



УДК 535.41:778.38



**Ю. Х. ИСМАНОВ**

КГУСТА ИМ.Н. ИСАНОВА,  
БИШКЕК, КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА  
E-MAIL: [I\\_YUSUPJAN@MAIL.RU](mailto:I_YUSUPJAN@MAIL.RU)

**YU. KH. ISMANOV**

KSUCTA N.A. N. ISANOV,  
BISHKEK, KYRGYZ REPUBLIC  
E-MAIL: [I\\_YUSUPJAN@MAIL.RU](mailto:I_YUSUPJAN@MAIL.RU)

**Н. М. КУЛМУРЗАЕВ**

КГУСТА ИМ.Н.ИСАНОВА,  
БИШКЕК, КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА  
E-MAIL: [KULMURZAEV\\_NURBEK@RAMBLER.RU](mailto:KULMURZAEV_NURBEK@RAMBLER.RU)

**N. M. KULMURZAEV**

KSUCTA N.A. N. ISANOV,  
BISHKEK, KYRGYZ REPUBLIC  
E-MAIL: [KULMURZAEV\\_NURBEK@RAMBLER.RU](mailto:KULMURZAEV_NURBEK@RAMBLER.RU)

**Д. А. ИСМАИЛОВ**

ИНСТИТУТ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ,  
НАН КР, БИШКЕК,  
КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА,  
E-MAIL: [ISMAILOV\\_J@MAIL.RU](mailto:ISMAILOV_J@MAIL.RU)

**D. A. ISMAILOV**

INSTITUTE OF PHYSICAL AND TECHNICAL PROBLEMS AND MATERIALS SCIENCE,  
NAS OF KR  
E-MAIL: [ISMAILOV\\_J@MAIL.RU](mailto:ISMAILOV_J@MAIL.RU)

**С. А. АЛЫМКУЛОВ**

ИНСТИТУТ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ,  
НАН КР, БИШКЕК,  
КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА,  
E-MAIL: [SALMOR55@MAIL.RU](mailto:SALMOR55@MAIL.RU)

**S. A. ALYMKULOV**

INSTITUTE OF PHYSICAL AND TECHNICAL PROBLEMS AND MATERIALS SCIENCE,  
NAS OF KR  
BISHKEK, REPUBLIC OF KYRGYZSTAN  
E-MAIL: [SALMOR55@MAIL.RU](mailto:SALMOR55@MAIL.RU)

*E.mail. [ksucta@elcat.kg](mailto:ksucta@elcat.kg)*



## АЛГОРИТМ СИНТЕЗА МУЛЬТИПЛЕКСНЫХ ГОЛОГРАММ

### ALGORITHM OF SYNTHESIS OF MULTIPLEX HOLOGRAM

*Бул макалада голограмманы синтездөөнүн алгоритми каралган, муну мультиплекстүү голограммалардын негизинде түзүлгөн голографиялык системаларда маалыматты сактоо үчүн колдонууга болот. Сунушталган алгоритм мультиплекстүү голограммаларды жазуу схемасынын оптикалык процесстеринин бир бөлүгүн алмаштырууга болот – голограммаларды жазуу - жазылган голограмма, голограмманы компьютерде синтездөө, андан кийин оптикалык алып жүрүүгө проекциялайт. Сунушталган алгоритм жалпы учурда үч өлчөмдүү голограммаларды синтездөөгө багытталган, бирок маалыматты сактоо үчүн голографиялык системаларда анын эки өлчөмдүү вариантын колдонууга болот.*

**Чечүүчү сөздөр:** *голограммаларды синтездөө, мультиплекстөө, оптикалык алып жүрүүчү, жалпак толкун, бурчтук проекциялоо, көлөмдүү сүрөттөлүш.*

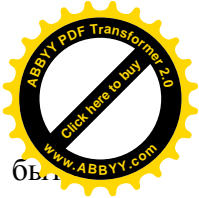
*В статье рассмотрен алгоритм синтеза голограмм, который может быть использован в голографических системах хранения информации на основе мультиплексных голограмм. Предложенный алгоритм позволяет заменить часть оптического процесса в схеме записи мультиплексных голограмм – запись голограмм – на компьютерный синтез голограмм, которые далее проектируются на оптический носитель. Предложенный алгоритм предназначен в общем случае для синтеза трехмерных голограмм, однако, в случае использования его для голографических систем хранения информации, можно использовать его двумерный вариант.*

**Ключевые слова:** *синтез голограмм, мультиплексирование, оптический носитель, плоская волна, угловая проекция, объемное изображение.*

*In the article, an algorithm for the synthesis of holograms is considered, which can be used in holographic information storage systems based on multiplex holograms. The proposed algorithm allows replacing part of the optical process in the recording scheme of multiplex holograms - recording holograms - on the computer synthesis of holograms, which are further projected onto an optical medium. The proposed algorithm is intended in general for the synthesis of three-dimensional holograms, however, if used for holographic information storage systems, its two-dimensional version can be used.*

**Key words:** *synthesis of holograms, multiplexing, optical media, plane wave, angular projection, three-dimensional image.*

Введение. Практически все известные способы записи информации голографическим методом основаны на фиксации интерференционной картины – голограммы, формирующейся как результат суперпозиции опорного и предметного пучков. Основная проблема, с которой сталкиваются экспериментаторы при разработке таких систем – это необходимость точного совмещения опорного и предметного пучков при записи голограмм. Другая проблема – это использование дорогостоящих дефлекторов, необходимых для отклонения опорного пучка на необходимый угол, что сильно усложняет процесс записи информации. Решить рассмотренные проблемы, по крайней мере, на этапе записи голограммы, можно воспользовавшись следующим способом цифровой записи информации.



Синтез голограмм. Рассмотрим алгоритм синтеза голограмм, который может быть использован в устройствах записи мультиплексных голограмм для голографических систем хранения информации [1-4]. На первом этапе синтеза голограмм обычно в памяти компьютера формируется информация о записываемом объекте, который впоследствии будет восстановлен из сгенерированной на компьютере голограммы. В нашем конкретном случае это страница, или несколько страниц информации. На следующем этапе обычно рассчитывается последовательность угловых проекций объекта, если объект трехмерный. Затем, после ряда математических преобразований над указанной последовательностью, получает конечный продукт в виде двумерной комплексной матрицы. На конечном этапе комплексная матрица кодируется на реальный носитель, и полученная позитивная матрица используется как голографический транспарант.

Рассмотрим более строго указанную последовательность действий. Объект, обозначенный как  $t(x_1, y_1, z_1)$ , задается в декартовой системе координат. Здесь  $z_1$  продольная ось, т. е. виртуальная оптическая ось. Для каждой пары углов  $\varphi_m, \theta_n$ , описывающих горизонтальное и вертикальное направления соответственно рассчитывается  $m, n$ -я проекция объекта. Для каждой пары углов  $\varphi_m, \theta_n$  проекционное изображение  $H_{mn}(x_2, y_2)$  записывается в память компьютера в виде двумерной матрицы, в которой  $(x_2, y_2)$  координатная система каждой проекции. Используя хорошо известные выражения для перехода от одной системы координат к другой связь между координатами  $(x_2, y_2)$  и  $(x_1, y_1, z_1)$  можно задать соотношениями

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 \cos \varphi_m - z_1 \sin \varphi_m, \\ y_2 &= y_1 \cos \theta_n - z_1 \sin \theta_n \cos \varphi_m - x_1 \sin \varphi_m \sin \theta_n. \end{aligned} \quad (1)$$

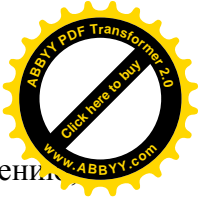
На следующем этапе действия алгоритма синтеза голограммы каждое проекционное изображение, видимое под углом  $\varphi_m, \theta_n$ , умножается на экспоненциальную функцию  $\exp[-i2\pi b(x_2 \sin \varphi_m + y_2 \sin \theta_n)]$ . Затем полученное произведение суммируется следующим образом:

$$s(m, n) = \iint p_{mn}(x_2, y_2) \exp[-i2\pi b(x_2 \sin \varphi_m + y_2 \sin \theta_n)] dx_2 dy_2, \quad (2)$$

где  $b$  реальная константа, а  $s(m, n)$ , в общем случае, комплексная величина. Далее рассчитывается следующее проекционное изображение, видимое с соседней точки, имеющей чуть большее значение угла, и получается новое значение суммы, скажем  $s(m+1, n)$ . Из величин, полученных из уравнения (2), формируется комплексная матрица. Каждое значение этой матрицы соответствует различным точкам наблюдения, а значения элементов матрицы расположены также как и последовательность наблюдаемых проекционных изображений. Тем не менее, связи между точками голограммы и различными направлениями обзора существуют только на стадии синтеза. На стадии восстановления изображения результирующая голограмма является глобальной в том смысле, что каждая точка голограммы несет информацию обо всем объемном изображении.

Комплексные значения полученной матрицы должны быть закодированы в реальные и неотрицательные значения коэффициентов пропускания голограммы. Освещение такой матрицы коэффициентов пропускания когерентным светом приводит к голографическому восстановлению изображения.

Рассмотренный алгоритм синтеза голограмм на компьютере представляет собой имитацию специфической голографической когерентной системы. Поэтому



сформированное изображение имеет особенности свойственные изображению, полученному при восстановлении голограммы, записанной когерентным светом.

Рассмотрим отдельный бесконечно малый элемент размером  $(\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta z_1)$  трехмерного объекта. Этот элемент, имеющий координаты  $(x_1, y_1, z_1)$  и значение  $t(x_1, y_1, z_1)$  присутствует как отдельный элемент в каждой проекционной плоскости  $(x_2, y_2)$ , но положение его меняется при переходе от одной плоскости к другой. В соответствии с уравнением (2) распределение в плоскости голограммы для всех значений  $\varphi_m, \theta_n$  и единичного источника задается следующим образом

$$s'(m, n) = \iint t(x_1, y_1, z_1)(\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta z_1) \delta(\bar{x}_2 - x_2, \bar{y}_2 - y_2) \exp[-i2\pi b(\bar{x}_2 \sin \varphi_m + \bar{y}_2 \sin \theta_n)] d\bar{x}_2 d\bar{y}_2 = t(x_1, y_1, z_1) \exp[-i2\pi b(x_2 \sin \varphi_m + y_2 \sin \theta_n)] (\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta z_1), \quad (3)$$

где  $\delta$  дельта-функция Дирака. Используя соотношение (1) получаем для (3)

$$s'(m, n) = t(x_1, y_1, z_1) \exp\{-i2\pi b[\sin \varphi_m (x_1 \cos \varphi_m - z_1 \sin \varphi_m) + \sin \theta_n (y_1 \cos \theta_n - z_1 \sin \theta_n \cos \varphi_m - x_1 \sin \varphi_m \sin \theta_n)]\} \Delta x_1, \Delta y_1, \Delta z_1. \quad (4)$$

Так как входная область обзора трехмерна, то полное распределение  $s(m, n)$ , определяемое всеми точками области наблюдения, получается в результате трехмерного интегрирования по всем точкам области наблюдения

$$s(m, n) = \iiint s'(m, n) dx_1 dy_1 dz_1 = \iiint t(x_1, y_1, z_1) \exp\{-i2\pi b[\sin \varphi_m (x_1 \cos \varphi_m - z_1 \sin \varphi_m) + \sin \theta_n (y_1 \cos \theta_n - z_1 \sin \theta_n \cos \varphi_m - x_1 \sin \varphi_m \sin \theta_n)]\} dx_1 dy_1 dz_1. \quad (5)$$

Максимальные углы наблюдения  $\varphi_{\max}, \theta_{\max}$  берутся таким образом, чтобы они были достаточно малы и, в этом случае, используя приближение малых углов, получаем:

$\cos \varphi_m \approx 1, \cos \theta_n \approx 1$ . В этом случае уравнение (5) преобразуется к виду

$$s(m, n) = \iiint t(x_1, y_1, z_1) \exp\{-i2\pi b[x_1 \sin \varphi_m + y_1 \sin \theta_n - z_1(\sin^2 \varphi_m + \sin^2 \theta_n) - x_1 \sin \varphi_m \sin^2 \theta_n]\} dx_1 dy_1 dz_1. \quad (6)$$

При выполнении условия малости углов член  $x_1 \sin \varphi_m \sin^2 \theta_n$  в экспоненте в уравнении (6) много меньше, чем один радиан во всем диапазоне переменных. По этой причине этим слагаемым можно пренебречь. Когда матрица  $s(m, n)$  записывается на оптический носитель, а увеличение угла при переходе от одной проекции к другой предполагается пренебрежимо малым, можно перейти от переменных  $(m, n)$  в матрице  $s(m, n)$  к непрерывным переменным  $(u, v)$ :



$$s(u, v) =$$

$$= \iiint t(x_1, y_1, z_1) \exp \left\{ -i4\pi b \frac{\sin \varphi_{\max}}{\Delta u} [ux_1 + vy_1 - z_1 \frac{2 \sin \varphi_{\max}}{\Delta u} (u^2 + v^2)] \right\} dx_1 dy_1 dz_1. \quad (7)$$

При переходе от уравнения (6) к уравнению (7) мы предполагаем, что угловые интервалы между любыми двумя последовательными проекциями равны. Другими словами мы используем соотношения  $\sin \varphi_m = m \sin \varphi_{\max} / M, \sin \theta_n = n \sin \theta_{\max} / N$ , где  $M$  и  $N$  общее число проекций в горизонтальном и вертикальном направлениях соответственно. Также в уравнении (7) предполагается, что голограмма проецируется на пространственный модулятор света таким образом, что выполняется равенство  $\sin \varphi_{\max} / \Delta u = \sin \theta_{\max} / \Delta v$ , где  $\Delta u$  и  $\Delta v$  ширина и высота среды пропускания соответственно. Из сказанного видно, что  $s(u, v)$  в уравнении (7) ведет себя также как комплексная амплитуда в выходной плоскости эквивалентной когерентной системы. При когерентном освещении такая установка представляет собой эквивалентную оптическую систему для цифровой обработки, которая формирует голограмму, описанную в уравнении (7). Трехмерный объект  $t(x_1, y_1, z_1)$  освещается плоской волной, длина которой равна  $\lambda$ , после чего волновой фронт, отраженный от объекта, проходит сквозь сферическую линзу, имеющую фокусное расстояние  $f$ . Комплексная амплитуда, полученная в задней фокальной плоскости, задается соотношением

$$g(u, v) = C \iiint t(x_1, y_1, z_1) \exp \left\{ -i \frac{2\pi}{\lambda f} [ux_1 + vy_1 - z_1 \frac{u^2 + v^2}{2f}] \right\} dx_1 dy_1 dz_1, \quad (8)$$

где  $C$  постоянная, а  $g(u, v)$  представляет собой фронт комплексной волны, который после интерференции с опорной волной формирует голограмму Фурье. Выражения (7) и (8), по сути, эквивалентны. Отличия только в постоянных величинах, которые присутствуют в показателе экспоненты. Следовательно,  $s(u, v)$  представляет собой двумерную функцию, которая содержит информацию о трехмерном объекте, подобно тому, как двумерная оптическая голограмма содержит трехмерную информацию о записанном объекте.

Предложенный алгоритм синтеза голограмм является обобщенным, так как разработан для трехмерных объектов. Для случая двумерных объектов [5-8], каковыми являются страницы информации в голографических системах хранения данных, алгоритм сводится к частному случаю, при котором одна из переменных, обычно продольная, совпадающая с оптической осью, фиксируется, а число проекций изображения берется равным единице.

**Заключение.** Рассмотрен алгоритм синтеза голограмм, который может быть использован в голографических системах хранения информации на основе мультиплексных голограмм. Предложенный алгоритм позволяет заменить часть оптического процесса в схеме записи мультиплексных голограмм – запись голограмм – на компьютерный синтез голограмм, которые далее проектируются на оптический носитель. Предложенный алгоритм предназначен в общем случае для синтеза трехмерных голограмм, однако, в случае использования его для голографических систем хранения информации, можно использовать его двумерный вариант.

## Список литературы



1. Исманов Ю. Х. Саморепродуцирование регулярных объектов с ограниченной апертурой [Текст] / Ю. Х. Исманов, С. А. Алымкулов // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. - 2015.-№7.- с.3-5.
2. Исманов Ю. Х. Интерферометрия на основе метода бесщелевой радужной голографии [Текст] / Ю. Х. Исманов // Вестник КГУСТА.- 2015. - №4(50). - с. 194-199.
3. Кулмурзаев Н. М.. Регистрирующие среды для голографии и радужная голография [Текст] / Н. М. Кулмурзаев, Ю. Х. Исманов, Н. А. Тургунбаев // Вестник КГУСТА.- 2014.- № 1. - с. 83-88.
4. Исманов Ю. Х. Голографический эффект Тальбота в интерферометрии [Текст] / Ю. Х. Исманов // Вестник КРСУ. - 2015 . - № 5(15). - с.101-103.
5. Исманов Ю. Х. Влияние длины волны на восстановленное изображение [Текст] / Ю. Х. Исманов // Вестник КРСУ. - 2015 . - № 5(15). - с.104-106.
6. Исманов Ю. Х. Голографическая интерферометрия на основе эффекта Тальбота [Текст] / Ю. Х. Исманов //Известия НАН КР. - 2015. - № 2. - с.20-23.
7. Жумалиев К. М. Анализ голографических интерферограмм [Текст] / К. М. Жумалиев, С. А. Алымкулов, Ю. Х. Исманов, Д. А.Исмаилов // Известия КГТУ им. И. Раззакова. - 2016. - №3(39). - Ч. I. - с. 56-60.
8. Исманов Ю. Х. Эффект саморепродуцирования в голографии [Текст] / Ю. Х. Исманов, Д. А. Исмаилов, К. М. Жумалиев, С. А. Алымкулов // Материалы VI Международной конференции по фотонике и информационной оптике: сборник научных трудов. - М.: НИЯУ МИФИ, 2017. – с. 646-647.