

УДК 624.042.



М.Д. КУТУЕВ

КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СТРОИТЕЛЬСТВА,
ТРАНСПОРТА И АРХИТЕКТУРЫ ИМЕНИ Н. ИСАНОВА, Г. БИШКЕК, КЫРГЫЗСКАЯ
РЕСПУБЛИКА

E-MAIL: KUTUEV560779@MAIL.RU

M.D.KUTUEV

KYRGYZ STATE UNIVERSITY OF CONSTRUCTION,
TRANSPORT AND ARCHITECTURE NAMED AFTER N. ISANOV, BISHKEK, KYRGYZ
REPUBLIC

E-MAIL: KUTUEV560779@MAIL.RU

М.Ч.АПСЕМЕТОВ

КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СТРОИТЕЛЬСТВА,
ТРАНСПОРТА И АРХИТЕКТУРЫ ИМЕНИ Н. ИСАНОВА, Г. БИШКЕК, КЫРГЫЗСКАЯ
РЕСПУБЛИКА

E-MAIL: MUHTAR.AP@MAIL.RU

M.CH.APSEMETOV

KYRGYZ STATE UNIVERSITY OF CONSTRUCTION,
TRANSPORT AND ARCHITECTURE NAMED AFTER N. ISANOV, BISHKEK, KYRGYZ
REPUBLIC

E-MAIL: MUHTAR.AP@MAIL.RU

М.С.ДИЛДАЕВ

КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СТРОИТЕЛЬСТВА,
ТРАНСПОРТА И АРХИТЕКТУРЫ ИМЕНИ Н. ИСАНОВА, Г. БИШКЕК, КЫРГЫЗСКАЯ
РЕСПУБЛИКА

E-MAIL: DILDAEV.TUE@MAIL.RU

M.S.DILDAEV

KYRGYZ STATE UNIVERSITY OF CONSTRUCTION,
TRANSPORT AND ARCHITECTURE NAMED AFTER N. ISANOV, BISHKEK, KYRGYZ
REPUBLIC

E-MAIL: DILDAEV.TUE@MAIL.RU

Н.У.ШАМШИЕВ

КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СТРОИТЕЛЬСТВА,
ТРАНСПОРТА И АРХИТЕКТУРЫ ИМЕНИ Н. ИСАНОВА, Г. БИШКЕК, КЫРГЫЗСКАЯ
РЕСПУБЛИКА

E-MAIL: NURLAN-1@MAIL.RU

N.U.SHAMSHIEV

KYRGYZ STATE UNIVERSITY OF CONSTRUCTION,
TRANSPORT AND ARCHITECTURE NAMED AFTER N. ISANOV, BISHKEK, KYRGYZ
REPUBLIC

E-MAIL: NURLAN-1@MAIL.RU

E.mail. ksucta@elcat.kg



МЕТОД РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ В СЕЙСМОЗАЩИТЕ СООРУЖЕНИЙ

METHOD FOR SOLVING OPTIMIZATION PROBLEMS IN SEISMIC PROTECTION OF BUILDINGS

Бул макалада сейсмотуруктуу курулушту ыңгайлаштыруу маселелерин коюу жана чыгаруу каралган.

Чечүүчү сөздөр: сейсмикалык коргоо, ыңгайлуулук критерийи, максаттуу функция, сейсмикалык жүк.

В статье рассмотрена постановка и решение оптимизационной задачи сейсмостойкого строительства.

Ключевые слова: сейсмическая защита, критерий оптимальности, целевая функция, сейсмическая нагрузка.

The article describes the formulation and solution of optimization problems of earthquake engineering.

Key words: seismic protection, the criterion of optimality, objective function, seismic load.

Обычно расчет и проектирование антисейсмических усилений конструкций производят с целью обеспечения сейсмостойкости сооружений. Постановка оптимизационной задачи сейсмостойкого строительства требует детальных описаний множества оптимальных состояний и расчетных моделей сооружения, отвечающих множеству возможных воздействий. В настоящее время регламентируются два предельных состояния сооружений.

Принято считать, что инженерные расчеты сооружений на сейсмические воздействия выполняются «по первому предельному состоянию» [7]. Но фактические результаты, которые достигаются современными инженерными расчетами, показывают, что это утверждение не соответствует действительности.[1]

Рассмотрены некоторые результаты исследований решения оптимизационной задачи сейсмической защиты с учетом экономического риска и определяемых этим решением оптимальных состояний конструкций [2, 3].

За критерий оптимальности примем средневероятные полные затраты, связанные с сейсмической опасностью. Оптимальные затраты определяются минимизацией целевого функционала, соответствующего критерию оптимальности [2, 3]:

$$R = R_a + R_S(I_S, T, R_a) = \min, \quad (1)$$

где R - полные затраты, связанные с сейсмической опасностью и относящиеся к данному сооружению; R_a - первоначальные затраты на антисейсмические усиления сооружения; $R_S(I_S, T, R_a)$ - суммарные экономические потери (ущерб) после всех прогнозируемых землетрясений за расчетный срок службы сооружений.

Если известны R_{aS} - средневероятные убытки при одном S -балльном сейсмическом сотрясении площадки строительства и μ_S - среднегодовое число этих сотрясений, тогда средние годовые убытки при S -балльных сотрясениях равны $\mu_S R_{aS}$, а при всех возможных

на данной территории сотрясениях ежегодные убытки составят $\sum_{S_{\min}}^{S_{\max}} \mu_S R_{aS}$. Приводя убытки к

базисному году (год сдачи в эксплуатацию), запишем



$$R_S(I_S, T, R_a) = \sum_{S_{\min}}^{S_{\max}} K_t T_p \mu_S R_{aS},$$

где T_p - расчетный срок службы сооружения; K_t - коэффициент приведения затрат к базисному году.

Представим выражение (1) в виде

$$\rho = \rho_a + \sum_{S_{\min}}^{S_{\max}} K_t T_p \mu_S \rho_{aS} = \min, \tag{2}$$

где $\rho = \frac{R}{Q}$; $\rho_a = \frac{R_a}{Q}$; $\rho_{aS} = \frac{R_{aS}}{Q}$;

Q - стоимость сопоставимого объекта в сейсмических условиях;

$S_{\min} = 7$ - минимальная учитываемая интенсивность землетрясений;

S_{\max} - максимальная прогнозируемая интенсивность в данном районе.

Имея оптимальные величины ρ_a , определяем соответствующие им значения ρ - полных оптимальных затрат и затем значения ρ_{aS} , характеризующие оптимальный объем повреждений при землетрясениях S -й интенсивности. В принципе на основе этих данных могут быть сформулированы физические оптимальные (предельные) состояния сооружений. Экстремум выражения (2) является необходимым и достаточным для оценки экономического риска применительно к сооружениям с чисто экономической ответственностью. Для сооружений с неэкономической ответственностью это условие необходимо, но недостаточно, так как не учитывает ограничений по надежности. Представим вероятность отказа сооружений при сейсмическом воздействии зависимостью

$$R\{x_\phi > [x] = 3,2\} = \sum_{S=7}^{S_{\max}} [1 - F_{(x)}^S] \int_0^{T_p} \mu_S e^{-\mu_S t} dt, \tag{3}$$

где x_ϕ - фактическая, а $[x] = 3,2$ - предельно допустимая степень повреждения сооружений по классификации шкалы MSK-64;

$F_x^S = R\{x_\phi > [x] = 3,2\}$ - надежность сооружения при землетрясении интенсивностью S баллов, подчиняется нормальному закону распределения.

Принимается, что число сейсмических сотрясений при расчете единичных объектов подчиняется закону Пуассона [5, 6].

Известно,

$$F_{(x)}^S = \int_{-\infty}^{[x]} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \exp\left\{-\frac{[x_{(\rho a)} - m_{x(\rho a)}]^2}{2\sigma_x^2}\right\} dx. \tag{4}$$

Подставив $F_{(x)}^S$ в (3), произведем интегрирование и окончательно получим:

$$R\{x_\phi > [x]\} = \sum_{S=7}^{S_{\max}} (1 - e^{-\mu_S T_p}) \cdot \left\{ 0,5 - 0,5 \operatorname{Erf} \left[\frac{([x] - m_{x(\rho a)})}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \right] \right\}. \tag{5}$$

Здесь Erf - интеграл вероятностей; $m_{x(\rho a)}$ - математическое ожидание степени повреждения сооружений, зависящее от уровня антисейсмического усиления ρ_a ; σ_x - среднеквадратическое отклонение x .

Как показали расчеты [3], 7- и 8-балльные сотрясения в 9-балльной зоне и 7-балльные сотрясения в 8-балльной зоне незначительно увеличивают суммарную вероятность отказа сооружений. Поэтому в формуле (5) оставляем только одно слагаемое, соответствующее вероятности отказа при максимальной интенсивности сейсмических воздействий:



$$R\{x_\phi > [x]\} = (1 - e^{-\mu_s T_p}) \cdot \left\{ 0,5 - 0,5 \operatorname{Erf} \left[\frac{([x] - m_{x(\rho_a)})}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \right] \right\}. \quad (6)$$

Используя выражения (2) и (6), можно вычислить оптимальные величины ρ_a при заданных (нормативных) значениях вероятности разрушения конструкций $[R]$ и степени разрушений $[x]$ или же можно найти ориентировочные сравнительные значения вероятности разрушения (отказа) сооружений $R_s\{x_\phi > [x]\}$ при определенных ρ_a и $[x]$.

В результате проведенного анализа сделан следующий вывод. При существующей оценке сейсмической опасности по интенсивности землетрясений в данном районе, но без учета вероятности их повторения надежность сооружений существенно различается даже в районах с одинаковой расчетной сейсмичностью.

К объекту на стадии проектирования предъявляется ряд требований, часто противоречивых. К ним относятся такие требования, как наилучшее соответствие своему назначению, экономичность, надежность, технологичность в изготовлении и эксплуатации, эстетические требования, ограничения сроков возведения, выбора материалов и т.п. В связи с этим, возникает задача комплексного, системного подхода к решению совокупности проблем, возникающих при проектировании. Применение системного анализа, в основе которого лежат математические методы исследования операций, предусматривает выявление и анализ каждой из учитываемых величин – управляемых и неуправляемых параметров математической модели и связей между ними. Задача решается путем использования математической модели в виде критерия функционирования системы и соответствующих методов оптимизации. В такой общей постановке задача представляется крайне сложной. В настоящее время исследуются, как правило, отдельные задачи, возникающие при рассмотрении некоторых основных требований. Сейсмическая защита объекта является одной из проблем, возникающих на стадии проектирования, важность которой зависит от назначения и типа сооружения, а также параметров прогнозируемых сейсмических воздействий. Постановка оптимизационной задачи сейсмозащиты может быть осуществлена в следующих вариантах: 1) минимизация полных затрат, связанных с сейсмической опасностью, при ограничениях, включая ограничения по надежности; 2) минимизация затрат на антисейсмические усиления объекта только во время строительства при тех же ограничениях; 3) обеспечение максимума надежности или минимума сейсмического риска при заданной стоимости объекта.

Рассмотрим оптимизационную задачу, относящуюся к сейсмической защите сооружений. Рассматриваемая задача оптимизации системы сейсмозащиты включает определение целевой функции и текущего положения системы относительно целевой функции, сейсмических возмущений и выбора наилучшей стратегии минимизации целевой функции. Будем считать, что система сейсмической защиты является оптимальной, если она обеспечивает экстремум целевой функции, представляющей математическое выражение критерия оптимальности в виде зависимости его от управляемых и неуправляемых параметров при ограничениях по надежности, ограничениях, налагаемых конструктивными, технологическими и другими требованиями, некоторые из которых перечислены выше. Пусть оптимизируемая система сейсмозащиты описывается системой стохастических дифференциальных уравнений относительно выходных координат (X_1, X_2, \dots, X_n) в форме

$$\frac{dx_i}{dt} = F_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n, q_1, q_2, \dots, q_s, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l) \quad (7)$$

с начальными условиями при $t = 0$:

$$x_i(t_0) = x_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Систему (7) запишем для краткости в векторной форме:

$$X = F(X, Y, \Phi, \lambda, t) \quad (8)$$

с начальными условиями



$$X(t_n) = X_n, \tag{9}$$

где Y - вектор оптимизируемых параметров; $\Phi = (q_1, q_2, \dots, q_s)$ - вектор случайных функций времени, моделирующих сейсмические воздействия; $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l)$ - вектор случайных величин, моделирующих отклонения параметров системы; X_n - вектор начальных условий; F - вектор-функция правых частей (8).

Для систем со скачкообразно изменяющимися параметрами необходимо учесть условия в моменты переключения параметров $t_{01}, t_{02}, \dots, t_{0j}$:

$$X(t_{n_j}) = X_{n_j}, \tag{10}$$

где $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ - вектор фазовых (выходных) координат системы.

Решение (8) зависит от X_n, Y, Φ, λ и t , т.е.

$$X = (X_n, Y, \Phi, \lambda, t).$$

В общем виде целевую функцию в случае набора Y для заданных X_0, Φ, λ можно записать так:

$$C(X_0, Y, \Phi, \lambda) = \int C_1(X_0, Y, \Phi, \lambda, t) dt, \tag{11}$$

где C_1 - скалярная функция от X_0, Y, Φ, λ и t .

Иногда в качестве C_1 можно принять, например, максимальное или среднеквадратичное ускорение сейсмоизолируемого объекта либо сейсмическую нагрузку. Чтобы изучить влияние параметров при анализе задачи для фиксированного класса внешних воздействий, отклонений параметров системы и начальных условий, следует принять целевой функционал

$$Q(Y) = \iiint F_1[C(X_0, Y, \Phi, \lambda)] dX_0, d\Phi, d\lambda, \tag{12}$$

$$\lambda \in M_\lambda$$

$$X_0 \in M_{X_0}$$

$$\Phi \in M_\Phi$$

где M_{X_0}, M_λ и M_Φ - заданные множества случайных начальных условий, отклонений параметров системы и возмущений.

Критерий (12) обеспечивает единственный критерий оптимальности при выборе вектора оптимизируемых параметров Y на всем пространстве X_0, λ и Φ . Используя выражение (12) при разных постановках задачи оптимизации систем сейсмозащиты, можно привести в качестве функции цели выражение

$$Q(Y') = \max C(X_0, Y, \Phi_0, \lambda) \tag{13}$$

$$\lambda \in M_\lambda$$

$$X_0 \in M_{X_0}$$

$$\Phi \in M_\Phi$$

Затем для функционала $Q(\lambda)$ выбирается вычислительный алгоритм, по которому находится оптимальное значение Y' , такое, что

$$Q(Y') = \min Q(Y), \tag{14}$$

$$Y \in M_Y$$

где Y - допустимое множество оптимизируемых параметров, включающее изменяемые (в том числе переставляющиеся) и неизменяемые параметры.

Вид целевой функции ограничений, накладываемых на оптимизируемые и регулируемые параметры, определяют метод поиска экстремума.

Чтобы решить задачи оптимизации нестационарных стохастических систем, необходимо иметь случайные величины, характеризующие нестационарные отклонения параметров, случайные начальные условия и случайные воздействия. Если параметры системы меняются медленно, то задача решается сравнительно легко. Она значительно усложняется для систем с быстро изменяющимися параметрами. Методы моделирования, эффективные при анализе конкретных систем, не позволяют установить общие закономерности. Поэтому при решении конкретной задачи сейсмозащиты, прежде всего, следует выяснить применимость аналитических методов синтеза. Их преимущество по сравнению с численными методами состоит в том, что если получен результат, то он относится не к одной только задаче, а сразу к целому классу задач.

Неполная информация о движении системы и сейсмических возмущениях принципиально затрудняет осуществление оптимального управления. В этих случаях по аналогии с ситуацией, возникающей в задачах технической кибернетики, целесообразно создание адаптивных систем.

В данной работе численные решения получены с помощью разработанной численной схемы решения.

В работе [4] рассмотрен вопрос оптимизации конструкций опор моста с сейсмоизолирующим скользящим поясом в уровне подферменной плиты опоры.

На рис. 1. показана конструкция опоры балочного моста [8]. Эту конструкцию можно применить для гибких опор в сейсмических районах.

В обычных условиях опора работает как неподвижная опорная часть, а при продольно сейсмическом воздействии, когда сейсмическая сила превышает тормозную силу, штыри срезаются, и опора изолируется от массы пролетного строения, тем самым снижается сейсмическая сила, действующие на опору. При совпадении частот собственных колебаний опоры с доминантной частоты сейсмического воздействия, амплитуды колебаний резко увеличиваются и произойдет смягченный удар к демпферу и опора включается к пролетному строению и тем самым приспособливается к сейсмическим воздействиям за счет изменения периода собственных колебаний опоры, уходя от резонансной зоны.

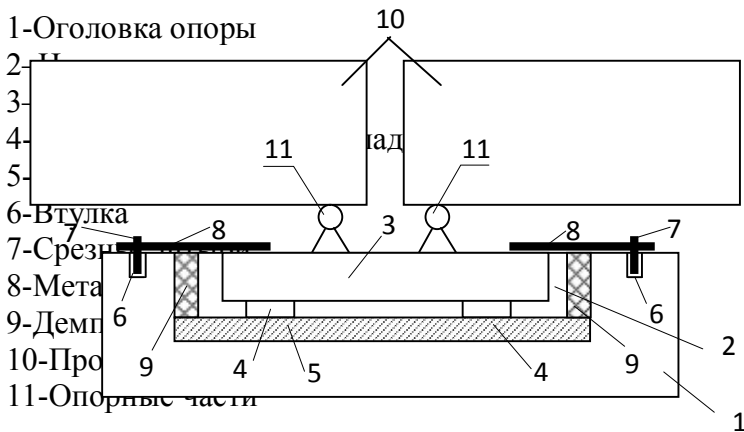
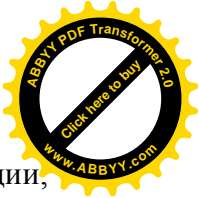
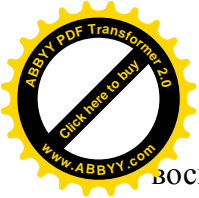


Рис.1. Конструкция опоры балочного моста

При неполной сейсмологической информации сейсмическое воздействие на эту конструкцию представим как множество M_{ϕ_j} процессов, определенных на множестве несущих частот $\omega_{\min} < \omega < \omega_{\max}$, каждый из этих процессов считается физически возможным. Необходимо в условиях такой неполноты сейсмологической информации отыскать оптимальные сейсмические нагрузки на конструкцию. В качестве критерия оптимальной системы будет рассматриваться среднеквадратическая реакция S_j системы начального состояния (НС) и предельного состояния (ПС). В этом случае можно



воспользоваться множеством M_{S_j} среднеквадратических спектров максимальной реакции, соответствующих множеству M_{ϕ_j} сейсмических воздействий Φ_j . В качестве расчетного спектра из условия оптимальности берем минимум из максимального значения среднеквадратической реакции по (14).

$$S = \min(\max S_n \text{ или } S_n), \tag{15}$$

где S_n -сейсмическая реакция системы при периоде $T=T_n$
 S_n – сейсмическая реакция системы при периоде $T=T_n$
 T_n - период в начальном состоянии
 T_n – период в предельном состоянии

Дисперсия спектрального коэффициента определяется как

$$\sigma_{\xi_j}^2 = \frac{\sigma_{x_j}^2}{\sigma_{\phi_j}^2}; \tag{16}$$

где $\sigma_{x_j}^2$ - дисперсия процесса на выходе линейного осциллятора

σ_{ϕ_j} - дисперсия процесса на выходе расчетного множества M_{ϕ_j}

Тогда среднеквадратичные спектральные коэффициенты динамичности определяется по формуле

$$\xi_j = \sqrt{\sigma_{\xi_j}^2}, \quad j=1,2,\dots,n, \tag{17}$$

где число принятых дискретных расчетных воздействий $\Phi(t, \varpi_j)$ – элементов расчетного множества M_{ϕ_j} .

Среднеквадратическое значение максимума сейсмической силы, действующей на линейный осциллятор, определяется:

$$S_j = m\ddot{x}_{\phi_j} \xi_j = \frac{\ddot{x}_j}{g} \cdot \xi_j \cdot Q = K_c \cdot \xi_j \cdot Q; \tag{18}$$

где $\ddot{x}_j = \sqrt{\sigma_{\phi_j}^2}$, m и Q -масса и вес осциллятора. На рис. 2 приведен график спектрального коэффициента динамичности, определенные с формулами (16) и (17), с соответствующим элементом множества M_{ϕ_j} сейсмических процессов Φ_j , показателем случайного процесса,

$$\theta = \frac{\alpha_i}{\varpi_c} = 0,5$$

где, α и ϖ - параметры корреляционной функции случайного процесса [1].

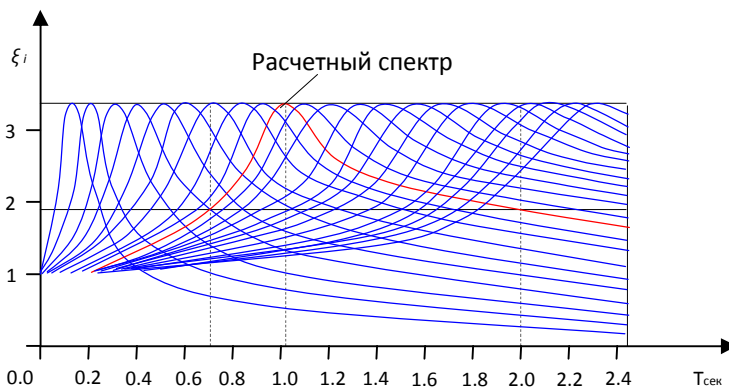


Рис.2. График спектрального коэффициента динамичности

Применим график на рис. 2 для конкретного примера.

Пример. Оптимизировать сейсмическую нагрузку для опоры балочного моста на рис. 1. за начальное состояние принимаем, когда штыри срезаются, и опора изолируется от массы пролетного строения. За предельное состояние принимаем, когда амплитуды колебания превышает величину зазора и опора включается к пролетному строению.

Периоды собственных колебаний опоры будут для двух состояний T_n и T_p соответственно. Расчетную схему принимаем в виде линейного осциллятора с одним степеням свободы. Сосредоточенная масса $m_2 = m_1 + m_{np}$ – масса пролетного строения, принимается для предельной системы. На рис. 3 представлены расчетные схемы для начального и предельного состояния.

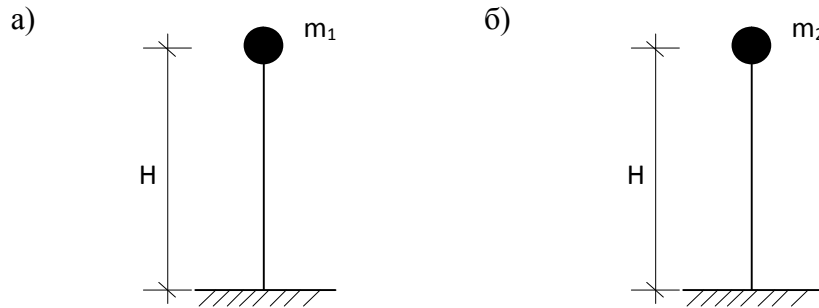


Рис.3. Расчетная схема

Определяем периоды собственных колебаний опоры для начальной и предельной системы по формулам

$$T_n = 2\pi\sqrt{m_1\delta} \text{ и } T_n = 2\pi\sqrt{m_2\delta}, \delta = \frac{H^3}{3EJ}, C_{on} = \frac{1}{\delta}$$

где δ – перемещение системы от единичной силы, H – высота опоры, EJ – постоянная, характеризующая жесткость сечения, C_{on} – жесткость опоры.

Для наглядного примера принимаем численные значения:

$$T_n = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{C_{on}}} = 0.7 \text{ сек.},$$

$$T_n = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{C_{on}}} = 2.01 \text{ сек.},$$

Сначала вычислим сейсмическую силу по нормам. Сейсмическая сила определяется по

$$\text{формуле: } S = mg \cdot k \cdot \beta, \beta = \frac{1.1}{T},$$

где m – масса линейного осциллятора,

g – ускорения силы тяжести,

k – коэффициент принимаемый 0.025, 0.05, 0.1 для 7, 8, 9 баллов соответственно,

β – коэффициент динамичности.

Для баллов сейсмические силы будут:

$$S_n = m_1 \cdot g \cdot k \cdot \beta_n = 25919H$$

$$S_n = m_2 \cdot g \cdot k \cdot \beta_n = 90013H.$$

Применим графики рис.2. Каждому фиксированному $S_p = S(T)$ соответствует расчетный спектр элементов множества M_{sj} . Условием минимума принимаем минимум максимального значения среднеквадратичной реакции в любом из этих двух состояний системы. Можно показать, что условие (1) отвечает такой спектр коэффициента динамичности ξ_i , для которого выполняется условие

$$\xi(T_n) = \xi(T_n) \tag{19}$$

т.е. условие равенства значений среднеквадратических спектральных коэффициентов динамичности системы в начальном и предельном состоянии, если

$$\xi(T_n) = \xi_p$$

Для наблюдения эквивалентности результатов уровню нагрузок по СНиП II-7-81* для мостов будем принимать максимальное значение



$$\bar{\xi}_{\max} = \beta_{\max} = 2.7$$

Найдем теперь оптимальную расчетную нагрузку на рассматриваемую систему с изменяющимися параметрами. Воспользуемся графиками рис.2. Проведем два прямые: $T = T_n = 0,7$ сек и $T = T_{np} = 2.01$ сек. По условию (5) в данном примере

$$\xi(0,7\text{сек}) = \xi(2,01\text{сек})$$

Замечаем, что такому условию спектр коэффициента динамичности с доминантным периодом $T=1,0$ сек (см. рис.2.). Этот спектр и принимаем в качестве расчетного.

Определяем величину ξ_p из пропорции

$$\frac{\xi_p}{2,7} = \frac{\beta(2,01\text{сек})}{\beta(1,0\text{сек})}$$

откуда $\xi_p = \beta_n = 2,7 \cdot 0,49 \approx 1,35$

и $S_p = 0,1 \cdot \xi_p \cdot m_1 \cdot g = 0,1 \cdot 1,35 \cdot 16530 \cdot 9,8 = 21869H$ в качестве расчетной нагрузки берем $S_p = 21869H$.

Список литературы

1. Айзенберг Я.М. Сооружения с выключающимися связями для сейсмических районов [Текст] / Я.М.Айзенберг. - М.: Стройиздат, 1976. – 229 с.
2. Айзенберг Я.М. О критериях оптимального проектирования и параметрах предельных состояний сооружений при расчетах на сейсмические воздействия [Текст] / Я.М.Айзенберг, Л.Ш.Килимник // Строительная механика и расчет сооружений. -1970. - №6. - с. 29-34.
3. Айзенберг Я.М. Экономические оценки оптимальности сейсмостойких конструкций и принцип сбалансированного риска [Текст] / Я.М.Айзенберг, А.И. Нейман // Строительная механика и расчет сооружений. - 1973. - №4. – с. 6-10.
4. Апсетов М.Ч. Оптимизация конструкций автодорожных мостов с изменяющимися параметрами неполной сейсмологической информации [Текст] / М.Ч.Апсетов, У.Т.Шекербеков, А.Е.Айдаралиев // Вестник КРСУ. – Том 10. - №2. - Бишкек: 2010. - с.159-163.
5. Канторович Л.В. Статистические вопросы оценки поверхностных эффектов, связанных с сейсмичностью [Текст] / Л.В.Канторович, Г.М. Молчан, Е.В.Вилькович и др. // В кн.: Алгоритмы интерпретации сейсмических данных. Вычислительная сейсмология. Вып. 5. - М.: Наука, 1971. - с.80-128.
6. Кейлис-Борок В.И. Методика оценки экономического эффекта сейсмостойкого строительства [Текст] / В.И. Кейлис-Борок, И.Л. , А.М. Яглом. - М.: Изд-во АН СССР, 1962. - с.48.
7. СНиП II-7-81*. М.: Стройиздат, 2000. – 48 с.
8. Чуднецов В.П. Опора балочного моста [Текст] / В.П. Чуднецов. - А.С. СССР №804754. - 1981 г.