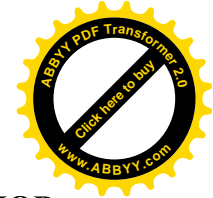




УДК 681.3.01



К. К. ТАЛЫПОВ
КГУСТА ИМЕНИ Н. ИСАНОВА ,
БИШКЕК, КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА
E-MAIL: TKK55@MAIL.RU
К. К. TALYPOV
KSUCTA N.A. N. ISANOV,
BISHKEK, KYRGYZ REPUBLIC
E-MAIL: TKK55@MAIL.RU

А. ДЖ. АККОЗОВ
ИНСТИТУТ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ НАН КР
БИШКЕК, КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА
E-MAIL: ABYSH2012@MAIL.RU
A. DZH. AKKOZOV
INSTITUTE OF PHYSICAL AND TECHNICAL PROBLEMS AND MATERIALS OF THE
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE KR, BISHKEK, KYRGYZ REPUBLIC
E-MAIL: ABYSH2012@MAIL.RU

Н.М.СУЛАЙМАНКУЛОВА
КГУСТА ИМЕНИ Н. ИСАНОВА ,
БИШКЕК, КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА
E-MAIL: 88NASKA@MAIL.RU
N.M.SULAIMANKULOVA
KSUCTA N.A. N. ISANOV,
BISHKEK, KYRGYZ REPUBLIC
E-MAIL: 88NASKA@MAIL.RU

E.mail. ksucta@elcat.kg

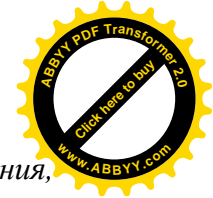
МЕТОД РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИСКАЖЕННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

REGULARIZATION METHOD FOR DISTORTIONED IMAGE RECONSTRUCTION

Макалада сүрөттөлүштөрдү кайра калыбына келтирүү үчүн Тихоновдук регуляризация методу жана параллелдик проектирлөө алгоритмдери келтирилген. Ошондой эле заманбап санариптик оптиканын ыкмалары мейкиндиктеги жыштыкты филтрлөө колдонуусу менен каралган.

Чечүүчү сөздөр: *түз сызыктуу мейкиндик-инварианттык бузулуулар, туура эмес фокус, баштапкы калыбындагы сүрөттөлүш, калыбынан бузуу функциясы, аддитивдик чуу, санариптик оптика, пралаллель проекциянын алгоритми.*

В статье приводятся метод регуляризации по Тихонову и алгоритм одновременного (параллельного) проектирования на подмножества для восстановления искаженных изображений. Рассматривается также подход методами современной цифровой оптики с использованием пространственно- частотной фильтрации.



Ключевые слова: линейные пространственно-инвариантные искажения, неправильный фокус, исходное неискаженное изображение, искажающая функция, аддитивный шум, метод регуляции. цифровая оптика, алгоритм параллельной проекции.

The article presents the method of the Tikhonov's regularization and algorithm concurrent (parallel) project into subsets for the restoration of distorted images. The approach is also considered by modern digital optics methods using spatial frequency filtering.

Key words: linear space-invariant distortions, wrong focus, initial undistorted image, distorting function, additive noise, regulating method. Digital optics, parallel projection algorithm.

Большинство формирующих изображения систем в первом приближении можно рассматривать как линейные и инвариантные к сдвигу. Изображения, сформированные такими системами, претерпевают *линейные пространственно-инвариантные искажения*, характеризующиеся тем, что механизм их возникновения один и тот же для всех точек (x, y) . Линейные искажения проявляются в ослаблении верхних частот исходного изображения. Визуально это приводит к ухудшению его резкости. В процессе записи изображения искажаются также шумами, присутствующими в любом реальном физическом устройстве. В ряде практически важных случаев шум можно считать аддитивным и независимым от исходного изображения.

Задачи обработки изображений можно свести к решению операторных уравнений вида

$$A \cdot f = g, \quad (1)$$

где $f \in F$ – исходное изображение, $g \in G$ – наблюдаемое изображение. Оператор A обеспечивает связь между исходным и наблюдаемым изображениями.

Во всех задачах обработки изображений наблюдаемое изображение известно с некоторой ошибкой. Задачи предварительной обработки изображений выделяются в отдельную группу. К ней относятся задачи устранения простых искажений – устранение царапин, изменение контрастности снимка – так называемые задачи фильтрации.

Восстановление искаженных изображений является одной из наиболее интересных и сложных проблем в задачах обработки изображений – как с теоретической, так и с практической точек зрения [1,2]. Частными случаями являются размытие из-за неправильного фокуса и смаз – эти дефекты, и аналогичные им рассмотрены в данной статье. Сложности, возникающие при создании алгоритмов решения таких задач, в первую очередь связаны с некорректностью этих задач.

Здесь будем рассматривать только полутоновые черно-белые изображения в предположении, что для обработки полноцветного изображения достаточно повторить все необходимые шаги для каждого из каналов спутникового снимка.

Введем следующие обозначения:

$f(x, y)$ – исходное неискаженное изображение

$h(x, y)$ – искажающая функция

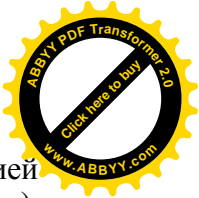
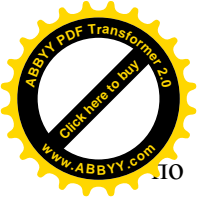
$n(x, y)$ – аддитивный шум

$g(x, y)$ – результат искажения, т.е. то, что мы наблюдаем в результате (смазанное или расфокусированное изображение)

Сформулируем модель процесса искажения следующим образом:

$$g(x, y) = h(x, y) \cdot f(x, y) + n(x, y).$$

Задача восстановления искаженного изображения заключается в нахождении наилучшего приближения $f'(x, y)$ исходного изображения. Здесь $f(x, y)$ – исходное изображение и $g(x, y)$ – наблюдаемое искаженное изображение. А вот про $h(x, y)$ нужно сказать пару слов – что же она из себя представляет? В процессе искажения каждый пиксель исходного изображения превращается в пятно для случая расфокусировки и в отрезок для случая простого смаза. Либо же можно сказать наоборот, что каждый пиксель искаженного изображения «собирается» из пикселей некоторой окрестности исходного изображения. Все это друг на друга накладывается и в результате мы получаем искаженное изображение. То,



по какому закону размазывается или собирается один пиксель и называется функцией искажения. Другие синонимы – PSF (Pointspreadfunction, т.е. функция распределения точки), ядро искажающего оператора, kernel и другие. Размерность этой функции, как правило меньше размерности самого изображения, например матрица 3x3 т.е. каждый пиксель складывался из 9 соседних.

В случае дискретных изображений можно записать для изображения f с размерами $M \times N$ и искажающей функции h с размерами $m \times n$ это записывается так:

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) = \sum_{i=-a}^a \sum_{j=-b}^b h(i, j) f(x + i, y + j)$$

Последнее слагаемое, $n(x, y)$ означает привнесенный шум и в данной статье не рассматривается.

Специфика восстановления искаженных изображений заключается в том, что она является обратной задачей и поэтому относится к классу некорректно поставленных задач. Задача решения уравнения (1) является корректной, в случае если

- 1) уравнение (1) разрешимо на всем пространстве G ;
- 2) решение единственно;
- 3) решение устойчиво, то есть малым возмущениям g соответствуют малые возмущения решения.

За приближенное решение в корректных задачах можно принять элемент $f_\delta = A^{-1} \cdot g_\delta$, так как $f_\delta \rightarrow f$ при $\delta \rightarrow 0$.

В некорректных задачах первое и третье требования не выполняются. Значит элемент $f_\delta = A^{-1} \cdot g_\delta$, даже если он существует, не является приближенным решением, так как f_δ при малых δ может как угодно уклоняться от точного решения f .

В настоящее время разработана теория регуляризации некорректных задач, которая позволяет решать эффективные численные алгоритмы решения широкого круга обратных задач. Основоположителем теории решения некорректных задач было введение приближенного решения некорректных задач, в основу которой легло понятие регуляризующего алгоритма, как способа приближенного решения некорректной задачи. Регуляризующие алгоритмы лежат в основе современных методов восстановления искаженных изображений. Задача (1) называется регуляризуемой, если оператор A^{-1} на области своего определения $AF \subset G$. В этом случае существует оператор R , который каждой паре $g_\alpha \in G$ и $\alpha > 0$ ставит в соответствие элемент $f_\alpha \in F$ такой, что $f_\alpha = R(g_\alpha, \alpha) \rightarrow f$ при $\alpha \rightarrow 0$.

В данной статье рассмотрим характеристики формирующие систем при смазе и расфокусировке. Смаз изображения возникает при взаимном движении камеры и объекта относительно друг друга во время экспозиции. Наблюдаемое изображение окажется как бы результатом наложения со смещением множества исходных изображений. Мы рассмотрим только тот случай, когда камера перемещается с постоянной горизонтальной скоростью относительно снимаемого объекта.

В случае смаза

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha} \delta(x), & \text{при } 0 \leq y \leq \alpha; \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

Данный подход реализован в задаче восстановления одномерного сигнала – δ -функции, отражающей воздействие точечного сигнала и ее смаза(рис.1).

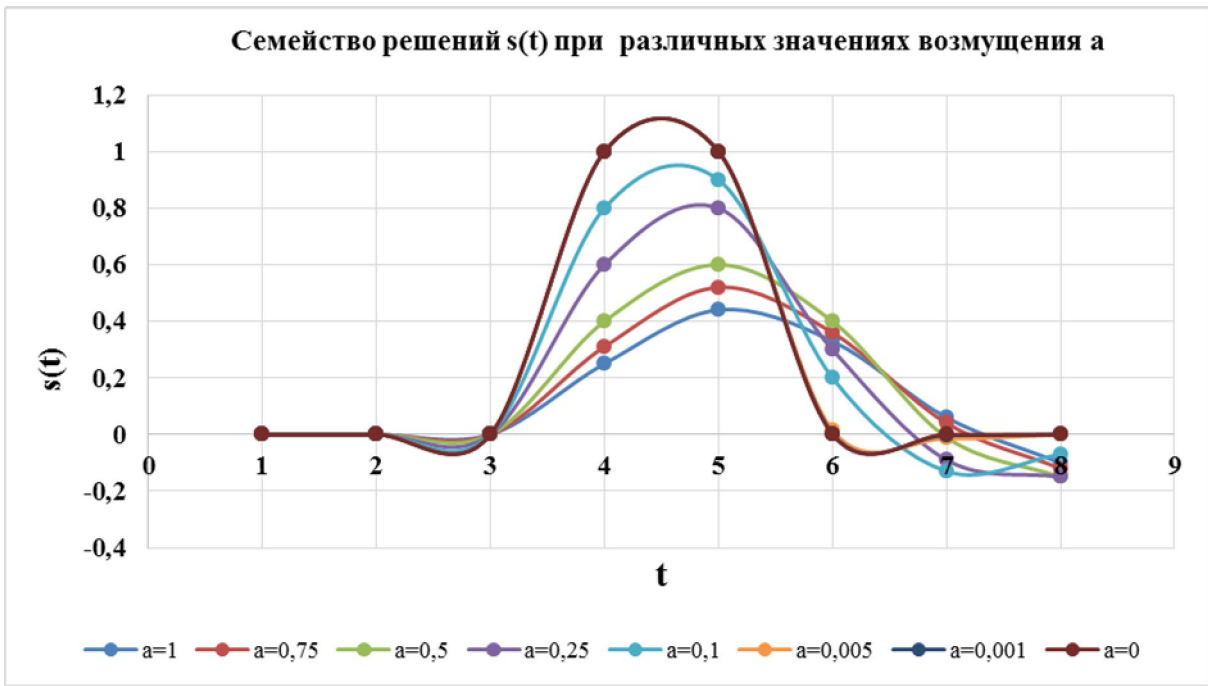
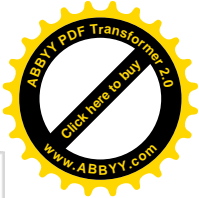
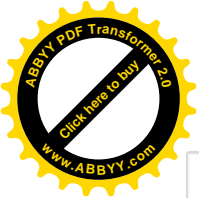


Рис.1. Метод регуляризации восстановления точечного сигнала

В практике решения таких задач все большее применение находят итерационные методы сведения к экстремальным путем проектирования на выпуклые множества. Данный метод привлекателен как с точки зрения организации вычислений, так и с точки зрения регуляризации неустойчивых задач. Мы назвали его метод одновременного проектирования на подпространства.

В случае цифровых изображений модель искажения можно представить в виде

$$g_i = \sum d_{ij} f_j,$$

$i=(i_1, i_2) \in I, j=(j_1, j_2) \in J$ – пары целых чисел
 $g_i = g_i(i_1 \Delta x, i_2 \Delta y), f_j = f(j_1 \Delta x, j_2 \Delta y)$
 $d_{ij} = d((i_1 - j_1) \Delta \xi, (i_2 - j_2) \Delta \eta)$
 $(\Delta x, \Delta y), (\Delta \xi, \Delta \eta)$ – шаг сетки
 I, J – конечные множества пар целых чисел

Проведя лексикографическое преобразование цифровых изображений g и f в векторную форму, эти соотношения можно записать в виде системы алгебраических уравнений

$$g = Af$$

A – $(m \times n)$ – матрица, f – n -мерный, g – m -мерный векторы.

Введем целое число p для простоты такое, что $m/p = l$ целое, матрицы A_i размерностей $(l \times n)$ – подматрицы матрицы A , полученные расслоением по l из матрицы A и g_i векторы размерности l соответствующие части вектора g .

Тогда систему уравнений можно записать как блочную

$$A_i f = g_i, \quad i=1, \dots, p$$

Рассмотрим следующий итерационный процесс

0. f^0 – произвольный мерный вектор
1. $f^{k+1} = (1/p) \sum P_i f^k$, $P_i f^k$ – проекция точки f^k на подмножество $A_i f = g_i$,

Из теории итерационных методов известно, что последовательность сходится, если оператор является сжимающим.

Указанные подмножества являются выпуклыми и замкнутыми, и следовательно, операторы проектирования на подмножества являются сжимающими. Следовательно, итерационный процесс восстановления изображений является сходящимся.

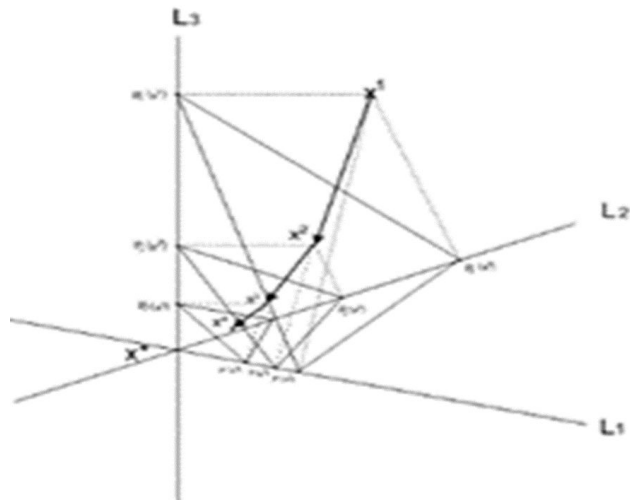


Рис.2. Иллюстрация метода одновременного проектирования

В случае полного разбиения системы, эти подмножества являются гиперплоскостями, и задача проектирования на подмножества имеет аналитическое решение

$$f^i = f^k - \alpha a^i, \alpha - \text{число.}$$

В случае расфокусировки изображения функция $h(x,y)$ имеет вид:

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi r^2}, & x^2 + y^2 \leq r^2; \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

При использовании распространенных в настоящее время процедур использования данных спутникового зондирования Земли атмосферу также рассматривают как систему формирования изображений с гауссовой функцией

$$h(x, y) = K \exp[-\alpha(x^2 + y^2)],$$

Примеры реализации данного алгоритма для восстановления искаженных изображений приведены ниже.

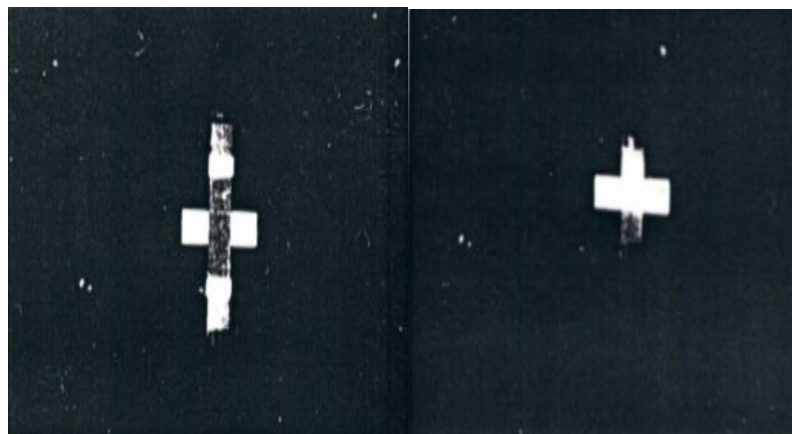


Рис.3. Восстановление смазанного изображения



Рис.4. Восстановление расфокусированного изображения

Основным недостатком алгебраических алгоритмов восстановления изображений является необходимость выполнения трудоемких операций обращения, умножения и транспонирования матриц огромных размеров. При этом размер матрицы равен произведению числа отсчетов исходного и наблюдаемого изображений. В случае аэрокосмических снимков отсчеты изображений достигают нескольких сотен миллионов. Кроме того, обращение матриц больших размеров представляет собой трудную задачу вычислительной математики.

Альтернативой алгебраическим методам являются методы линейной фильтрации изображений. Изображение $g(x, y)$, полученное путем линейного искажения исходного изображения при отсутствии шума, определяется интегралом свертки:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u(x', y') h(x - x', y - y') dx' y' = u(x, y) * h(x, y)$$

Методика решения этой задачи с использованием современных методов цифровой оптики будет предметом следующей работы авторов.

Список литературы

1. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач [Текст] / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. - М.: Наука, 1979.
2. Гончарский А.В. Некорректно поставленные задачи и методы их решения [Текст] / П.А.В.Гончарский // В кн. Некорректные задачи естествознания. Под ред А.Н.Тихонова и А.В.Гончарского. - М.: Изд-во МГУ, 1987.
3. Василенко Г.И. Восстановление изображений [Текст] / Г.И. Василенко, А.М. Тараторин. - М.: Радио и связь. 1986.