УДК 373. 851 (575.2)(04)

Аалиева Б. А., Картанбава Н.А.
К.Карасаев атындагы БГУнун ага окутуучулары

СТАТИСТИКАЛЫК МААЛЫМАТТАРДЫ ТАНДОО ЫКМАЛАРЫ

СПОСОБЫ ОТБОРА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

METHODS OF SELECTION OF STATISTICAL DATA

Аннотация: *Бул макалада ыктымалдуулуктар теориясы жана математикалык статистика сабагы боюнча төмөнкү маселелер каралат: математикалык статистиканын маселелери, генералдык жана тандалма жыйындылар, тандалманын түрлөрү, тандоонун ыкмалары, тандалманын статистикалык бөлүштүрүүсү, бөлүштүрүүнүн эмпирикалык функциясы, полигон жана гистограмма*

Түйүндүү сөздөр: *Математикалык статистика, ыктымалдуулуктар теориясы, статистикалык байкоолор, эксперимент, кокус окуя, кокус чоңдуктун бөлүштүрүү функциясы, генералдык жана тандалма жыйындылар, бөлүштүрүүнүн эмпирикалык функциясы, полигон, гистограмма*

Аннотация: *В этой статье, теория вероятностей и математическая статистика по следующим вопросам: задачи математической статистики, генеральная и выборочная совокупности, типы выборки, распределение методов выборки, статистические выборки, эмпирические функции распределения, полигон и гистограмма*

Ключевые слова: *теория вероятностей и математической статистики, статистических наблюдений, исследований, случайное событие, случайная величина функции распределения и генеральная и выборочная совокупности, эмпирических функций распределения, полигон и гистограмма*

Annotation: *In this paper, probability theory and mathematical statistics on the following issues: the problems of mathematical statistics, general and sample collections, sample types, the distribution of sampling methods, statistical samples, empirical distribution functions, polygon and histogram*

Key words: *probability theory and mathematical statistics, statistical observations, random event, random value of the distribution function and general and sample aggregate, empirical distribution functions, polygon and histogram*

1. Математикалык статистиканын маселелери

Математикалык статистика, ыктымалдыктар теориясынын маселелерин статистикалык байкоолордун же эксперименттердин жыйынтыктарынын негизинде изилдөөчү илим. Тактап айтканда, бир тектүү көптөгөн кокус кубулуштар баш ийген закон ченемдүүлүктөрдү, ыктымалдыктар теориясы - теориялык жол менен изилдесе, математикалык статистика, ал закон эксперименттердин жыйынтыктарынын негизинде изилдейт. Статистиканын биринчи маселеси - атайын жүргүзүлгөн байкоолордун же эксперименттердин жыйынтыктарын тандап алуу жана топко бөлүштүрүү ыкмаларын табуу болуп эсептелет. Математикалык статистиканын экинчи маселеси - изилдөө талап кылынган маселенин шартына жараша статистикалык маалыматтарды анализдөө ыкмаларын иштеп чыгуу. Бул маселеге:

а) кокус окуянын белгисиз ыктымалдуулугун, кокус чоңдуктун бөлүштүрүү функциясын, түрү белгисиз бөлүштүрүүнүн параметрлерин, кокус аргументтүү функциянын бир же бир нече кокус чоңдуктан көз карандуулугун ж.б. чамалоо;

б) белгисиз бөлүштүрүүнүн түрү же параметрлеринин чоңдугу жөнүндөгү статистикалык божомолдорду (гипотезаларды) текшерүү кирет.

Учурдагы математикалык статистика, белгисиздиктин шартында чечим кабыл алуу жөнүндөгү илим катары да каралат.

Ошентип, математикалык статистика илимий жана практикалык жыйынтыктарды алыш үчүн, статистикалык маалыматтарды топтоо жана тиешелүү түрдө талдоо ыкмаларын изилдөөчү илим болуп эсептелет.

2. Генералдык жана тандалма жыйындылар

Бир тектүү нерселердин жыйындысын, ал нерселерди мүнөздөчү кандайдыр сандык же сапаттык белгиле карата изилдөө талап кылынат дейли. Мисалы, эгерде белгилүү бир тетиктер изилденип жатса, анын сапат белгиси- тетиктин стандарттуулугу, сан белгиси-өлчөө талап кылынган чендери болушу мүмкүн.

Жыйындынын сапат же сан белгисин аныкташ үчүн демейде андан кичирээк көлөмдөгү жыйындыны бөлүп алып, ошону сандык же сапаттык белгиге карата изилдеп, ал аркылуу жалпы жыйындынын сапат же сан белгиси жөнүндө жыйынтык чыгарылат. Анткен, жыйынды өтө чоң, болсо, анын баарын изилдеп чыгыш мүмкүн эмес. Ошондой эле нерсени изилдөө аны жок кылууга алып келсе же чоң чыгымды талап кылса, жыйындыдагы бардык нерселерди изилдеп чыгуу, практика жүзүндө маанисин жогото. Эгерде изилденүүчү жыйындынын көлөмү азыраак эле болуп изилдөөгө чоң чыгым талап кылынбаса, жыйындыгы бардык нерселер катары менен изилдениши да мүмкүн.

Сандык же сапаттык белгиге изилдеш үчүн тандалып алынган нерселердин жыйындысы, тандалма жыйынды, же жөн эле тандалма деп аталат.

Тандалма алына турган жалпы жыйынды, генералдык жыйынды деп аталат. Генералдык же тандалма жыйындынын көлөмү деп, жыйындыдагы нерселердин саны аталат. Мисалы, белиге изилдөөгө 1000 тетиктен 100 тетик тандалып алынса, генералдык жыйындынын көлөмү N=1000, ал эми тандалма жыйындынын көлөмү n=100

3. Тандалманын түрлөрү. Тандоонун ыкмалары

Тандалманы тандоо эки түрдө жүргүзүлүшү мүмкүн: тандалып алынган нерсе, текшерилгенде кийин, кийинки нерсе тандалып алынаардан мурун, генерадык жыйындыга кайра кошулушу же кошулбашы мүмкүн. Ушул байланыштуу, тандалма кайталануучу же кайталанбоочу тандалма деп, эки түргө бөлүнөт. Практикада, негизинен кайталанбоочу тандоо колдонулат. Эгерде, генералдык жыйындынын көлөмү өтө чоң болсо, ал эми тандалманын көлөмү анын аз эле бөлүгүн түзсө, кайталануучу жана кайталанбоочу тандалмалардын айырмасы азая баштайт. Генералдык жыйындынын көлөмү чексизге умтулган пределдик учурда (тандалманын көлөмү чектүү болсо), айтылган айрыма нөл болуп, кайталануучу жана кайталанбоочу танданмалардын айрымасы болбой калат.

Тандалманын текшерилген белгиси генералдык жыйындынын белгиси менен туура келиш үчүн, тандалма генералдык жыйындынын бардык бөлүктөрүн пропорциялуу туура көрсөтүшү керек. Бул талап кыскача, тандалма репрезентативдүү (орчундуу) болушу керек деп айтылат.

Генералдык жыйындынын көлөмүнө жараша, тандоо эки түрдө: 1) генералык жыйынды бөлүктөргө бөлүнбөй; 2) генералдык жыйынды бөлүктөрө бөлүнүп; жүргүзүлүшү мүмкүн.

Биринчи түргө: жөнөкөй кайталануучу жана кайталанбоочу кокус тандоолор; ал эми экинчи түргө: типтүү, механикалык жана сериялык тандоолор кирет.

Тандоо генералдык жыйындынын бардык көлөмүнөн бирден алып жүргүзүлсө, ал тандоо **<u>жөнөкөй кокус тандоо деп аталат</u>**. Аны түрдүү жол менен жүргүзсө болот. Мисалы, көлөмү N болгон генералдык жыйындыдан көлөмү n болгон тандалма алыш керек болсо, карточкаларга 1-ден N-ге чейинки сандарды жазып туруп, аябай аралаштырып, болжобой туруп, бир карточка алышат. Генералдык жыйындыдан, номери алынган карточканын номери менен дал келген, нерсени алып текшеришет. Аны кайра генералдык жыйындыгы кошуп туруп, карточкаларды кайрадан аралаштырып экинси карточканы алып, жыйындынын ошол номердеги нерсесин текшеришет. Ушул сыяктуу ишти n жолу кайталап, жөнөкөй кайталануучу тандалманы алышат. Эгерде ар бир жолу текшерилген нерсе генералдык жыйынга кайрадан кошулбаса, кайталанбоочу тандалма алынат.

Типтүү тандоодо, нерселер бардык генералдык жыйындыдан эмес, анын ар бир «типтүү» бөлүгүнөн жүргүзүлөт. Мисалы, эгер тетиктер бир нече станоктордо жасаласа, анда тандоону, бардык даяр болгон тетиктерди кошпостон эле, ар бир станокто даярдалган тетиктердин жыйындыларынан өз алдынча жүргүзшөт. Эгерде станоктортор ар түрдүү сапатта болушса (мисалв, эскиликтери ар түрдүү болсо) типтүү тандоо максатка ылайык болот.

Механикалык тандоодо, генералдык жыйынды, андан алынуучу тандалманын көлөмү канча болсо, ошончо бөлүккө бөлүнөт да, ар бир бөлүктөн бирден нерсе тандалып алынyт. Мисалы, көлөмү N болгон генералдык жыйындын 5 проценти тандалып алыныш керек болсо, генералдык жыйынды $\frac{N}{20}$ бөлүккө бөлүнүп, ар бир бөлүктөн бирден нерсе тандалып алынат.

Сериялык тандоодо, генералдык жыйындыдан нерселер бирден тандалып алынбастан, «сериясы» менен алынып, анын ар бир нерсеси текшерилет. Мисалы, буйумдар көптөгөн станоктор менен жасалса, бир нече гана станоктон жасалган буйумдар текшерилет. Сериялык тандоону колдонуш үчүн, текшерилүүчү белги ар бир серияда аз эле өзгөрүүсү талап кылынат.

Практика жүзүндө тандоолордун түрлөрүнүн комбинациясы да колдонулушу мүмкүн. Мисалы, генералдык жыйындыны бирдей көлөмдөгү серияларга бөлүп, андан кийин жөнөкөй кокус тандоо менен бир нече серияны тандап алып, ал сериялардан жөнөкөй кокус тандоо менен кээ бир нерселерди тандап алышат.

4. Тандалманын статистикалык бөлүштүрүүсү

Генералдык жыйындыдан тандалма алынып, текшерилип жатканда, белгинин x_1 мааниси n_1 жолу, x_2 мааниси n_2 жолк,..., x_k мааниси n_k жолу, байкалды дейли. Мында, $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$ - тандалманын көлөмү. Байкалган x_1 маанилери вариаттар деп, ал эми өсүү тартибинде жайгашкан варианттардын удаалаштыгы-

вариациалык катар деп аталат. x_i варианттардын байкалган n_i маанилери жыштыктар, ал эми алардын тандалманын көлөмүнө болгон катышы $n_i / n = W_i$ салыштырмалуу жыштыктар деп аталат.

Варианттардын жана алардын жыштыктарынын же салыштырма жыштыктарынын тизмеги- тандалманын **статистикалык бөлүштүрүүсү** деп аталат. Статистикалык бөлүштүрүүнү, варианттардын бир нече маанилерин камтыган, бирдей узундуктагы интервалдар жана аларга тиешелүү болгон жыштыктар түрүндө берүүгө да болот. Мында, интервалдын жыштыгы болуп, ага тийиштүү болгон маанилердин жыштыктарынын суммасы эсептелет. Эгер маани интервалдын четинде жатса, интервалга ал маанинин жыштыгынын жарымы эле тиешелүү болот.

Ыктымалдыктар теориясында бөлүштүрүү, кокус чоңдуктун мүмкүн болгон маанилери менен алардын ыктымалдыктарынын тизмеги түрүндө, берилерин эскерте кетели.

Мисал. Көлөмү $n = 30$ болгон тандалманын жыштыгынын статистикалык бөлүштүрүүсү берилген:

x_i	3	5	7	12
n_i	6	7	8	9

Салыштырма жыштыктын статистикалык бөлүштүрүүсүн тапкыла

Чыгаруу. $W_i = \dfrac{n_i}{n}$ формуласы боюнча салыштырма жыштыктарды табабыз:

$$W_1 = 6/30 = 1/5, \quad W_2 = 7/30,$$

$$W_3 = 8/30 = 4/15, \; W_4 = 9/30 = 3/10.$$

Демек, салыштырма жыштыктын статистикалык бөлүштүрүүсү:

x_i	3	5	7	12
W_i	1/5	7/30	4/15	3/10

Текшерүү: 1/5+7/30+4/15+3/10=(6+7+8+9)/30=1.

5. Бөлүштүрүүнүн эмпирикалык функциясы

X сандык белгисинин статистикалык бөлүштүрүү жыштыгы белгилүү болсун. Сандык белгинин мааниси *x* тенкичине болгон байкоолордун санын n_x аркылуу, жалпы байкоолордун санын (тандалманын көлөмүн) n аркылуу, белгилейбиз. $X < x$ окуясынын салыштырма жыштыгы n_x / n болору түшүнүктүү. Эгерде *x* өзгөрсө салыштырма жыштык да өзгөрүп, ал *x*-тен функция болот.

Ар бир *x* үчүн $X < x$ окуясынын салыштырма жыштыгы аныктоочу функция $F^*(x)$, тандалманын эмпирикалык бөлүштүрүү функциясы деп аталат: $F^*(x) = n_x / n$

Мисалы, $F^*(x_2)$-ни табыш үчүн x_2 -ден кичине варианттардын санын, тандалманын көлөмүнө бөлүш керек: $F^*(x_2) = n_{x_2} / n$

Тандалманын эмпирикалык бөлүштүрүү функциясынан айырмаланып, генералдык жыйындынын $F(x)$ бөлүштүрүү функциясы $X < x$ окуясынын ыктымалдуулугун түшүндүрөт, ал эми эмпирикалык $F^*(x)$ функциясы окуянын салыштырма жыштыгын аныктайт.

Бернуллинин теоремасы боюнча, $X < x$ кокус окуясынын салыштырма жыштыгы $F^*(x)$, ыктымалдыгы боюнча, кокус окуянын $F(x)$ ыктымалдуулугуна умтулат. Башкача айтканда, $F^*(x)$ жана $F(x)$ функциялары бири биринен $\lim\limits_{n\to\infty} P\left[\left|F(x) - F^*(x)\right| < \varepsilon\right] = 1 \; (\varepsilon > 0)$ маанисинде аз эле айырмаланат. Демек, ыктымалдыктар теориясындыгы интегралдык $F(x)$ бөлүштүрүү функциясын, жакындаштырылган түрдө, бөлүштүрүүнүн $F^*(x)$ эмпирикалык функциясы менен алмаштырууга болот. Бул жыйынтык, $F^*(x)$ жана $F(x)$-тин бардык касиеттери окшотугунан да келип чыгат. Чындыгында эле, $F^*(x)$-тин аныктамасынан төмөнкү касиеттер аткарылаары түшүнүктүү:

$0 \le F^*(x) \le 1$

$F^*(x)$-кемибөөчү функция;

эгер x_1-эң кичине варианта болсо, анда $x < x_1$ болгондо $F^*(x) = 0$; эгер x_k -эң чоң варианта болсо, $x < x_k$ болгондо $F^*(x) = 1$

Ошентип, тандалманын эмпирикалык бөлүштүрүү функциясы аркылуу, генералдык жыйындынын теориялык бөлүштүрүү функциясын чамалоого болот.

Мисал. Тандалманын статистикалык бөлүштүрүү функциясы

x_i	2	6	10
n_i	12	18	30

боюнча, анын эмпирикалык функциясы тапкыла.

Чыгаруу. Тандалманын көлөмү $n = 12 + 18 + 30 = 60.$ Эң кичине варианта 2 болгондуктан, $x \le 2$, болгондо $F^*(x) = 0$. Эгер $X < 6$ болсо, $n_x = 12$ ($x_1 = 2$ 12 жолу байкалат) болгондуктан, $2 < x \le 6$ болсо $F^*(x) = 12/60 = 0{,}2$.

Эгер $X < 10$ болсо, $n_x = 12 + 18 = 30$. Демек $F^*(x) = 30/60 = 0{,}5$, $6 < x \le 10$ $x = 10$ эң чоң вариантта болгондуктан $x > 10$ болгондо $F^*(x) = 1$ Изделип жаткан эмпирикалык функция

$$F^*(x)\begin{cases} 0 \; x \le 2 \; \textit{болсо} \\ 0{,}2 \;\; 2 < x \le 6 \; \textit{болсо} \\ 0{,}5 \; 6 < x \le 10 \; \textit{болсо} \\ 1 \;\; x \le 10 \; \textit{болсо} \end{cases}$$

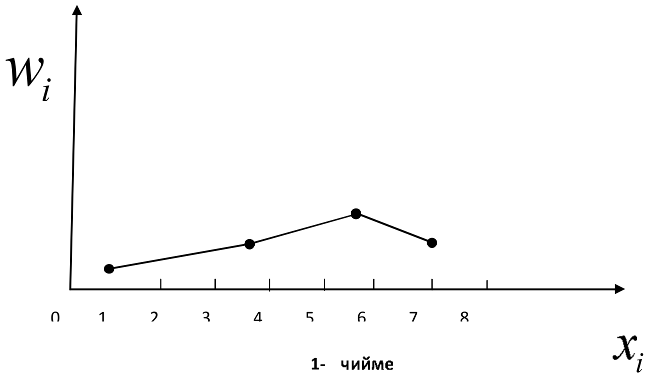
6. Полигон жана гистограмма

Статистикалык бөлүштүрүүнүү геометриялык түрдө көрсөтүш үчүн, полигон жана гисторамма түшүнүктөрү колдонулат.

Жыштыктын полигону деп, $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \ldots, (x_k, n_k)$ чектиттерин туташтырган сынык сызык аталат. Полигонду түзүш үчүн, OX огунан x_i варианттарын, ал эми OY огунан аларга тийиштүү n_i жыштыктарын ченеп алышат. (x_i, n_i) чекиттерин туташтырса полигон келип чыгат.

<u>**Салыштырма жыштыктын полигону**</u> деп, $(x_i, W_i), i = 1,2,3,\ldots,k$ чекиттерин туташтырган сынык сызык аталат. Салыштырма жыштыктын полигонун түзүш үчүн $(x_i, W_i), i = 1,2,3,\ldots,k$ туташтырыш керек .1-чиймде.

X	1,5	3,5	5,5	7
W	0,1	0,2	0,4	0,3



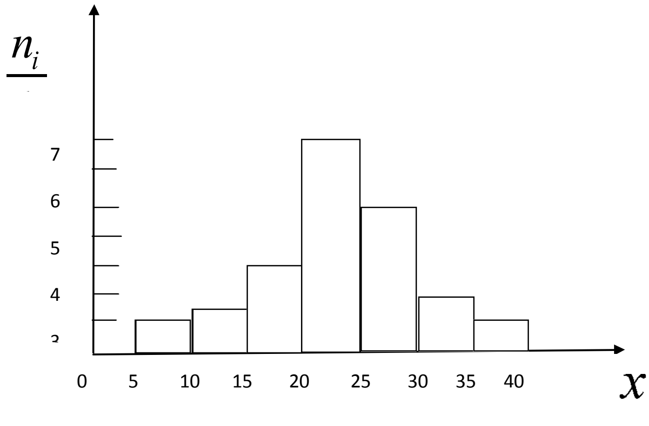
1- чийме

бөлүштүрүүсү үчүн сапыштырма жыштыктын полигону көрсөтүлгөн.

Эгерде текшерилүүчү белги үзгүлтүксүз болсо, аны сүрөттө үчүн гистограмма түшүнүгү колдонулат. Гистограмманы алыш үчүн, варианттардын бардык маанилери жайгашып, четтери варианттардын эң кичине жана эң чоң маанилери болгон интервал, бир нече бирдей h узундуктагы жекече интервалдарга бөлүнөт.

<u>**Жыштыктардын гистограммасы**</u> деп, негиздери бирдей h узундуктагы интервалдардан, бийиктиктери n_i / h (жыштыктардын тыгыздыктары) болгон тик буручтуктардан турган, тепкич түрүндөгү фигура аталат.Мында n_i негизиндеги і-чи интервалга тийиштүү болгон варианталардын жыштыктарынын суммасы. Гистограмманы түзүш үчүн OX огунан жекече варианттары, OY огунан тик буручтуктардын n_i / h бийиктиктерин ченеп алып, тепкич түрүндөгү фигураны түзөбүз. і-чи тик буручтуктун аянты $h \cdot n_i / h = n_i$ жекече і-чи интервалдагы варианталардын жыштыктарынын суммасы болгондуктан, жыштыктардын гистограммасынын аянты бардык жыштыктардын сумасына, б.а. тандалманын көлөмүнө барабар.

2-чиймеде көлөмү n=100 болгон 6 –чы таблицада берилген статистикалык бөлүштүрүүнүн жыштыктарынын гистограммасы көрсөтүлгөн.



2-чийме

Салыштырма жыштыктын гистограммасы деп, негиздери h узундуктагы жекече интервалдар, бийиктиктери W_i / h (салыштырма жыштыктардын тыгыздыктары) болгон тик бурчтуктардан турган тепкич түрүндөгү фигура аталат.

Салыштырма жыштыктын гистограммасы, жыштыктардын гистограммасы сыяктуу эле чийилет. Салыштырма жыштыктын гистограммасынын аянты, бардык салыштырма жыштыктардын суммасына, б.а. бирге барабар.

Таблица

Узундугу h=5 болгон жекече интервал	Жекече инервалдагы вариантардын жыштыктарынын суммасы n_i	Жыштыктардын тыгыздыгы n_i / h
5-10	4	0,8
10-15	6	1,2
15-20	16	3,2
20-25	36	7,2
25-30	24	4,8
30-35	10	2,0
35-40	4	0,8

Адабияттар

1. *Аалиева Б. А., Аскарбек кызы Л., Картанбаева Н.А. Ыктымалдуулук теориясы жана математикалык статистика. – Б., 2017.*

2. *Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика Юрайт –М., 2009.*

3. *Просветов Г.И. Теория вероятностей и математическая статистика: задачи и решения. - М.: Альфа-Пресс, 2009.*

4. *. Карабакиров Р.К., Карабакиров К.Р. Ыктымалдуулук теориясы жана математикалык статистика . -Б.,2005.*

5. *Мамбеткулов Ж., Качкыналиев А. Ыктымалдуулук теориясы курсу боюнча лекциялар жыйнагы. - Б., 1993.*

6. *Осмонова Ч. О. Ыктымалдыктар теориясы боюнча окуу- методикалык колдонмо жана маселелер жыйнагы. - Б., 1996.*

УДК: 373.851(575.2)(04)

Аалиева Б.А., Аскарбек кызы Лира
К.Карасаев атындагы БГУнун ага окутуучулары

ТОЛУК ЫКТЫМАЛДУУЛУКТУН ЖАНА БЕЙЕСТИН ФОРМУЛАЛАРЫН МАСЕЛЕ ЧЫГАРУУДА КОЛДОНУУ МЕТОДИКАСЫ

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФОРМУЛЫ ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ И БЕЙЕСА

METHODOLOGY OF TEACHING WHILE SOLVING PROBLEMS WITH THE USE OF THE FORMULA OF THE COMPLETE PROBABILITY AND BAYES

Аннотация: *Бул макалада ыктымалдуулуктар теориясы жана математикалык статистика сабагы боюнча студенттердин маселе чыгарууда, толук ыктымалдуулуктун жана Бейестин формуласын колдонуу методикасын иликтейт. Жогорку окуу жайда ыктымалдуулуктар теориясы жана математикалык статистиканы окутуу методологиясынын айрым көйгөйлөрүн мүмкүн болгон чечүү жолдорун сунуштайт.*

Түйүндүү сөздөр: *толук ыктымалдуулуктун формуласы, Бейестин формуласы, методика, теорема, гипотеза, шарттуу ыктымалдуулук, окуя.*

Аннотация: *В настоящей статье исследуются методика преподавания при решении задач с использованием формулы полной вероятности и Бейеса. Предлагаются возможные пути решения некоторых проблем методики преподавания теория вероятности и математических статистике в вузе.*

Ключевые слова: *формула полнойвероятности, формула Бейеса, методика, теорема, гипотеза, условная вероятность, событие.*

Annotation: *In this paper, we study the teaching methodology for solving problems using the full probability formula and Bayes. Possible ways of solving some problems of the methodology of teaching probability theory and mathematical statistics in the university are suggested.*

Key words: *total probability formula, Bayes formula, technique, theorem, hypothesis, conditional probability, event.*

Бизге $B_1, B_2, ...B_n$ - биргелешпеген жана толук топту түзүүчү окуялар берилсин. A окуясы $B_1, B_2, ...B_n$ - окуяларынын биринин аткарылышынан келип чыгат. Мындай $B_1, B_2, ...B_n$ -окуялардын толук тобун гипотезалар (божомолдор) депатайбыз.

Бул гипотезалар дын ар биринин ыктымалдуулугу жана А окуясынын шарттуу ыктымалдуулуктары $P_{B_1}(A), P_{B_2}(A), \dots, P_{B_n}(A)$ белгилуу болсо, анда A -окуясынын ыктымалдуулугун төмөнкү теореманын негизинде табууга болот.

Теорема: Толук топту түзгөн гипотезалардын биринин аткарылышынан келип чыккан A - окуясынын ыктымалдуулугу ал гипотезалардын ар биринин ыктымалдуулугун тиешелүү түрдө A - окуясынын шарттуу ыктымалдуулуктарына болгон көбөйтүндүлөрүнүн суммасына барабар, б.а.

$$\boldsymbol{P(A) = \sum_{i=1}^{n} P\,(Bi) \cdot P_{Bi}(A); \sum_{i=1}^{n} P\,(Bi) = 1}$$

Бул формула толук ыктымалдуулуктун формуласы деп аталат.

Далилдөө: Теореманын шарты боюнча A -окуясы $B_1, B_2, \ldots, B_n$-гипотезаларынын биринин аткарылышынан келип чыгат. Демек, A -окуясы бирге аткарылбаган $B_1A, B_2A, \ldots B_nA$ -окуяларынын бирөөсүнүн аткарылышынан (алардын кайсынысы айырмасы жок) келип чыгат.

Анда: $A = B_1A + B_2A + \cdots + B_nA$

Кошуунун теоремасынын негизинде төмөнкүгө ээ болобуз:

$P(A) = P(B_1A) + P(B_2A) + \cdots + P(B_nA)$. Көбөйтүүнүн теоремасын (көз каранды окуялар үчүн) пайдаланып,

$P(B_1A) = P(B_1)P_{B_1}(A), \ldots P(B_nA) = P(B_n)P_{B_n}A$

$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(Bi)P_{Bi}(A)$ барабардыктарын табабыз. Анда теорема далилденди.

Мисалы:1)Эки топтон турган тетиктер берилген. 1-топтун тетигиги «стандарттуу» деген окуянын ыктымалдуулугу 0,8, ал эми 2-топтун тетиктери үчүн 0,9. Эки топтун биринен туш келди суурулуп алынган тетик стандарттуу экендигинин ыктымалдуулугун тапкыла.

Чыгару: Төмөнкүдөй белгилүүлөрдү киргизебиз. A -суурулган тетик стандарттуу. Тетикти 1чи же 2чи топтон сууруп алууга болот. B_1 окуясы-тетик биринчи топтон суурулган B_2 окуясы-тетик экинчи топтон суурулган. Бул гипотезалардын ыктымалдуулуктары: $P(B_1) = P(B_2) = 0{,}5$

A -окуясынын шарттуу ыктымалдуулуктары: $P_{B_1}(A) = 0{,}8; P_{B_2}(A) = 0{,}9$. Анда толук ыктымалдуулуктун формуласынын негизинде $P(A) = 0{,}5 \cdot 0{,}8 + 0{,}5 \cdot 0{,}9 = 0{,}85$

2) Биринчи кутудагы 20 лампочканын 18-и стандарттуу, ал эми экинчи кутудагы 10 лампочканын 9-у стандарттуу. Экинчи кутудан туш келди бир лампочканы алып чыгып, биринчи кутуга салышат. Андан кийин биринчи кутудан бир лампочканы сууруп чыгышкан. Суурулуп алынган лампочка стандарттуу экендигинин ыктымалдуулугун тапкыла. Суурулган лампочка стандарттуу экендигин A - окуясы деп белгилейбиз. Экинчи кутудан стандарттуу лампочка суурулган - $B_{1\,1}$ окуясы; экинчи кутудан стандарттуу эмес лампочка суурулган – B_2 окуясы.

Анда

$$P(B_1) = \frac{9}{10} \ , \ P(B_2) = \frac{1}{10}$$
$$P_{B_1}(A) = \frac{19}{21} ; P_{B_2}(A) = \frac{18}{21}$$
$$P(A) = 0{,}9 \cdot \frac{19}{21} + 0{,}1 \cdot \frac{18}{21} = 0{,}9$$

Мисал: I урнада 7 ак жана 9 кара шар, II урнада 6 ак жана 4 кара шар болгон. I урнадан II урнага 2 шар салышты, анда кийин II урнада 1 шар алып чыкты. Алынган шардын ак болушунун ыктымалдуулугун тапкыла.

Биз үч байкоо жүргүзөбүз:

1) I урнадан 1- шарды алып жана II урнага салдык;
2) I урнадан 2- шарды алып жана II урнага салдык;
3) II урнадан бир шар алдык.

Ошондуктан дарак ыктымалдуулугу үч деңгээлдеги бийиктикти камтыйт: (схема -1)

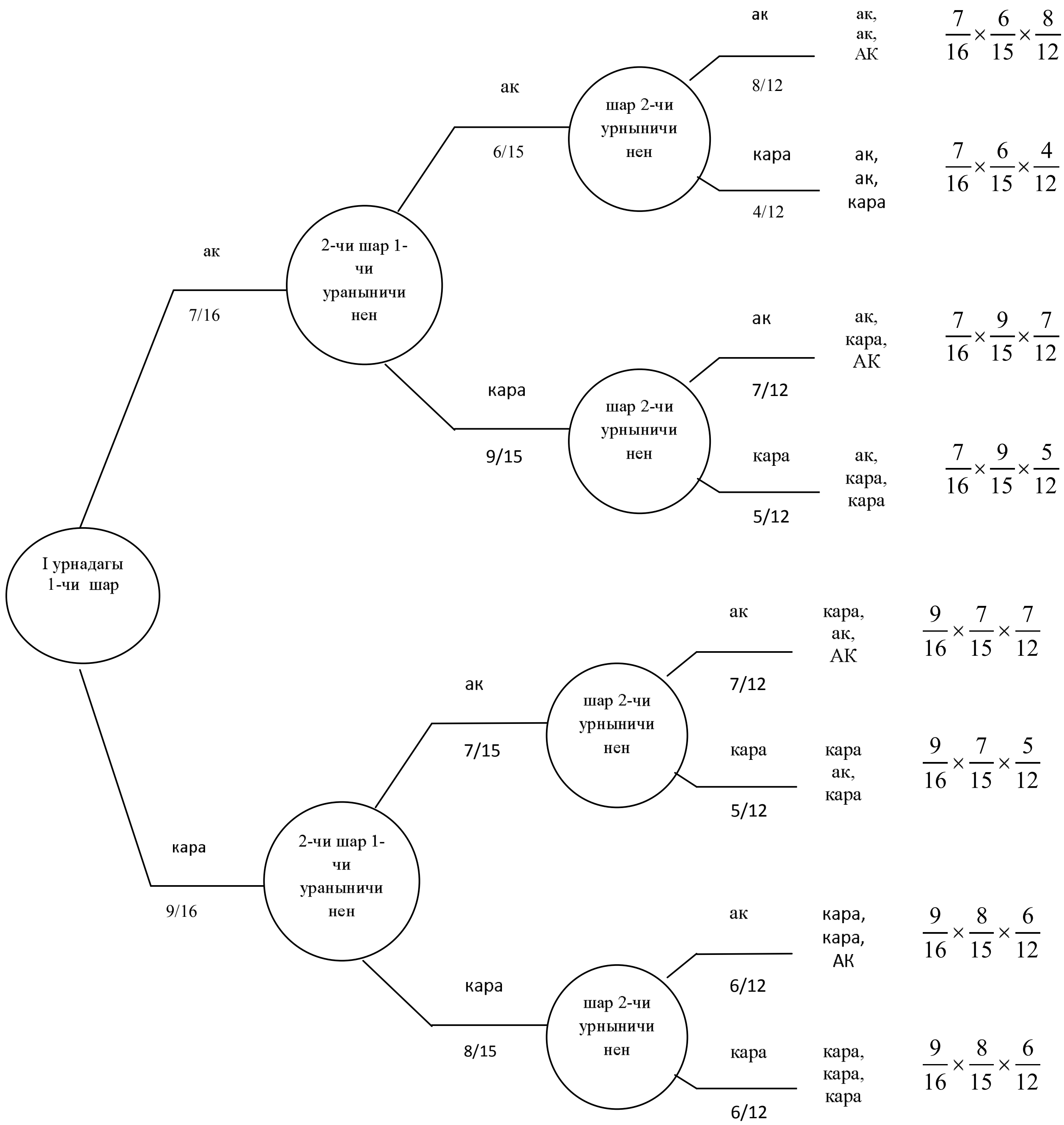
Мисал: Компания жаңы товарды рынокко чыгарууну карап жатат. Жарнамалоо компаниясынын ийгилигинин ыктымалдыгы 0,8 бааланат. Ийгиликтүү жарнамалоо компаниясынын учурунда, рынокто товардын ийгиликтүү ишке ашуусунун ыктымалдуулугу 0,6. Жарнамалоо компаниясынын ийгиликтүү эмес учурунда товардын ийгиликтүү ишке ашуусунун ыктымалдуулугу 0,3 болот. Биз рынокто товардын ийгиликтүү ишке ашуусун ыктымалдыгын аныктайлы.

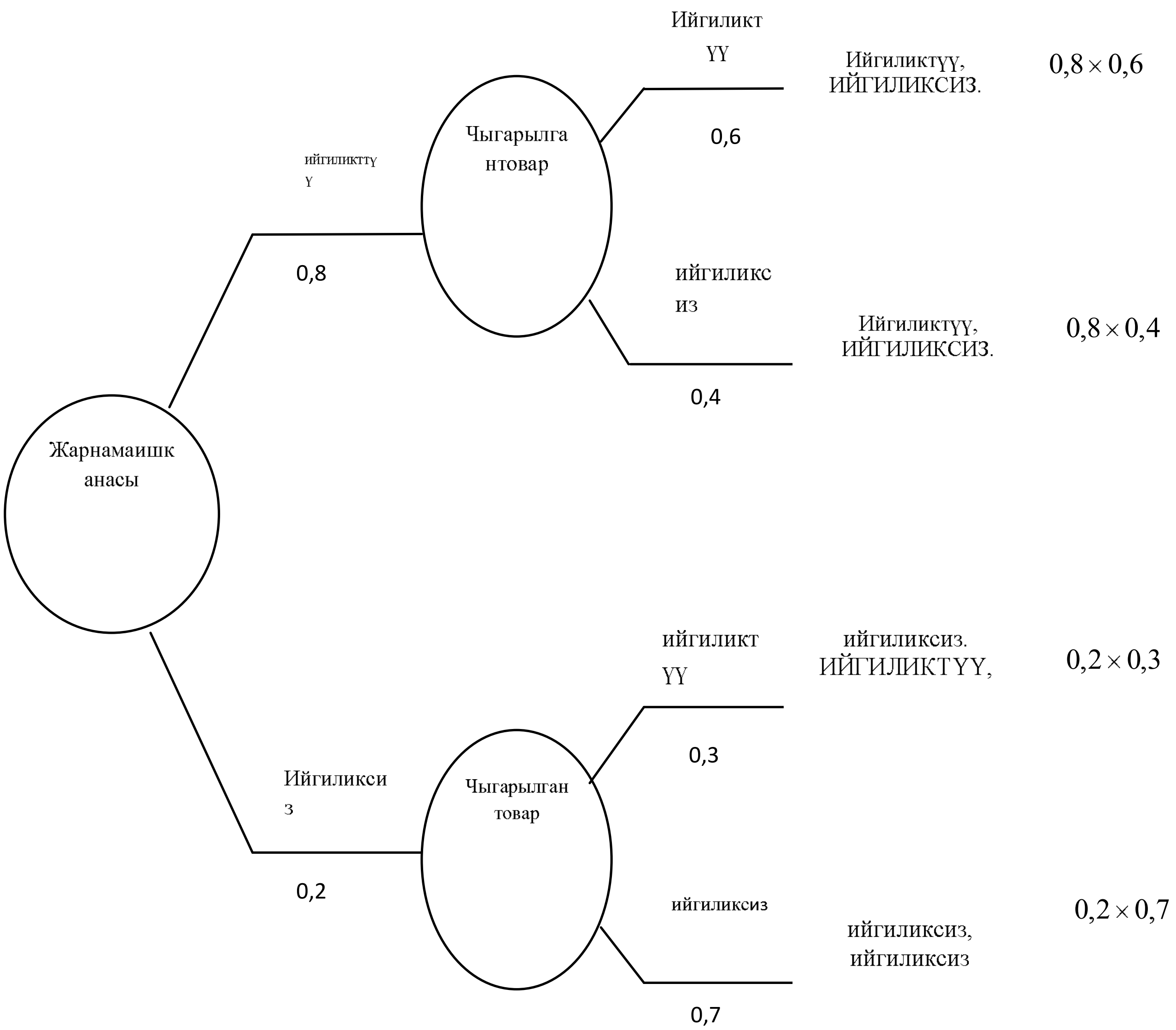
Биз эки тажрыйба жүргүздүк:

1) жарнамалык компания ишке ашырылат;

2) товардын рынокко чыгуусу.

Ошондуктан, дарактын ыктымалдуулугунун эки деңгээлдүү чокулары бар. Ар бир жолкуда эки себеп бар, ошондуктан ар бир чокудан экиден бутак чыгат. Ар бир бутагынын жогору жагына тиешелүү жыйынтыгын жазып, ал эми бутактын төмөн жагына – булл жыйынтыктын пайда болу ыктымалдуулугун жазабыз:


I урнадагы 1-чи шар
ак
7/16
кара
9/16
2-чи шар 1-чи уранычи нен
2-чи шар 1-чи уранычи нен
ак
6/15
кара
9/15
ак
7/15
кара
8/15
шар 2-чи урнычи нен
шар 2-чи урнычи нен
шар 2-чи урнычи нен
шар 2-чи урнычи нен
ак
8/12
кара
4/12
ак
7/12
кара
5/12
ак
7/12
кара
5/12
ак
6/12
кара
6/12
ак, ак, АК
ак, ак, кара
ак, кара, АК
ак, кара, кара
кара, ак, АК
кара ак, кара
кара, кара, АК
кара, кара, кара
$\frac{7}{16}\times\frac{6}{15}\times\frac{8}{12}$
$\frac{7}{16}\times\frac{6}{15}\times\frac{4}{12}$
$\frac{7}{16}\times\frac{9}{15}\times\frac{7}{12}$
$\frac{7}{16}\times\frac{9}{15}\times\frac{5}{12}$
$\frac{9}{16}\times\frac{7}{15}\times\frac{7}{12}$
$\frac{9}{16}\times\frac{7}{15}\times\frac{5}{12}$
$\frac{9}{16}\times\frac{8}{15}\times\frac{6}{12}$
$\frac{9}{16}\times\frac{8}{15}\times\frac{6}{12}$



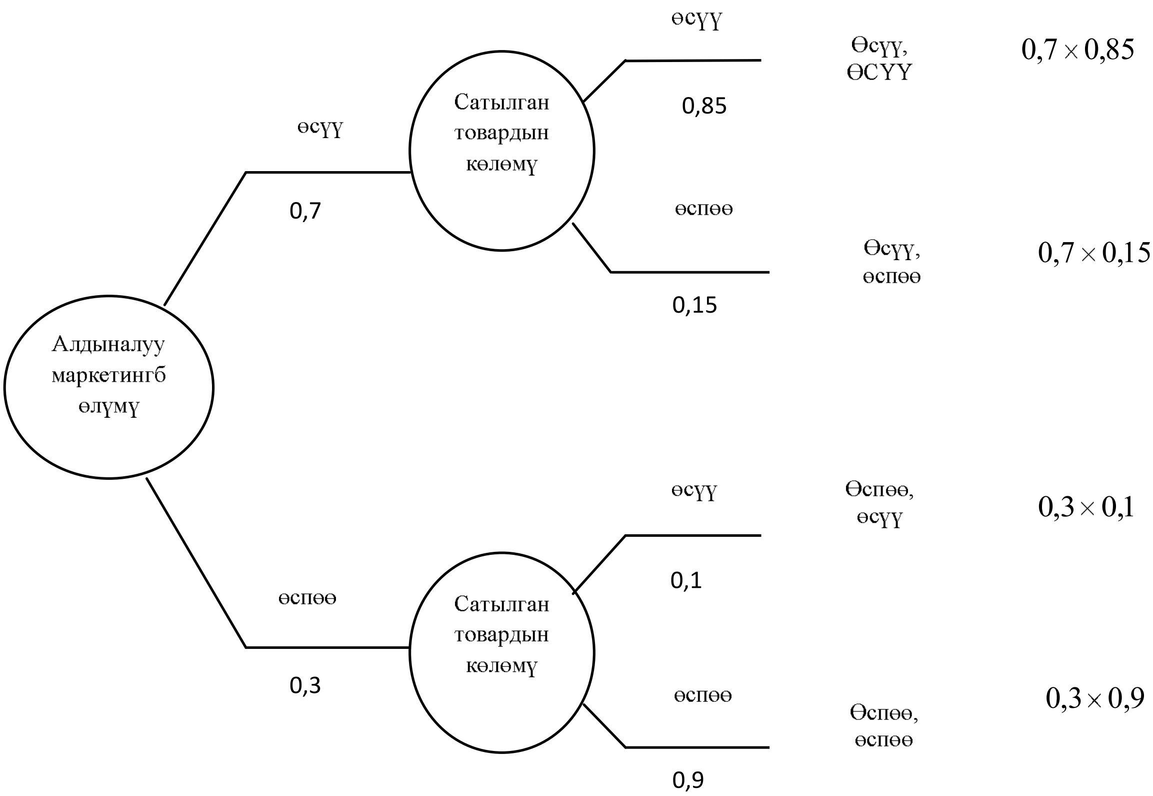
Бизге товардын рынокко ийгиликтүү чыгарылышы кызыктырат. Андыктан «ийгиликтүү» деген эки жазуу бар ыктымалдыктарды кошуу керек: $0,8 \times 0,6 + 0,2 \times 0,3 = 0,54$.

Мисал: Маркетинг жакынкы келечекте ишкананын сатуу өсүү ыктымалдыгы 0,7 ге барабар деп эсептейт. Өткөн окуялардан биз билгендей маркетингдин оң алдын алуу учурларда 85%, терс алдын алуулары 90% аткарылаары белгилүү. Жакынкы келечекте ишкананын сатуу өсүш ыктымалдуулугун аныктайлы.

Биз эки тажрыйба жүргүздүк.

1) Маркетинг бөлүмүнүн алдын алуусу;
2) Сатылуу көлөмүн байкоо.

Ошондуктан, дарактын ыктымалдуулугу эки деңгээл чокулары бар. Ар бир жолкуда эки себеп бар, ошондуктан ар бутакта экиден бутак чыгат. Ар бир бутактын жогору жагына тиешелүү жыйынтыгын жазып, бир бутакты бул жыйынтыктын пайда болуу ыктымалдуулугун жазабыз:



Бизге сатуунун өсүшү иш жүзүндө өзү кызыктырат. Андан соң «өсүү» деген жазуу бар ыктымалдуулуктарды кошуу керек. $0{,}7 \times 0{,}85 + 0{,}3 \times 0{,}1 = 0{,}625$.

Гипотезанын (божомолдоонун) ыктымалдуулугу. Бейестин формуласы

A - Окуясы толук топту түзгөн $B_1, B_2, \ldots B_n$ окуяларынын биринин аткарылышынан келип чыгат дейли. Бул окуялардын кайсынысы мурун аткарылары белгисиз болгондуктан, алар гипотезалар деп аталышат. A -окуясынын келип чыгуу ыктымалдуулугу толук ыктымалдуулуктун формуласынын негизинде табылат.

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P\,(Bi)P_{Bi}(A)$$

Эми төмөндөгүчө болжолдойбуз.

Сыноонун жыйынтыгында окуясы келип чыкты дейли. Анда гипотезалардын $P_A(B_1), \ldots, P_A(P_n)$ыктымалдуулуктарын табуу үчүн пайдаланабыз.

$$P(AB_1) = P(A)P_A(B_1) = P(B_1)P_{B_1}(A)$$

Мындан $\mathrm{P_A}(B_1) = \frac{P(B_1)\cdot P(A)}{P(A)} = \frac{P(B_1)P_{B_1}(A)}{\sum P(Bi)P_{Bi}(A)}$

Ушундай эле жол менен калган шарттуу ыктымалдуулуктарды табабыз.

$\boldsymbol{P_A(Bi) = \frac{P(Bi)P_{Bi}(A)}{\sum_{k=1}^{n} \mathrm{P}(B_k)P_{B_k}(A)}\ ;(i = \overline{1,n})}$

<u>Бул формула Бейестин формуласы деп аталат.</u> [2]

Мисалы: Цехтен чыккан тетиктер эки текшерүүчүнүн бирине текшерүүгө түшөт. Тетиктин биринчи текшерүүчүгө түшө тургандыгынын ыктымалдуулугу 0,6, экинчи текшерүүчүгө түшүүсүнүн ыктымалдуулугу-0,4. Пайдалануучу тетик 1-текшерүүчү аркылуу стандарттуу деп табылгандарынын ыктымалдуулугу 0,94, экинчиси үчүн 0,98. Пайдалануучу тетик стандарттуу деп табылган - (А-окуясы). Тетикти 1-текшерүүчү текшергендигинин ыктымалдуулугун тапкыла.

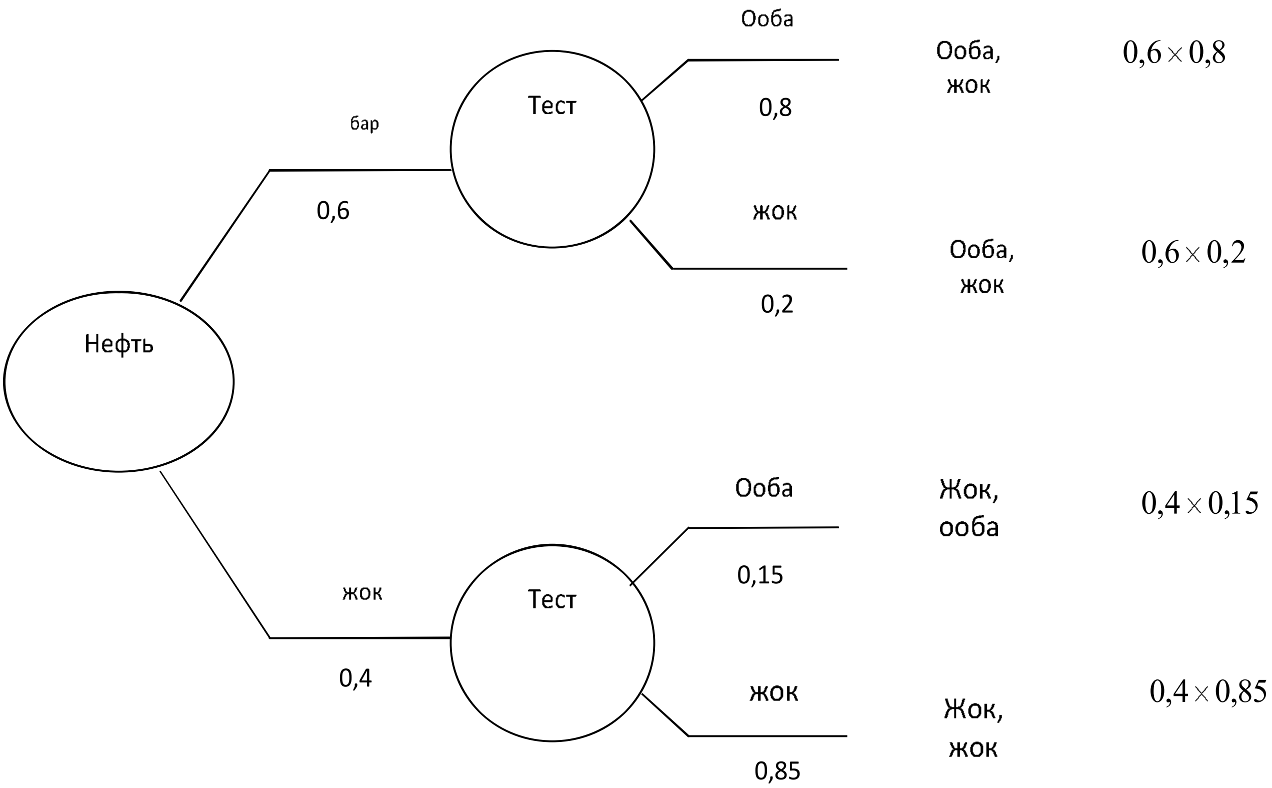
$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)}{P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A)} = \frac{0{,}6\cdot 0{,}94}{0{,}6\cdot 0{,}94 + 0{,}4\cdot 0{,}98} \approx 0{,}59$$

Мисал: Геологдор аймактан өндүрүлгөн мунай затынын ыктымалдуулугу 0,6 деп эсептешет. Тест жүргүзүлдү. Эгерде бул аймакта мунайзаты бар болсо, анда окуянын 80% ин тест аныктайт. Эгерде аймакта мунай зат жок болсо, анда окуянын 15%ын тест көрсөтөт. Тест мунай затынын бар экендигин айгинелеп турат. Аймакта мунай затынын бар экендигинин ыктымалдуулугун аныктайбыз.
Эки тажрыйба жүргүзүлөт:

1) геологдор мунай затынын болушун баалайт;

2) тест.

Ыктымалдуулук дарагын курабыз.



Тестин оң жыйынтыгынын ыктымалдуулугу төмөнкүгө барабар:

$$0,6 \times 0,8 + 0,4 \times 0,15 = 0,54.$$

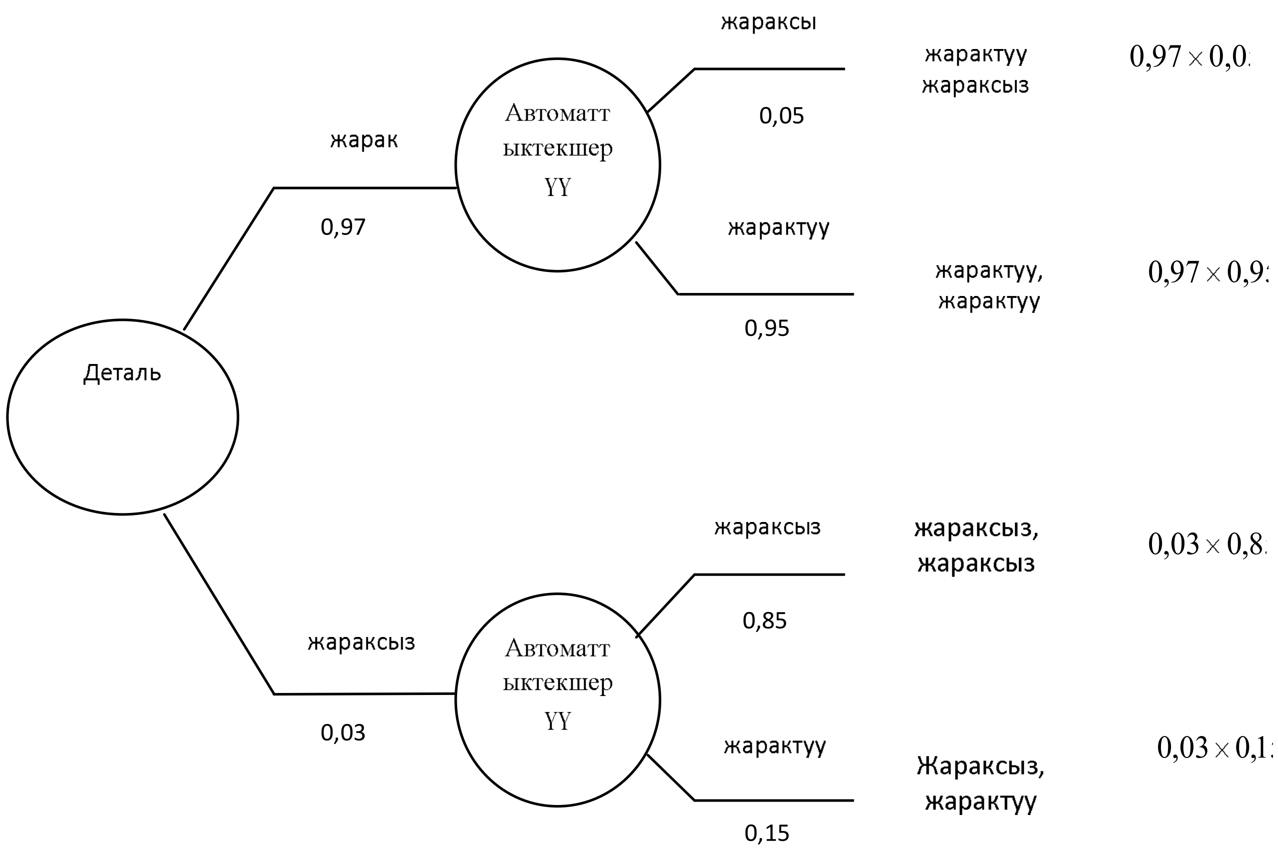
Тестин оң жыйынтыгы боюнча аймакта мунай заттын болушунун ыктымалдуулугу төмөнкүгө барабар: $0,6 \times 0,8 = 0,48$.

Экинчи жыйынтыкты биринчи жыйынтыкка бөлүп маселенин жообун алабыз: $0,48 \div 0,54 = 8 \div 9 \approx 0,89$.[3].

Мисал: Деталдардын жараксыздыгын автоматтык түрдө аныктоо үчүн өндүрүш линиясы менен жабдылган. Өндүрүп чыгаруучу жараксыз деп табылган деталдардын үлүшү 3%га барабар деп аныктайт. Эгер детал жараксыз болсо, анда автомат деталдын жараксыздыгынын 85% аныктайт. Автоматика жарактуу деталдардын жараксыздыгын 5% аныктайт. Жараксыз деталдардын санына кезектеги деталдын тиешелүү экендигин аныктайт. Детал чындыгында жараксыз экендигинин ыктымалдуулугун аныктайбыз.
Эки тажрыйба жүргүзөбүз:

1. Деталдын тиби (жараксыз же жарактуу);
2. Деталды автоматтык түрдө текшерүү.

Ыктымалдуулук дарагын түзөбүз.



Автоматика жараксыз деталдардын санына тиешелүү деталдын ыктымалдуулугу төмөнкүгө барабар экендигин аныктайт: $0{,}97 \times 0{,}05 + 0{,}03 \times 0{,}85 = 0{,}074$.

Автоматика жараксыз деталдардын санына жараксыз деталдын тиешелүү экендигинин ыктымалдуулугу төмөнкүгө барабар: $0{,}03 \times 0{,}85 = 0{,}0255$.

Экинчи жыйынтыкты биринчи жыйынтыкка бөлүп төмөнкү жоопту алабыз:

$$0{,}0255 \div 0{,}074 \approx 0{,}345.$$

Адабияттар

1. *Аалиева Б.А., Аскарбек кызы Лира, Картанбаева Н.А. Ыктымалдуулук теориясы жана математикалык статистикасы. - Б., 2017.*
2. *Мамбеткулов Ж., Качкыналиев А. Ыктымалдуулук теориясы жана математикалык статистика. - Б.,1993.*
3. *Карабакиров Р.К., Карабакиров К.Р. Ыктымалдуулук теориясы жана математикалык статистика. - Б., 2005.*
4. *Просветов Г.И. Теория вероятностей и математическая статистика: задачи и решения. - М.: Альфа-Пресс, 2009.*