

## ВИБРАЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С ДРОБНЫМ $q$

*Беспалов Виктор Яковлевич профессор «НИУ «МЭИ». E-mail: [bespalovvya@mail.ru](mailto:bespalovvya@mail.ru) ORCID 0000-0003-3992-1096*

*Коварский Михаил Ефимович главный конструктор регулируемых электроприводов для ВМФ АО «Корпорация «ВНИИЭМ». E-mail: [mekovarskiy@mail.ru](mailto:mekovarskiy@mail.ru) ORCID 0000-0001-9273-8755*

*Сидоров Антон Олегович инженер НПЦ КЭ (4) АО «Корпорация «ВНИИЭМ». Аспирант кафедры «Электромеханики, электрических и электронных аппаратов» «НИУ «МЭИ». E-mail: [sao92@yandex.ru](mailto:sao92@yandex.ru) ORCID 0000-0001-8029-2733*

Схемы построения обмоток с дробным числом пазов на полюс и фазу  $q$  известны достаточно давно и нашли множество областей применения. Однако в литературе по проектированию малошумных электрических машин использовать такие схемы не рекомендуется. Тем не менее, обмотки с дробным  $q$  были реализованы во многих специальных электрических машинах переменного тока, что позволило улучшить характеристики машины, в том числе и по виброакустическим показателям. В работе проводится гармонический анализ обмоток с целым и дробным  $q$  в синхронном двигателе с постоянными магнитами, выполнено сравнение их характеристик. Показано, что использование обмотки с дробным  $q$  позволяет значительно снизить зубцовые гармоники. С целью уменьшения амплитуд субгармоник выполнена оптимизация шага обмотки. Проведен расчет коэффициентов распределения для субгармоник, дробных и высших гармоник с помощью различных формул, представлен анализ результатов. По результатам анализа приводятся рекомендации по использованию формул для вычисления коэффициентов распределения гармоник при дробном  $q$ . Подробно изложен механизм образования высших гармоник и с помощью аналитических методов выявлены частоты действия сил электромагнитного происхождения.

**Ключевые слова:** дробное  $q$ , коэффициент распределения, гармонический анализ, спектр вибрации, субгармоники, синхронный двигатель с постоянными магнитами, коэффициент гармоник, малошумные машины, зубцовые гармоники.

---

**VIBRATION OF ALTERNATING-CURRENT ELECTRIC MACHINES WITH FRACTIONAL  $Q$** 

---

*Bespalov Victor Yakovlevich* Professor of NRU "MPEI". E-mail: [bespalovvya@mail.ru](mailto:bespalovvya@mail.ru) ORCID 0000-0003-3992-1096

*Mikhail Efimovich Kovarsky* Chief Designer of Adjustable Electric Drives for the Navy of the "VNIEM" Corporation" JC. E-mail: [mekovarskiy@mail.ru](mailto:mekovarskiy@mail.ru) ORCID 0000-0001-9273-8755

*Sidorov Anton Olegovich* Engineer of SPC S (4) "VNIEM" Corporation" JC. Post-graduate student of the Department of Electromechanics, Electrical and Electronic Devices, NRU MPEI. E-mail: [sao92@yandex.ru](mailto:sao92@yandex.ru) ORCID 0000-0001-8029-2733

The schemes for constructing windings with fractional slots per pole and phase  $q$  have been known for a long time and have found many applications. However, it is not recommended to use such schemes in the literature about designing low-noise electrical machines. Nevertheless, windings with fractional  $q$  were realized in many special alternating-current electric machines, which allowed to improve the characteristics of the machine, including vibroacoustic characteristics. The harmonic analysis of windings with integer and fractional  $q$  in a synchronous motor with permanent magnets is performed in the work, a comparison of their characteristics is made. It is shown that the use of a winding with a fractional  $q$  makes it possible to significantly reduce the tooth harmonics. In order to reduce the amplitudes of the subharmonics, the winding step is optimized. Calculation of the distribution coefficients for subharmonics, fractional and higher harmonics by means of various formulas is carried out, analysis of the results is presented. The results of the analysis give recommendations on the use of formulas for calculating the coefficients of distribution of harmonics for fractional  $q$ . The mechanism of formation of higher harmonics is described in detail, and with the help of analytical methods frequencies of electromagnetic forces are revealed.

**Key words:** fractional  $q$ , distribution coefficient, harmonic analysis, vibration spectrum, subharmonics, synchronous motor with permanent magnets, harmonic coefficient, low noise machines, tooth harmonics.

### Введение

Особенностью современных электроприводов, содержащих синхронные двигатели с постоянными магнитами (СДПМ), является использование в качестве источника питания преобразователя частоты. Благодаря этому обеспечивается работа машины при разных скоростях вращения машины вне зависимости от числа полюсов на роторе  $2p$ . Поэтому выбор числа полюсов осуществляется из других соображений, а именно исходя из оптимизации параметров конструкции и характеристик машины. Установлено, что наилучшие массогабаритные показатели СДПМ достигаются при  $2p \geq 6 \div 10$ . При таком соотношении числа полюсов в конструкции СДПМ находит применение обмотка с дробным числом пазов на полюс и фазу  $q$ .

Схемы обмоток с дробным  $q$  известны достаточно давно. Чаще всего подобные обмотки использовались в конструкции мощных тихоходных гидрогенераторов с большим числом полюсов, поскольку ограниченность числа пазов из-за возможного насыщения зубцов магнитопровода, а также высокие требования к массогабаритным показателям, не позволили использовать схемы с целым  $q$ . Помимо этого, подобные обмотки активно использовались при модернизации электрической машины на меньшую частоту вращения в условиях наличия одного статора с нечетным числом пазов. При создании новой серии асинхронных машин серии РА также использовались трехфазные симметричные "дробные обмотки", не смотря на то что, как отмечают создатели, такие обмотки снижают эффективность работы электрических машин [1, с.95]. Стоит также отметить и успешное

использование дробных обмоток (а именно с  $q < 1$ ) в индукторных машинах, благодаря повышению линейных нагрузок за счет сокращения числа зубцов статора [2, с.3]. Однако, несмотря на широкое применение обмоток с дробным  $q$  и большое количество публикаций по данной тематике, исследование характеристик машин с этими обмотками остается неполным.

Использование дробного  $q$  является одним из наиболее эффективных методов борьбы с зубцовыми гармониками. Тем не менее, в специализированной литературе по созданию малозумных электрических машин можно найти рекомендации, согласно которым следует воздерживаться от применения таких обмоток [3-6]. Это связано, прежде всего, с высокой вероятностью образования силовых волн низких порядков, которые являются источниками повышенной вибрации. Подобное явление объясняется появлением и взаимодействием гармоник с числами полюсов не кратными числу полюсов основной гармоники  $p_v \neq k p_1$ , порядки которых меньше порядка основной гармоники. Такие гармоники получили название *субгармоник* или *низших гармоник*. Кроме них, в спектре вибрации также могут присутствовать гармоники дробного порядка (или дробные гармоники) и высшие гармоники.

Целью работы является изучение влияния обмотки с дробным  $q$  на вибрацию электрической машины.

### Моделирование и гармонический анализ

С целью выявления гармоник, присутствующих в спектре МДС обмотки и индукции в воздушном зазоре была построена модель в программе FEMM, позволяющая имитировать двумерное стационарное магнитное поле с помощью метода конечных элементов. В качестве материала обмотки используется медь. Для учета нелинейности свойств магнитной системы в качестве материала магнитопровода статора и ротора выбрана электротехническая сталь 2412. На внешней границе активной зоны машины, которая является и внешним диаметром статора, задано граничное условие Дирихле, на всех остальных границах раздела сред - граничное условие Неймана. Число пазов принято равным 36, число пазов на полюс и фазу -  $q = 1\frac{1}{5}$ . В пазах электрической машины задается плотность тока в обмотках, определяемая выражением:

$$J = \frac{\sqrt{2}I_{\phi}w_n}{S_n},$$

где  $I_{\phi}$  – ток в фазе,  $w_n$  – число витков,  $S_n$  – площадь паза статора.

Токи разных фаз заданы для момента времени, соответствующего максимальному току в фазе А с учетом направлений их протекания, при этом  $I_A = I_m$ ,  $I_B = I_m / 2$ ,  $I_C = I_m / 2$ . Число полученных конечных элементов составляет около 250 тыс. Паза статора выполнены трапециидальными. Для исключения влияния пазов ротор выполняется гладким.

В результате выполненного моделирования получено распределение индукции магнитного поля в воздушном зазоре машины  $B_{\delta}$ , Тл вдоль условной линии, разделяющей воздушный зазор на две равные части, измеренной в геометрических градусах  $\alpha$ , для обмоток с целым и дробным  $q$  (рисунок 1).

Как видно из рисунка, в обоих случаях (то есть для обмоток с целым и дробным  $q$ ), условные положительные и отрицательные полуволны при сдвиге в  $\pi$  радиан имеют одинаковую форму, поэтому кривая индукции  $B_{\delta}$  содержит только нечетные гармоники, при этом соблюдается симметрия *второго рода*.

В случае обмотки с дробным  $q$  кривая индукции обладает некоторыми типами несимметрии. Во-первых, в пределах каждого полюса кривая индукции несимметрична относительно оси полюса, то есть нарушается симметрия *первого рода*. Полученный результат объясняется лишь тем, что высшие гармоники нечетных порядков пересекают ось абсцисс не одновременно с основной волной и при этом новые гармоники не образуются. Во-вторых, различается интегральное значение индукцию в пределах полюсного деления, то

есть магнитный поток по каждому из полюсов. Другими словами, в каждый момент времени на полюса действуют силы разных амплитуд, что может стать причиной появления в спектре вибрации дополнительных составляющих.

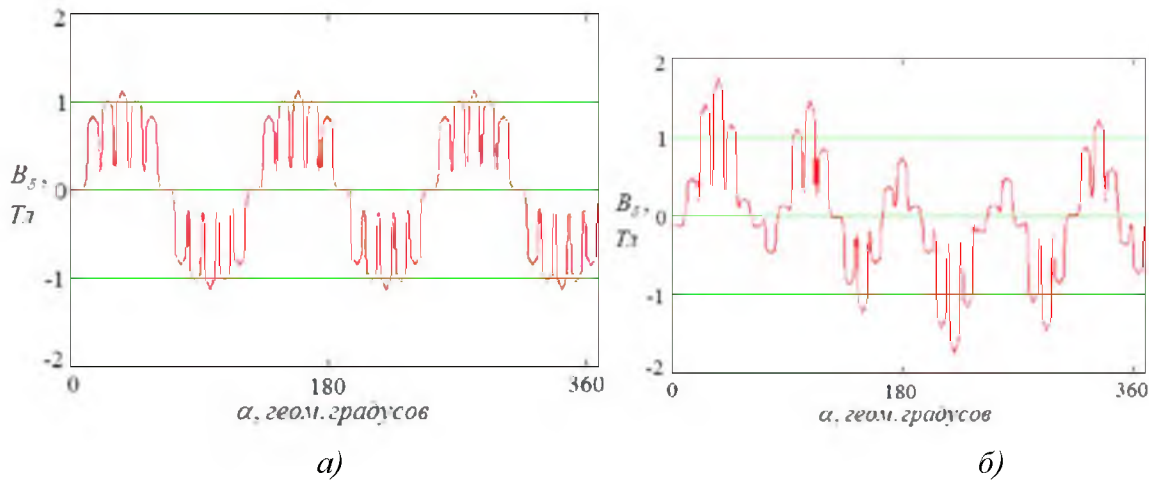


Рис. 1. Электромагнитная индукция в воздушном зазоре СДПМ с а) - с целым  $q$ , б) – с дробным  $q$

По результатам моделирования электромагнитного поля в зазоре кривые индукции были разложены в ряд Фурье и проанализированы их гармонические составляющие (рисунок 2а и 3а). Индукция магнитного поля в зазоре представлена в виде суммы членов гармонического ряда:

$$B = \sum_{v=1}^{\infty} B_{vm} \cos v \frac{\pi}{\tau} x,$$

где  $B_{vm} = \frac{m\sqrt{2}I_{\phi}w_n k_{обv} \mu_0 \lambda_{\delta}}{\pi v p}$ ;  $\tau$  – полюсное деление;  $v$  – порядок гармоники;  $x$  –

пространственная координата рассматриваемой точки, м;  $m$  - число фаз;  $\mu_0=4\pi 10^{-7}$ , Гн/м – магнитная проницаемость воздуха;  $p$  – число пар полюсов;  $\lambda_0$  – удельная магнитная проводимость воздушного зазора.

При этом период основной гармоники соответствует  $\tau = 2\pi$ . При рассмотрении субгармоник их период будет в  $c$  раз больше  $\tau_v = c\tau$ . Поэтому выделить субгармоники можно, увеличив период основной гармоники в  $c$  раз (рисунок 2б и 3б).

Спектр гармоник машины, как и ожидалось, в силу симметрии кривой индукции в воздушном зазоре относительно оси абсцисс при сдвиге полуволн, не содержит четных гармоник.

Незубцовые порядки, обусловленные неравномерностью распределения кривой МДС и различной проводимостью воздушного зазора

$$v = \frac{2m}{d_q} k + 1,$$

где  $k = \pm 1; \pm 2 \dots$

присутствуют в обмотках с целым и дробным  $q$ .

В случае обмотки с целым  $q$  кривая индукции машины имеет широкий спектр зубцовых гармоник порядков

$$v = \frac{Z_1}{p} k + 1,$$

где  $k = \pm 1; \pm 2 \dots$

В данном случае  $\nu = 11, 13, 23, 25, 35, 37, 47, 49 \dots$ . В кривой индукции, полученной для обмотки с дробным  $q$ , упомянутые гармоники исчезают или же значительно сокращаются. Однако, при рассмотрении спектра с увеличенным периодом основной гармоники, можно заметить присутствие субгармонических составляющих, в данном случае наибольшей амплитудой обладает гармоника порядка  $\nu = \frac{1}{5}$ . Несмотря на то, что порядок данной гармоники достаточно низкий, ее амплитуда достигает значения, соизмеримого с амплитудой основной гармоники. Именно проявление данной гармоники вызывает несимметрию индукции в зазоре по полюсам, а следовательно и неравномерное распределение электромагнитных сил, действующих на ротор машины. Снизить воздействие субгармоник можно благодаря рациональному выбору шага обмотки  $y$ .

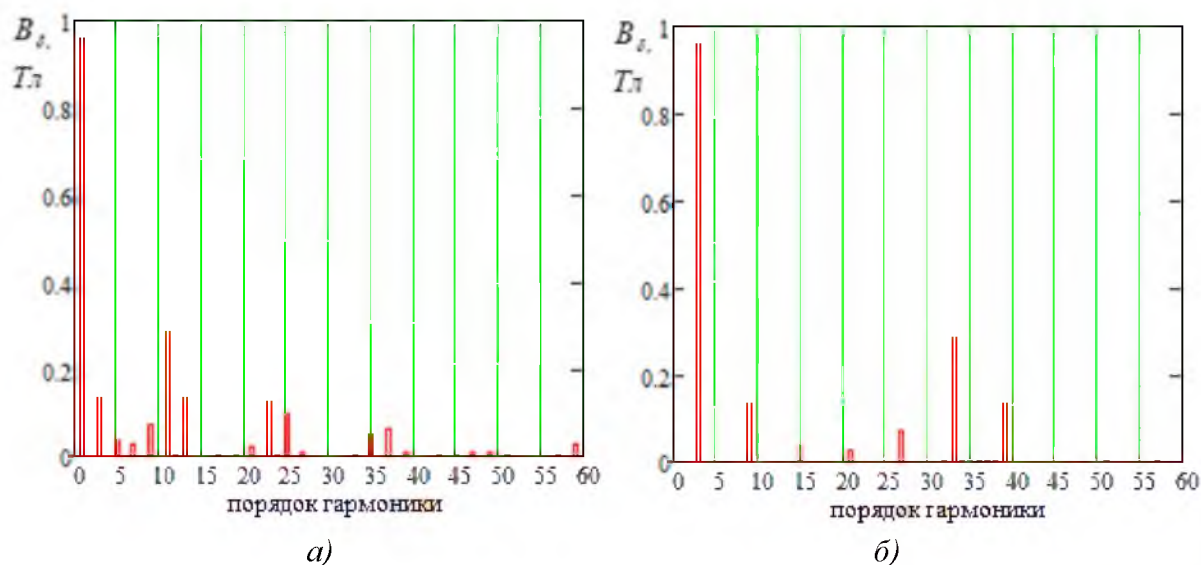


Рис. 2. Гармоники индукции асинхронного двигателя с целым  $q$ : а) -  $\tau = 2\pi$ ; б) -  $\tau = 6\pi$

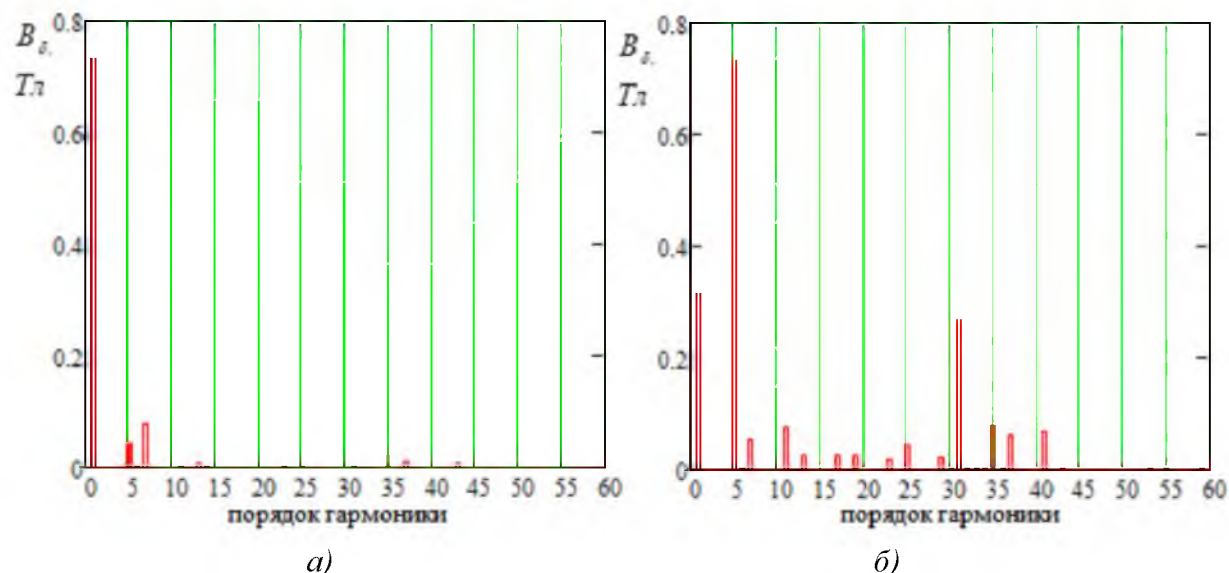


Рис. 3. Гармоники индукции асинхронного двигателя с дробным  $q$ : а) -  $\tau = 2\pi$ ; б) -  $\tau = 10\pi$

В таблице 2 приведены характеристики спектров индукции в воздушном зазоре, полученные для разных значений  $y$ . Амплитуда субгармоники при определенном значении  $y$

( $y=6$ ) может достигать 60%. Как видно, амплитуды субгармоник при разных  $y$  приобретают различные значения. Поэтому уменьшить субгармоники при сохранении схемы обмотки можно благодаря выбору шага  $y$ . В конкретном случае значения  $y$  варьировались от 1 до 6-ти. При значениях  $y=1$  и  $y=6$  амплитуда основной гармоники значительно снижается, а коэффициенты субгармоник и высших гармоник увеличиваются. Максимальное значение амплитуды основной гармоники достигается при двух значениях  $y=3$  и  $y=4$ . Помимо этого, их характеристики лучше остальных вариантов. Среди этих двух значений все же оптимальным с точки зрения уменьшения гармоник оказывается вариант с  $y=3$ . Таким образом, при проектировании малошумной электрической машины необходимо рассматривать не только влияние высших гармоник, но и субгармоник, амплитуды которых могут достигать существенных значений. Однако стоит отметить, что если необходимо уменьшить определенные гармоники, то возможен выбор неоптимального с точки зрения подавления большинства гармоник шага  $y$ , который будет удовлетворять требованию по уменьшению конкретных составляющих спектра.

Таблица 2

	$y$					
	1	2	3	4	5	6
Амплитуда основной гармоники, Тл	0,35	0,62	0,74	0,74	0,63	0,41
Амплитуда гармоники 1/5, Тл	0,067	0,105	0,122	0,149	0,193	0,248
Амплитуда гармоник 3/5, Тл	0,001	0,002	0,020	0,007	0,012	0,010
Коэффициент субгармоник, %	12,7	9,2	6,4	8,4	10,1	7,2
Коэффициент высших гармоник, %	19,2	16,9	16,8	20,2	30,7	61,1
Коэффициент суммы субгармоник и высших гармоник, %	23,0	19,3	18,0	21,9	32,3	61,6

### Частоты действия электромагнитных сил

При рассмотрении электромагнитной составляющей вибрации чаще всего используют достаточно простую формулу Максвелла:

$$P = \frac{B_{\delta}^2}{2\mu_0},$$

где  $B_{\delta}$  – индукция в воздушном зазоре,  $\mu_0$  – магнитная проницаемость воздуха.

Данная формула позволяет рассчитывать радиальную составляющую силы, действующую на вал электрической машины. При этом аксиальной и тангенциальной составляющей пренебрегают. Аксиальная составляющая возникает только при значительном дефекте магнитной системы машины, а именно при распушении сердечника ротора или статора [7, с.5-6]. Действие тангенциальной составляющей вызывает колебания зубцов магнитопровода. Собственная частота колебаний зубцов обычно превышает 10кГц при том, что частота действия электромагнитных сил обычно ограничивается значением 4кГц. Таким образом, во внимание принимается лишь радиальная составляющая силы.

Индукция в воздушном зазоре представляет собой сумму индукции, созданной неподвижным статором или якорем  $B_{cm}$  и индукции вращающегося ротора или индуктора  $B_{pot}$ . Таким образом:

$$B_s = B_{cm} + B_{pot}.$$

Каждая из этих составляющих может быть представлена произведением МДС на магнитную проводимость:

$$B_s = F \cdot \Lambda,$$

Для СДПМ пространственные гармоники образуются при вращении ротора с синхронной частотой  $n_\mu = n_1$ . Высшие гармоники имеют число полюсов по отношению к основной гармонике  $p_\mu = \mu p_1$ . Таким образом, частота наводимой в якоре ЭДС будет равна:

$$f_\mu = \frac{p_\mu n_\mu}{60} = \frac{\mu \cdot p \cdot n_1}{60} = \mu \cdot f_1$$

В обмотке статора протекает ток, который является источником пространственных гармоник МДС статора при распределении обмотки по пазам. Число полюсов высших гармоник статора, также как и ротора, кратно числу полюсов основной гармоники. При этом скорость их вращения будет ниже скорости вращения основной гармоники. Таким образом, частота ЭДС высших гармоник статора равна:

$$f_\mu = \frac{p_\nu n_\nu}{60} = \frac{\nu \cdot p_1 \cdot n_1 / \nu}{60} = f_1$$

Как известно, пульсирующую волну МДС фазы можно представить в виде суммы прямобегающей и обратнобегающей волны. С учетом высших гармонических выражение для МДС фазы будет выглядеть следующим образом:

$$F = \sum_{v=1}^{\infty} F_m \sin \omega t \cos v \frac{\pi}{\tau} x = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{F_m}{2} \left[ \sin \left( \omega t - v \frac{\pi}{\tau} x \right) + \sin \left( \omega t + v \frac{\pi}{\tau} x \right) \right]$$

В зависимости от порядка гармоники на основную гармонику накладывается одна из составляющих пульсирующей волны. Следовательно, рассматривать можно одну из составляющих.

Магнитная проводимость СДПМ определяется выражением:

$$\Lambda = \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_m \cos v Z_1 \frac{\pi}{\tau} x'$$

Определив таким образом каждую из составляющих индукции, радиальную магнитную силу можно определить как:

$$P = \frac{1}{2\mu_0} \left[ \left( \sum_{v=1}^{\infty} F_v \sin \left( \omega t - v \frac{\pi}{\tau} x \right) + \sum_{\mu=1}^{\infty} F_\mu \sin \left( \mu \omega t - \mu \frac{\pi}{\tau} x \right) \right) \left( \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_m \cos v Z_1 \frac{\pi}{\tau} x \right) \right]^2$$

Возведем в квадрат первый множитель. Поскольку в работе рассматривается взаимодействие статорных и роторных гармоник, выражение приобретает вид:

$$P = \frac{1}{2\mu_0} \left[ \left( \sum_{v=1}^{\infty} F_v \sum_{\mu=1}^{\infty} F_\mu \sin \left( \omega t - v \frac{\pi}{\tau} x \right) \sin \left( \mu \omega t - \mu \frac{\pi}{\tau} x \right) \right) \left( \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_m \cos v Z_1 \frac{\pi}{\tau} x \right)^2 \right]$$

Используя формулу произведения синусов, окончательно получим:

$$P = \frac{1}{4\mu_0} \left[ \left( \sum_{v=1}^{\infty} F_v \sum_{\mu=1}^{\infty} F_\mu \cos \left( (1-\mu)\omega t - (v-\mu) \frac{\pi}{\tau} x \right) - \cos \left( (1+\mu)\omega t - (v+\mu) \frac{\pi}{\tau} x \right) \right) \left( \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_m \cos v Z_1 \frac{\pi}{\tau} x \right)^2 \right]$$

Таким образом, частоты действия электромагнитных сил для СДПМ будут определяться следующим образом:

$$f = f_v \pm f_\mu = f_1 \pm \mu \cdot f_1 = f_1 \pm (1+2k)f_1 = \begin{bmatrix} 2 \cdot (1+k)f_1 \\ 2kf_1 \end{bmatrix}$$

Как видно, электромагнитные частоты для синхронной машины с электромагнитным возбуждением и СДПМ совпадают. Тот же результат можно получить при подстановке в формулы для частот асинхронной машины  $Z_2 = 2p$  и  $s = 0$  без учета насыщения:

$$f = f_v \pm f_\mu = f_1 \pm \mu \cdot f_1 = f_1 \pm \left( 1 + \frac{(1-s)Z_2}{p} \right) f_1 = \begin{bmatrix} \frac{(1-s)Z_2}{p} f_1 \\ \left( 2 + \frac{(1-s)Z_2}{p} \right) f_1 \end{bmatrix}$$

Стоит обратить внимание, что субгармоники будут проявляться главным образом на двойной частоте питания и кратной ей частотах.

**Обмоточный коэффициент**

Одной из основных характеристик, являющейся критерием выбора обмотки электрической машины и одновременно показателем влияния высших гармоник, является обмоточный коэффициент, состоящий из трех компонентов:

$$k_{обв} = k_{pv} k_{yv} k_{скв},$$

где  $k_{pv}$  - коэффициент распределения,  $k_{yv}$  - коэффициент укорочения,  $k_{скв}$  - коэффициент скоса.

Эффективным методом борьбы с высшими зубцовыми гармониками является скос пазов статора или ротора. Однако, как показывает практика, воспользоваться таким методом оказывается проблематично. Чтобы осуществить скос магнитов на роторе, их необходимо выполнять сегментированными, при этом нужно предусмотреть способ крепления магнитов, усложняется технология изготовления ротора. Выполнить скос пазов на статоре оказывается также проблематичным и не всегда возможным. Поэтому использование дробного  $q$  становится приоритетным способом борьбы с высшими гармониками. По этой причине, скос пазов в работе не рассматривается, а  $k_{скв} = 1$ . Коэффициент укорочения для высших гармоник находится достаточно просто:

$$k_{yv} = \sin\left(\nu\beta\frac{\pi}{2}\right),$$

где  $\nu$  – порядок гармоники,  $\beta$  – относительный шаг обмотки.

Как правило, коэффициент укорочения при анализе обмоток с дробным  $q$  не рассматривается, поскольку сам параметр  $q$  не будет оказывать влияния на рассматриваемый коэффициент. Однако стоит еще раз подчеркнуть, что выбор шага обмотки может существенно повлиять на амплитуду субгармоник, что должно учитываться при проектировании малозумной машины.

В работе был проведен анализ коэффициента распределения  $k_{pv}$  для основной, высших гармоник и субгармоник. Известно несколько формул для расчета  $k_{pv}$ , некоторые из них представлены в таблице 1 [8-11]. В таблице приняты следующие обозначения:  $\nu$  – порядок гармоники,  $m$  – число фаз,  $p$  – число пар полюсов,  $q$  – число пазов на полюс и фазу,  $k_z$  – коэффициент зонности,  $C_q$  – числитель неправильной дроби  $q$ ,  $d_q$  – знаменатель неправильной дроби  $q$ ,  $\varphi$  – угловая координата проводника фазы,  $n$  – число проводников с одинаковой координатой.

Таблица 1

	Формула 1 [8, с.129]	Формула 2 [9, с.121]	Формула 3 [10, с.137]	Формула 4 [11, с.85]
$\nu$ целое	$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2m}\nu\right)}{C_q \sin\left(\frac{\pi}{2mC_q}\nu\right)}$	$\frac{\sin\left(\nu\frac{\pi}{k_z m}\right)}{C_q \sin\left(\nu\frac{\pi}{k_z m q}\right)}$	$\frac{\sin(\nu \cdot 30)}{d_q q \sin\left(\nu\frac{30}{d_q q}\right)}$	$\frac{\sum \cos n\varphi}{2p}$
$\nu$ дробное		$\frac{\sin\left(\nu\frac{\pi}{k_z m}d_q y_i\right)}{C_q \sin\left(\nu\frac{\pi}{k_z m C_q}d_q y_i\right)}$	$\frac{\sin(\nu \cdot 30 - \nu \cdot 180)}{d_q q \sin\left(\nu\frac{30}{d_q q} \mp \nu \cdot 180\right)}$	



Результаты расчетов коэффициента распределения по указанным формулам для  $q = 1\frac{1}{5}$  представлены на рисунках 4 и 5. Известно, что по теореме о периодичности обмоточных коэффициентов, значения коэффициентов распределения будут периодически повторяться. Поэтому рассматриваемого диапазона вполне достаточно для определения характера изменения значений коэффициента распределения. Как видно, значения коэффициентов распределения, вычисленные по формулам (1-3), для высших гармоник совпадают. Отличаются лишь значения данного коэффициента, вычисленные по формуле (4), в которой все четные высшие гармоники обращаются в ноль.

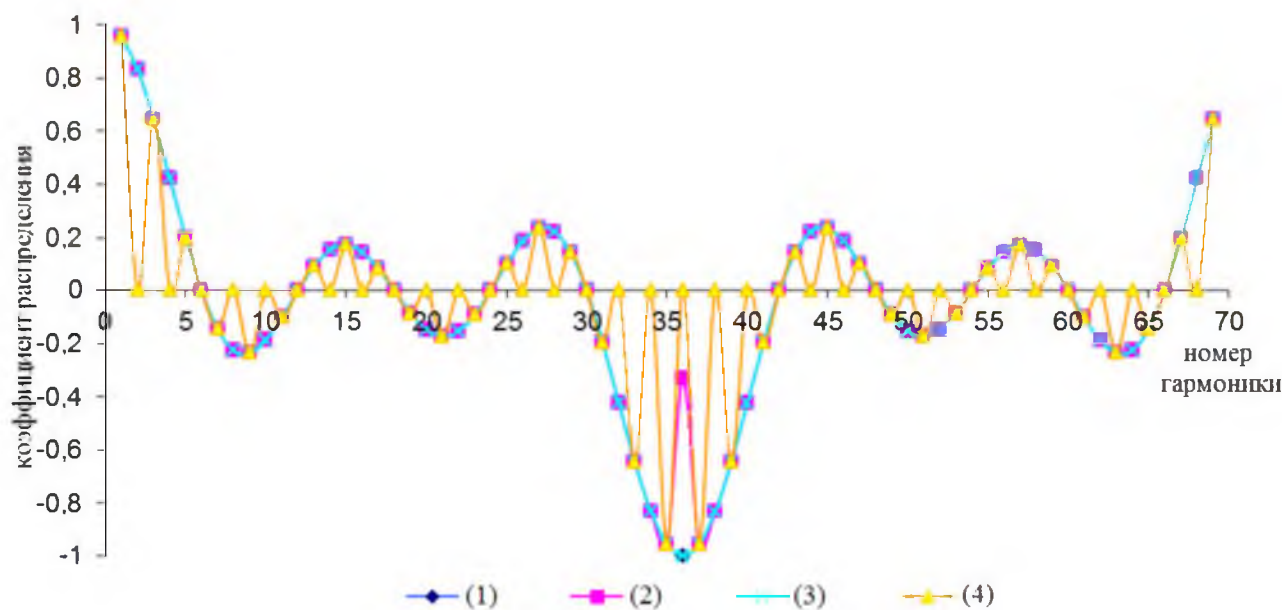


Рис. 4. Коэффициент распределения для высших гармоник

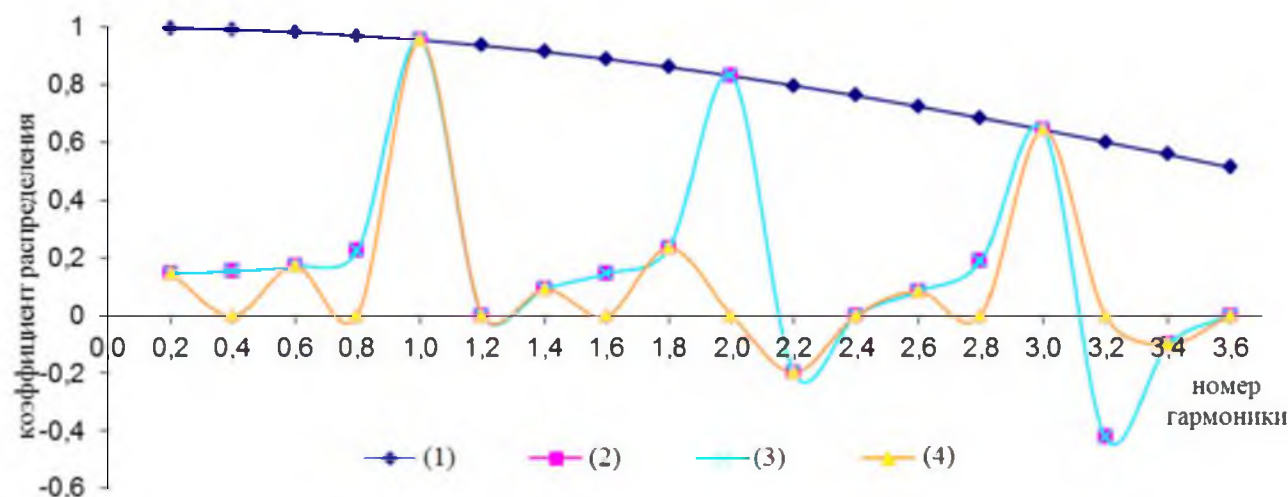


Рис. 5. Коэффициент распределения для субгармоник и дробных гармоник

Стоит обратить внимание на результаты расчетов коэффициента распределения для субгармоник. Из рисунка 5 видно, что формулы (1-4) дают разные значения  $k_{pv}$ . Различия можно объяснить следующим образом. Методика расчета (1) основана на допущении, что дробное  $q$  заменяется на эквивалентное число пазов, что не позволяет рассчитать коэффициент распределения для субгармоник и дробных гармоник. Кроме того, в результате

расчетов по методикам (2-3) четные гармоники дают ненулевые значения. По своей сути это является не совсем корректным результатом. Несмотря на дробность  $q$  и наличия субгармонических составляющих обмотка является симметричной, а следовательно в ней должны отсутствовать четные гармоники. Ненулевые же значения получаются, поскольку при подстановке  $q$  в формулы, его значение меняется с  $q = 1\frac{1}{5}$  на  $q = 1\frac{2}{10}$ , то есть число элементарных периодов становится в два раза больше, а свойства обмотки меняются. В результате данная обмотка уже приобретает свойства несимметрии и значения  $k_{pv}$  для субгармоник и дробных гармонических становятся ненулевыми.

Методика (4) позволяет рассчитать  $k_{pv}$  исходя из пространственного распределения ЭДС с помощью угловых координат проводников фазы  $\varphi$ . Благодаря ей можно достаточно легко и правильно рассчитать коэффициент распределения для субгармоник и дробных составляющих. Данные выводы подтверждаются результатами расчетов индукции для каждой из гармоник (гармонический спектр):

$$B_v = \frac{1}{v} \frac{I_1}{I_0} \frac{\kappa_{обv}}{\kappa_{об1}} k_s,$$

При этом для простоты насыщением пренебрегаем  $k_s = 1$ , а рассматриваемый режим – холостой ход, при этом  $I_1 = I_0$ .

На рисунке 6 отмечены значения индукции субгармоник различных порядков, полученные по результатам расчетов обмоточных коэффициентов различными формулами.

При качественном сравнении результатов моделирования (по рисунку 3б) и расчета видно, что большую сходимость результатов дает методика расчета (4).

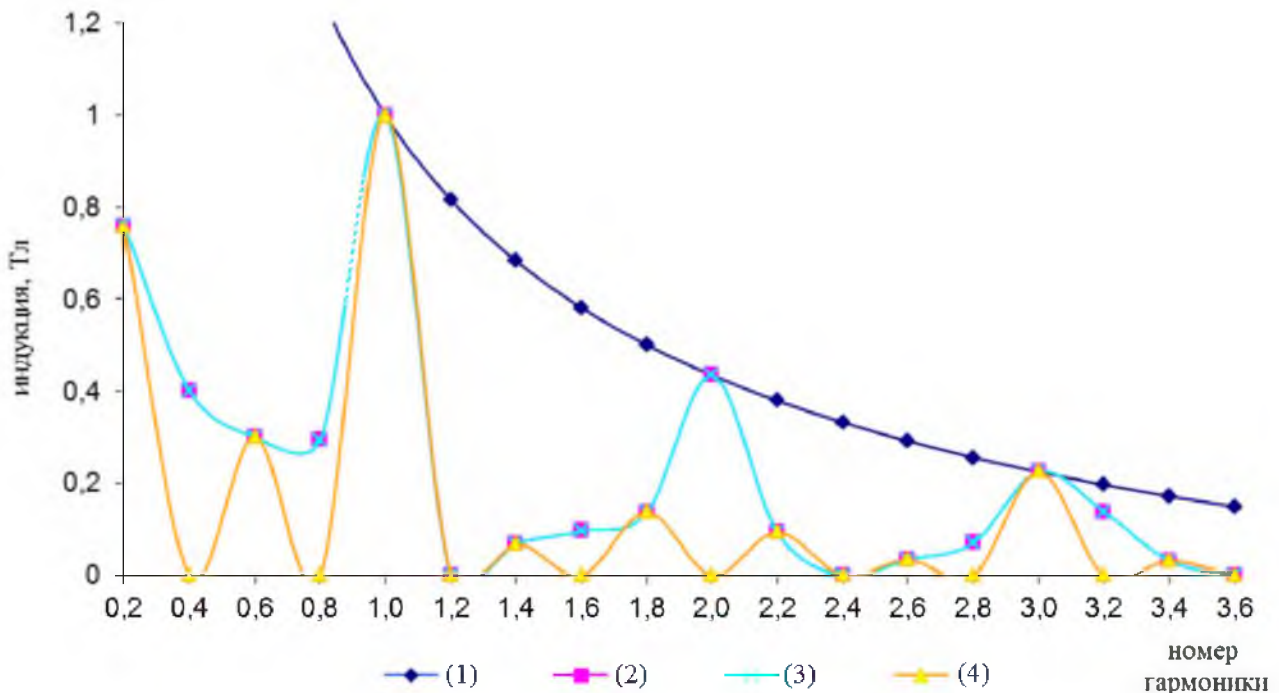


Рис. 6. Индукция в воздушном зазоре низших гармоник

Для экспериментального подтверждения полученных в работе результатов планируется изготовить макетный образец СДПМ с  $q = 1\frac{1}{5}$ , работающий на частоте субгармоники  $2f_1$ .

Выводы:

1. Уровни вибрации электромагнитного происхождения зависят от индукции магнитного поля в зазоре электрической машины.

2. Спектр гармоник индукции в зазоре синхронной машины с постоянными магнитами при использовании дробного  $q$  содержит субгармоники и дробные гармонические составляющие, что может стать причиной повышенной вибрации на отдельных частотах.

3. Для различных значений шага обмотки  $u$  амплитуды субгармоник будут различны и это должно учитываться при проектировании малошумной машины.

4. Частоты действия субгармоник и дробных гармоник совпадают с частотами действия электромагнитных источников вибрации для синхронных явнополюсных машин и равны  $2fk$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$

5. Результаты расчетов коэффициентов распределения  $k_p$  для субгармоник и дробных гармоник по методикам (1-4) различаются. Наибольшую сходимость с результатами моделирования и аналитического расчета дает методика (4).

### **Список литературы**

1. Попов В.И. Современные асинхронные электрические машины: Новая Российская серия RA / В.И. Попов., Ахунов Т.А., Макаров Л.Н. – М.: Из-во “Знак”, 1999. – 256 с.

2. Шевченко А.Ф. Анализ магнитодвижущих сил дробных зубцовых обмоток электрических машин / А.Ф. Шевченко, Т.В. Честюнина // Электротехника. – 2009. - №12. - с. 3 – 7.

3. Шубов И.Г. Шум и вибрация электрических машин. – Л.: Энергия, 1973. – 200 с.

4. Исакович М.М. Устранение вибраций электрических машин. – Л.: Энергия, 1969. – 215 с.

5. Волков Л.К. Вибрации и шум электрических машин малой мощности. – Л.: Энергия, 1979. – 206 с.

6. Зинин В.И. Обмотки электрических машин. – Л.: Энергия, 1970. – 472 с.

7. Воронежский Б.Б. Магнитный шум асинхронных электродвигателей / Б.Б.Воронецкий, Э.Р. Кучер. – Л.: Госэнергоиздат, 1957. – 56 с.

8. Копылов И.П. Проектирование электрических машин. – М.: Энергия, 1980. – 496 с.

9. Воронкин В.А. Методы проектирования малошумных электрических машин / В.А.Воронкин, В.Я Геча, Э.А. Городецкий [и др]. // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. Т.103. – М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2006. – 178 с.

10. Юргенсон Т.С. Исследование магнитных вибровозмущающих сил синхронных явнополюсных машин: дис. на соискание степени канд. техн. наук./ Т.С. Юргенсон – М.: МЭИ, 1977. – 163 с.

11. Жерве Г.К. Обмотки электрических машин. – Л.: Энергоатомиздат, 1989. – 400 с.