

## МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВКЛЮЧЕНИИ ТРАНСФОРМАТОРА В СЕТЬ

*Аккозов Абдылдабек Джадраевич, к.т.н., доцент, КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г.Бишкек, пр. Мира 66. Тел: 0312-54-51-34, e-mail: [abysh2012@mail.ru](mailto:abysh2012@mail.ru)*

*Таабалдиева Нурзат Душеновна, к.т.н., доцент, КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г.Бишкек, пр. Мира 66. Тел: 0312-54-51-49, e-mail: [nurzat0227@gmail.com](mailto:nurzat0227@gmail.com) ORCID ID 0000-0003-4365-2845*

*Имакова Айжамал Курманбековна магистр, КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г.Бишкек, пр. Мира 66. Тел: 0312-54-51-49, e-mail: [jama\\_imakova@gmail.com](mailto:jama_imakova@gmail.com)*

**Аннотация.** Анализ переходных процессов в трансформаторе позволяет принимать обоснованные решения при разработке его конструкции и формировании требований к условиям эксплуатации трансформатора и средствам его защиты. В данной статье приведены методы для исследования переходных процессов при включении ненагруженного трансформатора в сеть. Для исследования использованы методы основанные на аппроксимации зависимости  $V=f(H)$  кусочно-линейной функцией и экспоненциальной функцией.

А так же разработана программа для моделирования, которая решает дифференциальное уравнение, используя, по желанию пользователя, тот или иной способ аппроксимации, используя, либо аналитические, либо численные методы. Полученные результаты моделирования.

Кроме компьютерного моделирования проведен физический эксперимент с тем же трансформатором с помощью записывающего осциллографа UTD-2052CL.

**Ключевые слова:** трансформатор, моделирование, ток намагничивания, мгновенное значение потокосцепления, индуктивность рассеяния обмотки, магнитный поток, количество витков первичной обмотки трансформатора, сечение магнитопровода трансформатора, дифференциальная магнитная проницаемость.

## METHODS OF INVESTIGATION OF TRANSITION PROCESSES WITH THE INCLUSION OF TRANSFORMER IN THE NETWORK

*Akkozov Abdylzbek Jadrayevich, PhD (Engineering), Associate Professor, Kyrgyzstan, , 720044, c.Bishkek, KSTU named after I.Razzakov. Phone: 0312-54-51-49, e-mail: [abysh2012@mail.ru](mailto:abysh2012@mail.ru) orcid.org/0000-0003-0914-3115*

*Taabaldieva Nurzat Dushenovna, PhD (Engineering), Associate Professor, Kyrgyzstan, 720044, c.Bishkek, KSTU named after I.Razzakov. Phone: 0312-54-51-49, e-mail: [nurzat0227@gmail.com](mailto:nurzat0227@gmail.com) orcid.org/0000-0003-4365-2845*

*Imakova Ajamal Kurmanbekovna, master student, Kyrgyzstan, 720044, c.Bishkek, KSTU named after I.Razzakov. Phone: 0312-54-51-49, e-mail: [jama\\_imakova@gmail.com](mailto:jama_imakova@gmail.com) orcid.org/0000-0002-3440-9037*

**Annotation.** The analysis of transients in a transformer makes it possible to make informed decisions in the design of its design and the formation of requirements for the operating conditions

of the transformer and its means of protection. This article describes methods for analyzing transient processes when an unloaded transformer is connected to a network. The methods based on approximation of the dependence  $B = f(H)$  by piecewise linear function and exponential function were used for the study.

And also developed a program for modeling, which solves the differential equation, using, at the request of the user, this or that method of approximation using either analytical or numerical methods. The obtained results of modeling.

In addition to computer modeling, a physical experiment was carried out with the same transformer using a UTD-2052CL recording oscilloscope.

**Keywords:** transformer, simulation, magnetizing current, instantaneous flux linkage, winding leakage inductance, magnetic flux, number of turns of the primary winding of the transformer, cross section of the magnetic circuit of the transformer, differential magnetic permeability.

Известно, что при включении даже ненагруженного трансформатора в сеть толчком на полное напряжение в трансформаторе возникают весьма большие броски тока намагничивания, которые могут привести ряду нежелательных последствий, таких, как силовое воздействие на обмотки трансформатора, ложное срабатывание устройств защиты и т.п. Поэтому желательна исследование поведения и свойств пускового тока силовых трансформаторов еще на стадии их проектирования, в котором учитывались бы результаты этих исследований [4,5].

Эффективным методом исследования является компьютерное моделирование, основанное на математической модели исследуемого процесса, которая представляет собой дифференциальное уравнение относительно мгновенного значения намагничивающего тока трансформатора  $i(t)$ :

$$R i(t) + L_p \frac{di(t)}{dt} + \frac{d\psi(t)}{dt} = u(t) \quad (1)$$

где  $u(t) = u_m \sin(\omega t + \varphi)$  – мгновенное значение напряжения, приложенного к первичной обмотке трансформатора;  $\psi(t)$  – мгновенное значение потокосцепления;  $R$  – активное сопротивление обмотки;  $L_p$  – индуктивность рассеяния обмотки.

Резкое увеличение амплитуды броска тока намагничивания при включении трансформатора означает, что индуктивность рассеяния обмотки резко снижается и становится достаточно малой, что можно принять  $L_p = 0$  [3].

Так как нас интересует ток намагничивания, дифференциальное уравнение выразим относительно току  $i(t)$ . Для этого можем предполагать, что потокосцепление  $\psi(t)$  в уравнение (1) зависит от тока:

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = W \frac{d\Phi}{dt} = W \frac{SdB}{dt} = WS \frac{dB}{dH} \frac{dH}{dt} = WS \mu(i) \frac{dH}{dt} \quad (2)$$

где  $\Phi = BS$  – магнитный поток;  $W$  – количество витков первичной обмотки трансформатора;  $S$  – сечение магнитопровода трансформатора;  $\mu(i)$  – дифференциальная магнитная проницаемость.

Напряженность магнитного поля  $H(t)$  выразим через  $i(t)$ , исходя из закона полного тока:

$$H(t) = W \frac{i(t)}{\ell} \quad (3)$$

где  $\ell$  - длина средней магнитной линии.

Используя закон (3) в (2) можем выразит:

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{W^2 S \mu(i)}{\ell} \frac{di(t)}{d(t)} = L(i) \frac{di(t)}{d(t)} \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1) получим, дифференциальное уравнение (5) где намагничивающий ток трансформатора имеет нелинейный характер и является основным уравнением при анализе переходных процессов в трансформаторе:

$$L(i) \frac{di(t)}{dt} + R i(t) = u_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

Решить уравнение (5) невозможно без зависимости  $B=f(H)$ . Эта зависимость для конкретного магнитопровода можем получить экспериментальным путем. При этом она представится в табличной форме, по которой можно получить аналитические выражения, аппроксимирующие кривую намагничивания.

В данной работе исследуются два метода решения дифференциального уравнения (5).

Первый метод основан на аппроксимации зависимости  $B=f(H)$  кусочно-линейной функцией (кривая 1 на рис.1), как в работе [7]:

$$B(H) = \begin{cases} \mu_1 \cdot H, & \text{если } |H| \leq H_0, \\ H_0 + \mu_2(H - H_0), & \text{если } H > H_0, \\ -H_0 + \mu_2(H + H_0), & \text{если } H < -H_0. \end{cases}$$

В этом случае

$$\mu(i) = \frac{dB}{dH} = \begin{cases} \mu_1 = \frac{B_0}{H_0}, & \text{если } |i| \leq i_0, \\ \mu_2, & \text{если } |i| > i_0, \end{cases}$$

где

$\mu_2$  выбирается исходя из графика  $B=f(H)$ , построенного по таблице,

$$i_0 = \frac{H_0 \ell}{W}.$$

Второй метод основан на аппроксимации зависимости  $B=f(H)$  экспоненциальной функцией (кривая 2 на рис.1) [1, 2].

$$B(H) = B_{\max} (1 - e^{-\lambda H}),$$

где параметр  $B_{\max}$  выбирается исходя из графика  $B=f(H)$ , построенного по таблице, а параметр  $\lambda$  определяется из условия  $B(H_0) = B_0$ .

Зная, что  $H = \frac{W \cdot i}{\ell}$  можно выразить  $\mu$  как функцию от  $i$ :

$$\mu(i) = \lambda B_{\max} e^{-\frac{\lambda W \cdot |i|}{\ell}}$$

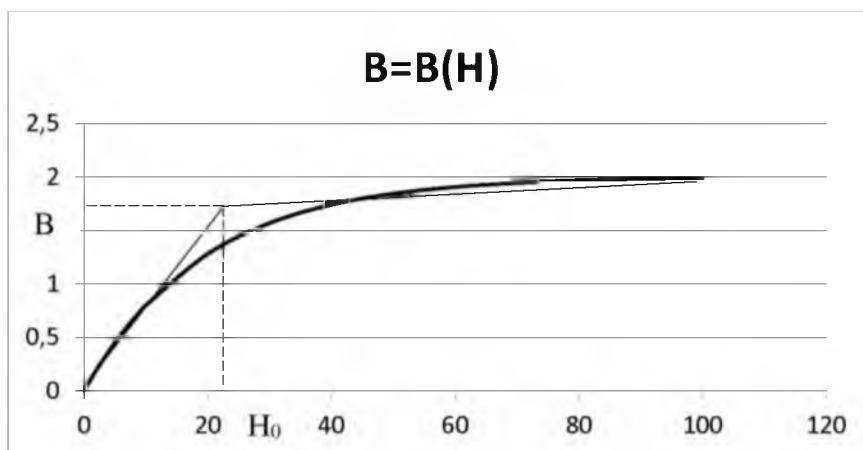


Рис. 1.Кривая намагничивания

В первом методе, где кривая намагничивания аппроксимирована кусочно-линейной функцией, уравнение (5) можем представить в виде двух уравнений, которые решаются аналитически: уравнения для тока  $i_1(t)$ , соответствующего рабочему участку кривой намагничивания, и уравнения для тока  $i_2(t)$ , соответствующего участку насыщения:

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + R i_1(t) = u_m \sin(\omega t + \varphi) \\ L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + R i_2(t) = u_m \sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \quad (6)$$

где  $L_1 = \frac{0,1}{\ell} W^2 S e^{-\frac{\mu_1 W \cdot |i_1|}{\ell}}$  и  $L_2 = \frac{0,1}{\ell} W^2 S e^{-\frac{\mu_2 W \cdot |i_2|}{\ell}}$

Дифференциальное уравнение (6) решаются при начальных условиях

$$i_1(0) = 0, \quad i_1(t_0) = i_2(t_0) \quad (7)$$

где  $t_0$  – момент времени, когда величина тока изменяется с  $i_1(t)$  на  $i_2(t)$ .

Так как в соответствии с законом электромагнитный поток в сердечнике трансформатора отстает от напряжения  $u(t)$  на  $90^\circ$ , то максимальный всплеск тока возникает при  $\varphi = 0$ . Интерес представляет именно этот случай, которым является наиболее неблагоприятным включением трансформатора в сеть.

Решая дифференциальное уравнение (6) аналитически при  $\varphi = 0$ , получим:

$$i_1(t) = \frac{u_m \omega P_1}{x_1^2} e^{-\frac{Rt}{P_1}} + \frac{u_m}{x_1} \sin(\omega t - \psi_1) \quad (8)$$

$$i_2(t) = \left[ i_0 - \frac{u_m}{x_2} \sin(\omega t_0 - \psi_2) \right] e^{-\frac{R(t-t_0)}{P_2}} + \frac{u_m}{x_2} \sin(\omega t - \psi_2) \quad (9)$$

где  $x_1 = \sqrt{R^2 + \omega^2 P_1^2}$ ,  $x_2 = \sqrt{R^2 + \omega^2 P_2^2}$ ,

$$\cos \psi_1 = \frac{R}{x_1}, \quad \cos \psi_2 = \frac{R}{x_2}$$

Момент времени определяется как корень трансцендентного уравнения:  $i_1(t_0) = i_0$

при  $i_0 = \frac{h\ell}{W}$ . Выражение токов (8) и (9) позволяют полностью рассчитать переходные токи в обмотке трансформатора при включении его в сеть с синусоидальным напряжением [7].

В случае применения аппроксимации экспоненциальной функцией для решения уравнения (5) используется численный метод, а именно метод Рунге-Кутты.

Нами разработана программа для моделирования, которая решает уравнение (5), используя, по желанию пользователя, тот или иной способ аппроксимации. Т.е. используя, либо аналитические, либо численные методы

Ниже приведены результаты моделирования для однофазного трансформатора с параметрами  $U_{НОМ} = 220В$ ;  $U_2 = 42В$ ;  $I_{НОМ} = 2,8А$ ;  $I_{2НОМ} = 14А$ ;  $I_{ХХ} = 0,28А$ ;  $S_{НОМ} = 616ВА$ ; число витков первичной обмотки  $W = 275$ ; площадь керна  $S = 0,0024 м^2$ , омическое сопротивление обмотки  $R = 0,4 Ом$ . Взяв длину средней магнитной линии  $\ell = 0,44 м$  и из графика, изображенного на рис. 1, определили параметры  $H_0 = 45,3 А/м$  и  $B_0 = 1,8 Тл$ ,

The screenshot shows a software interface with the following sections:

- Данные приложенного напряжения:**
  - Действ. значение в вольтах: 220
  - Начальная фаза в градусах: 0
  - Частота в Гц: 50
- Данные трансформатора:**
  - Площадь поперечного сечения в кв. м: 0,0024
  - Длина средней линии сердечника в м: 0,44
  - Число витков первичной обмотки: 275
  - Число витков вторичной обмотки: 100
  - Актив. сопротив. первичной обмотки в Ом: 0,4
- Данные для аппроксимации кривой намагничивания:**
  - Какая аппрок-ция применяется при числ. методе?
    - Кусочно-линейная
    - Экспоненциально-линейная
    - Экспоненциальная
    - Линейная
  - Какая аппрок-ция применяется при аналитич. методе?
    - Кусочно-линейная
    - Линейная
  - Ввести индукцию насыщения  $B_{max}$  в Тл: 2
  - Ввести индукцию  $B_0$  в точке излома в Тл: 1,8
  - Ввести напряженность  $H_0$  в точке излома в А/м: 45,3
  - Магн.прониц. для 2-го участка  $\mu_2$ : 0,0000164
- Исследуется какой режим?**
  - переходной
  - установившийся
- Решаем аналитически или численным методом?**
  - Численно
  - Аналитически
- Время:**
  - Время начальное в сек.: 0
  - Время конечное в сек.: 1
  - Шаг изменения времени в сек.: 0,0005

Buttons at the bottom: Пуск программы, Показ графика, Показ чис. рез., Выход.

Рис. 3. Главное окно программы расчета тока и напряжения

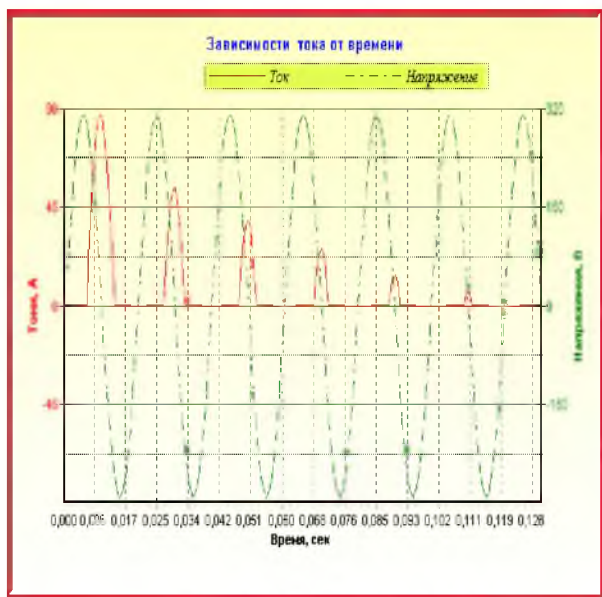


Рис. 4. Результат расчета аналитического метода с кусочно-линейной аппроксимацией кривой намагничивания (переходный процесс длится 0,14 сек.)

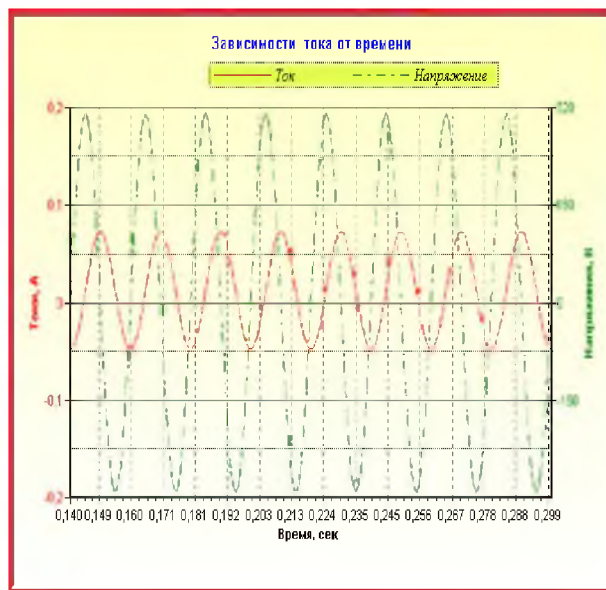


Рис. 5. Результат расчета численного метода с экспоненциально-линейной аппроксимацией кривой намагничивания (переходный процесс устанавливается на 0,14 сек.)

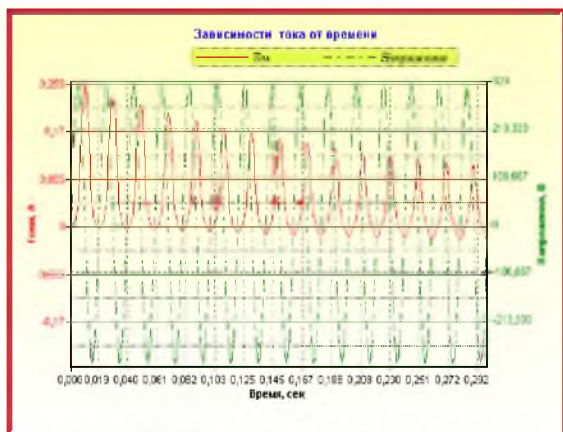


Рис. 6. Результат расчета численного метода с экспоненциально-линейной аппроксимацией кривой намагничивания

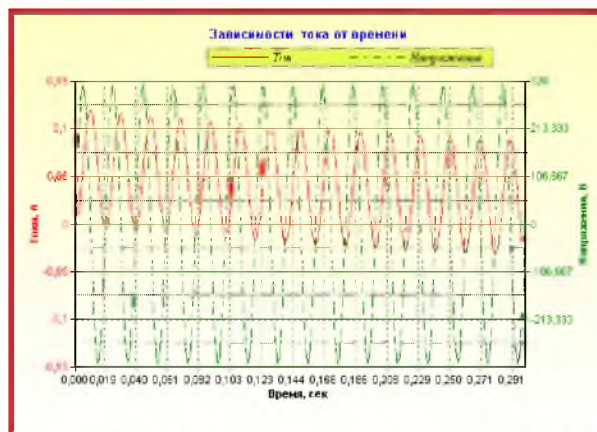


Рис. 7. Результат расчета численного метода с линейной аппроксимацией кривой намагничивания

Результаты вычисления обоими методами практически количественно и качественно совпадают. Таким образом, можно использовать оба метода для исследования переходных процессов в трансформаторе.

Кроме компьютерного моделирования проведен физический эксперимент с тем же трансформатором. Результат опыта с записывающего осциллографа UTD-2052CL представлен на рисунке 9.

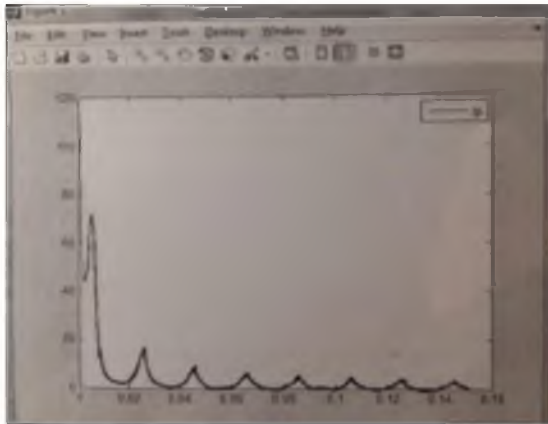


Рис. 8. Результат расчета с численным методом Рунге –Кутты бго порядка в MatLab

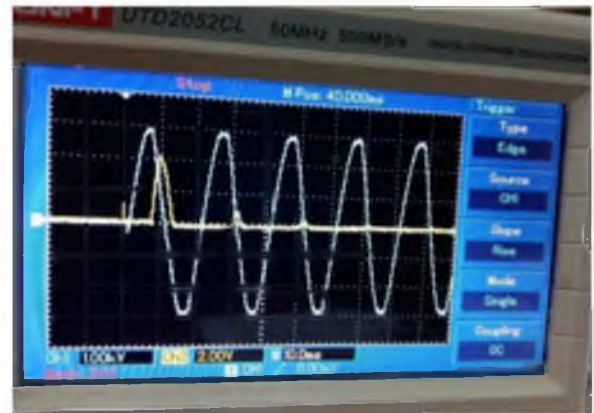


Рис.9. Осциллограмма пускового тока – результат эксперимента

### Список литературы

1. Амосов А.А., Дубинский Ю. А, Копченова, Н. В. Вычислительные методы. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 672 с.
2. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. Вычислительные методы для инженеров. - Санкт-Петербург : Лань, 1994. - 554 с.
3. Вержбицкий В. М. Основы численных методов: Учебник для вузов. М.: Директ-Медиа, 2013. 847 с.
4. Васютинский С.Б. Вопросы теории и расчета трансформаторов. Ленинградское отделение издательства «Энергия», 1970. – 425 с.
5. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. — М.: МЭИ, 2004. Том первый. 159-166 с.
6. Кацман М.М.. Электрические машины. Высшая школа: 1990, 76-79 с.
7. Котенов С, Евсеев А. Переходные процессы при включении трансформатора в сеть с синусоидальным напряжением. Силовая электроника. – 2005. – №4. – С. 34-37.
8. Курганский С. И., Дубровский О. И., Куркина Л. И. Вычислительные методы для физиков. Ч. 1: Аппроксимация функций, численное интегрирование: Учебное пособие. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1998. 20 с.
9. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. – М.: Энергия, 1981. -429 с.
10. Рогинская Л.Э., Сысоева М.В., Муразымов А.Ю. Расчет переходного процесса при включении силовых трансформаторов. Материалы второй российской молодежной научной школы-конференции «Энергетика, электромеханика и энергоэффективные технологии глазами молодежи» Уфимский государственный авиационный технический университет, г. Уфа.
11. Серебряков А.С. Трансформаторы. Учебное пособие. – Княгинино: НГИЭИ, 2010. – 300 с.
12. Тихомиров П.М. Расчет трансформаторов. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 528с.