1]}}}{(1 + e^{-z_{ij} - w_{(\rho)ij}^{[1]}})^2}. \end{aligned}$$

Параметры сети пересчитываются на каждой итерации по формуле:

$$w_{v+1} = w_v - \eta \frac{\partial E}{\partial w_v} + \kappa(w_v - w_{v-1}), \quad (9)$$

где  $v$  – номер итерации;  $\eta$  – параметр скорости обучения;  $\kappa$  – параметр момента. Конкретные значения параметров  $\eta$  и  $\kappa$  зависят от используемого итерационного метода многомерной оптимизации.

**Анализ временного ряда.** Для анализа используется временной ряд вариаций ППС ЕОРС04 [3]. Как видно из скользящего среднего

$$m_t = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} l_{(t-i)}$$

и скользящего среднеквадратического отклонения

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} (l_{(t-i)} - m_t)^2}$$

со сглаживающим интервалом  $n = 100$ , этот временной ряд (рисунок 2, а) имеет тренд и периодически изменяющееся среднеквадратическое отклонение, а, значит, является нестационарным.

Предположим, что временной ряд вариаций ППС может быть представлен в виде аддитивной модели как

$$l_t = d_t + s_t + x_t,$$

где  $d_t$  – трендовая составляющая (тренд);  $s_t$  – сезонная составляющая (сезонность),  $x_t$  – хаотическая составляющая (остатки). Причем, тренд с достаточной точностью можно аппроксимировать полиномом, а сезонность – рядом Фурье (см. рисунок 2, б):

$$l_t = \sum_{i=1}^M a_i t^{i-1} + \sum_{j=1}^L b_j \cos(c_j t + d_j) + x_t,$$

где параметры  $a_i, b_j, c_j, d_j$  определяются по методу наименьших квадратов, а  $M, L$  подбираются на основании графика временного ряда (см. рисунок 2, а) и частотных спектров временного ряда.

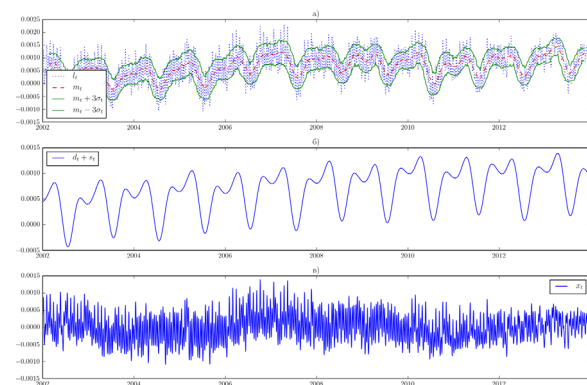


Рисунок 2 – Временной ряд вариаций ППС (а); б – тренд и сезонность; в – остатки

Анализ временного ряда и его спектров позволяет заключить, что он содержит линейный тренд и постоянную составляющую (т. е.  $M = 2$ ), две длиннопериодические компоненты (приблизительно 625, 365 дней), две среднепериодические (приблизительно 183, 121 день), а также несколько короткопериодических компонент, связанных с вращением Земли вокруг Солнца и с вращением Луны вокруг Земли. Длинно- и среднепериодические компоненты могут быть аппроксимированы четырьмя членами ряда Фурье (т. е.  $L = 4$ ). Однако фаза короткопериодических компонентов не остается постоянной во времени, и для их аппроксимации оказывается невозможным использовать ряд Фурье. Поэтому их следует отнести к хаотической составляющей временного ряда (рисунок 2, в).

**Прогноз временного ряда.** Итак, рассматривается хаотическая составляющая  $x_t$  временного ряда вариаций ППС. Известны  $N$  значений этого временного ряда, взятые через равные промежутки времени  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ , и необходимо прогнозировать  $K$  значений в будущие моменты времени:  $x_{N+1}, x_{N+2}, x_{N+3}, \dots, x_{N+K}$ .

Для прогноза предлагается использовать мультивейвлетную полиморфную сеть. В основе предлагаемого метода прогноза, как, впрочем, и большинства методов, связанных с обработкой временных рядов, лежит построение векторов задержек:

$$x_n = (x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+p-1})^T, n = 1, 2, \dots, N - p,$$

последовательность которых задает матрицу задержек:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{N-p} \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{N-p+1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_p & x_{p+1} & \dots & x_{N-1} \end{pmatrix},$$

и построение целевого вектора:

$$y = (x_{p+1}, x_{p+2}, \dots, x_N),$$

где  $p$  – количество задержек.

Векторы задержек и целевой вектор используются для обучения мультивейвлетной полиморфной сети. В частности, векторы задержек  $x_n$  подаются на вход мультивейвлетной полиморфной сети, и формируется вектор ответов сети  $\hat{y}$ :

$$\hat{y}_n(x_n) = g_\lambda(x_n, w_v).$$

Затем, исходя из значений векторов  $y$  и  $\hat{y}$ , по формуле (7) находится среднеквадратическая ошибка сети, которая по формуле (9) минимизируется по итерационному методу многомерной оптимизации Бройдена–Флетчера–Гольдфарба–Шанно.

Для прогноза временного ряда с помощью обученной мультивейвлетной полиморф-

ной сети используется итеративный способ, заключающийся в последовательном получении прогноза на один шаг (временной интервал) с добавлением его результата к исходным данным. Сначала строится исходный вектор задержек  $\hat{x}_1 = (x_{N-p+1}, x_{N-p+2}, \dots, x_N)^T$ , на основании которого делается прогноз на один шаг:  $\hat{x}_{N+1} = g_\lambda(\hat{x}_1; \hat{w})$ , затем полученное значение добавляется к исходному вектору задержек, строится новый вектор  $\hat{x}_2 = (x_{N-p+2}, x_{N-p+3}, \dots, \hat{x}_{N+1})^T$  и делается прогноз еще на один шаг  $\hat{x}_{N+2} = g_\lambda(\hat{x}_2; \hat{w})$  и так далее

$$\hat{x}_{(k+1)} = g_\lambda(\hat{x}_k; \hat{w})$$

где  $\hat{w}$  – параметры обученной мультивейвлетной полиморфной сети,  $k = 1, 2, \dots, K$ .

В качестве материнского вейвлета в вейвлет-сети предлагается использовать вейвлет SLOG, поскольку он дает лучшие результаты прогноза хаотической составляющей вариаций ППС по сравнению с вейвлетами (4–6), что обусловлено схожестью (как видно на рисунках 2 и 3) формы этого вейвлета и прогнозируемого временного ряда.

На рисунке 3 показаны результаты прогноза на 120 суток хаотической составляющей ряда вариаций ППС мультивейвлетной полиморфной сетью со 120 входами, содержащей 10 вейвлет-нейронов с многомерным полиморфным POLYWOG вейвлетом в качестве материнского.

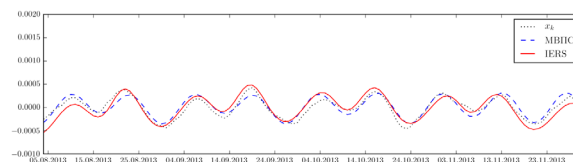


Рисунок 3 – Прогноз хаотической составляющей временного ряда вариаций ППС с помощью мультивейвлетной полиморфной сети (МВПС)

Для сравнения показан также прогноз с помощью общепринятой модели IERS [4], учитывающей лунные и солнечные приливные взаимодействия. Среднеквадратическая ошибка прогноза, рассчитанная по формуле

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_k - \hat{x}_k)^2},$$

где  $k = 120$  – интервал прогнозирования;  $x_k$  – хаотическая составляющая временного ряда вариаций ППС;  $\hat{x}_k$  – прогноз этого ряда; для прогноза, полученного с помощью мультивейвлетной полиморфной сети, она составит  $9.87 \cdot 10^{-5}$ , а для прогноза, полученного с помощью модели IERS –  $1.1 \cdot 10^{-4}$ .

Таким образом, в работе представлена структура мультивейвлетной полиморфной сети

и основанная на ней технология прогнозирования временных рядов. На примере краткосрочного прогноза хаотической составляющей временного ряда вариаций ППС показано, что точность прогноза, полученного с помощью мультивейвлетной полиморфной сети, превышает точность прогноза, полученного с помощью общепринятого в настоящее время метода. Предложенная технология может быть применена для прогнозирования широкого ряда экологических параметров.

#### *Литература*

1. *Zhao J.* Multidimensional non-orthogonal wavelet-sigmoid basis function neural network for dynamic process fault diagnosis / J. Zhao, B. Chen, J. Shen // *Computers and Chemical Engineering*. 1998. N. 23. P. 83–92.
2. *Верзунов С.Н.* Аппроксимация зашумленных сигналов многослойной нейронной и полиморфной вейвлет-сетями / С.Н. Верзунов // *Проблемы автоматизации и управления*. 2014. № 2(27). С. 62–71.
3. URL: [https://hpiers.obspm.fr/eorpc/eor/eorc04/eorc04\\_62-now](https://hpiers.obspm.fr/eorpc/eor/eorc04/eorc04_62-now) (дата обращения: 20.11.2016).
4. URL: [http://hpiers.obspm.fr/eor-pc/models/UT1/UT1\\_LOD\\_marees.php](http://hpiers.obspm.fr/eor-pc/models/UT1/UT1_LOD_marees.php) (дата обращения: 11.12.2016).