

УДК 624.012.45

**РАСЧЕТ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ  
И ИХ ФРАГМЕНТОВ МЕТОДОМ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ****Ш.С. Абдыкеева**

Рассмотрены модели изгибаемых железобетонных конструкций и их фрагменты. Приведена расчетная модель системы, основанная на методе сосредоточенных деформаций.

*Ключевые слова:* железобетонные конструкции; изгибаемые конструкции; метод сосредоточенных деформаций; расчетная модель.

---

**CALCULATION OF BENT REINFORCED CONCRETE STRUCTURES  
AND THEIR FRAGMENTS BY THE METHOD OF CONCENTRATED DEFORMATIONS****Sh.S. Abdykeeva**

The article considers the bent reinforced concrete structures and their fragments. The target model of system based on the method of concentrated deformations is given.

*Keywords:* reinforced concrete structures; bent constructions; concentrated deformation method; design model.

Дискретные модели для изгибаемых железобетонных плит в форме жестких элементов (брусьев), соединенных упругими связями, сопротивляющихся изгибу и кручению, предлагались и ранее, например, в [1, 2].

Расчетная модель, основанная на методе сосредоточенных деформаций, отличается от известной своей общностью и универсальностью; она позволяет вести расчет конструкций, составленных из разнотипных элементов (имеющих различные размеры и физические характеристики); кроме того, элементы могут иметь реальные связи между собой, что характерно для железобетонных плитных конструкций (перекрытий, элементов каркаса многоэтажных зданий и т. д.) [3].

Рассмотрим вначале изгибаемую конструкцию постоянной толщины, изотропную в упругой стадии работы без реальных швов. Исходная изгибаемая железобетонная конструкция сплошного сечения развивается плоскостями сосредоточенных деформаций на прямоугольные (квадратные) элементы размером  $a_k \cdot b_k$  (рисунки 1–3).

Рассматривая элементы метода сосредоточенных деформаций как жесткие на изгиб, кручение и сдвиг (срез) из своей и в своей плоскости, введем между ними условные (фиктивные) связи, способные сопротивляться изгибу, кручению,

сдвигу и сжатию-растяжению. Характеристики жесткости этих связей должны быть приняты такими, чтобы исходная конструкция и ее модуль сосредоточенных деформаций были эквивалентными. В этом случае при действии нагрузки обеспечиваются одинаковые прогибы, углы поворота, величины изгибающих и крутящих моментов и поперечных (перерезывающих) сил в интересующих нас сечениях.

Задачу о напряженно-деформированном состоянии изгибаемой конструкций будем решать на основе метода перемещений. Каждый элемент метода сосредоточенных деформаций закрепляется фиктивными связями, исключаяющими его поворот вокруг оси X, поворот вокруг оси Z и перемещение в направлении оси Y.

Аналогичные связи вводятся во всех других элементах метода сосредоточенных деформаций. На рисунках 2 и 4 показана схема внутренних сил по плоскостям сосредоточенных деформаций. Внешние силы сводятся к узловым, прикладываемым в местах фиктивных связей метода перемещений. Чаще всего эти внешние силы – поперечная нагрузка из плоскости конструкций, однако нагрузки могут быть приложены в виде изгибающих моментов, что не меняет последовательности расчета и его трудоемкости.

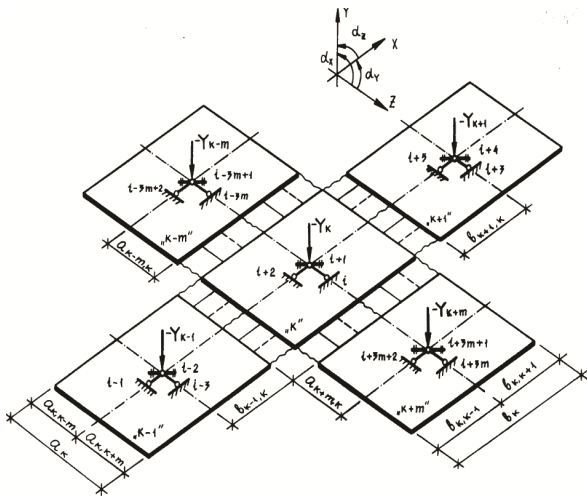


Рисунок 1 – Связи метода перемещений для плосконапряженного состояния изгибаемой железобетонной конструкции

Напряженно-деформированное состояние железобетонных конструкций раскрывается из системы алгебраических линейных уравнений метода перемещений в общей форме:

$$[R] \cdot \{v\} = \{P\}, \quad (1)$$

где  $[R]$  – матрица внешней жесткости для всей рассчитываемой системы;  $\{v\}$  – вектор искомых перемещений, его элементы – перемещения элементов метода сосредоточенных деформаций (по два угловых и одному линейному для каждого);  $\{P\}$  – вектор нагрузок, его элементы – сосредоточенные силы и изгибающие моменты, действующие в узлах закрепления элементов метода сосредоточенных деформаций.

По перемещениям на основе общих зависимостей определяются внутренние силы:

$$\{F\} = [\mathcal{E}] \cdot \{\lambda\}, \quad (2)$$

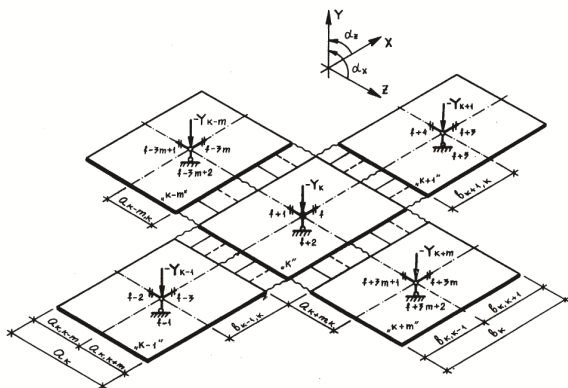


Рисунок 3 – Схема метода сосредоточенных деформаций изгибаемой пластины

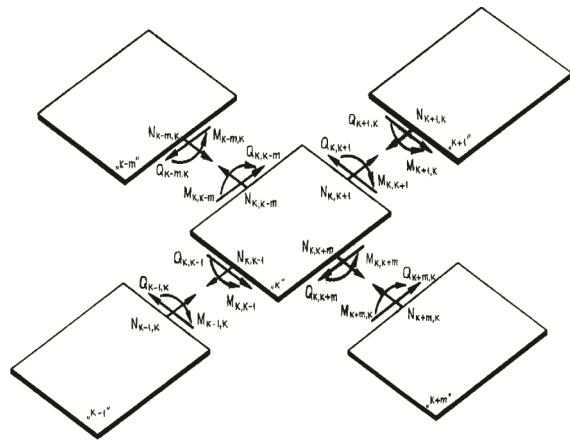


Рисунок 2 – Внутренние силы плосконапряженного состояния изгибаемой железобетонной конструкции

где  $\{F\}$  – вектор внутренних сил, элементами которого являются внутренние силы по плоскостям сосредоточенных деформаций;  $[\mathcal{E}]$  – матрица внутренней жесткости системы, ее элементы – внутренние силы по плоскостям сосредоточенных деформаций от единичного взаимного смещения соседних элементов метода сосредоточенных деформаций (взаимных смещений и поворотов элементов метода сосредоточенных деформаций).

Для всех сечений элементов метода сосредоточенных деформаций по плоскостям сосредоточенных деформаций принимается гипотеза плоских сечений.

Система алгебраических уравнений (1) решается относительно вектора перемещений  $\{v\}$ . Для этого должны быть известны матрица внеш-

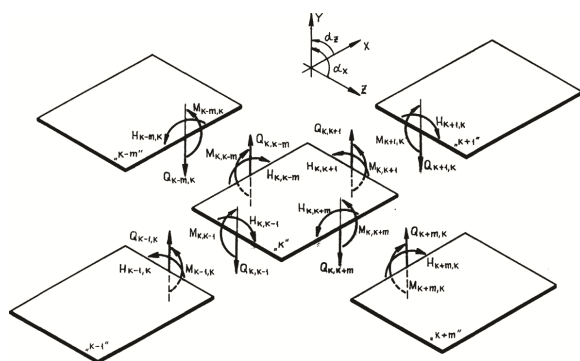


Рисунок 4 – Внутренние силы метода сосредоточенных деформаций изгибаемой пластины

ней жесткости  $[R]$  и вектор узловых нагрузок  $\{P\}$ . Имея расчетную модель, без особых затруднений можно составить вектор внешних сил  $\{P\}$ . Основная трудность заключается в формировании матрицы внешней жесткости системы  $[R]$ . Для ее построения можно применить способ единичных перемещений элементов метода сосредоточенных деформаций в направлении наложенных связей [4, 5]. Однако, как показала практика, удобнее воспользоваться формулой

$$[R] = [A] \cdot [K] \cdot [A]^T, \quad (3)$$

где  $[A]$  – матрица коэффициентов уравнений равновесия элементов метода сосредоточенных деформаций;  $[A]^T$  – матрица, транспонированная с матрицей коэффициентов уравнений равновесия  $[A]$ ;  $[K]$  – матрица внутренней жесткости сечений.

Согласно формуле (2) связь между внутренними усилиями по плоскостям сосредоточенных деформаций и соответствующими деформациями для типового конечного элемента метода сосредоточенных деформаций запишем в матричном виде (рисунки 2 и 4):

$$\{F\}_k = [Э]_k \cdot \{\lambda\}_k, \quad (4)$$

где  $\{F\}_k$  – вектор внутренних сил по граням конечного элемента по плоскостям сосредоточенных деформаций;  $[Э]_k$  – матрица жесткости сечений для конечного элемента по тем же граням;  $\{\lambda\}_k$  – вектор соответствующих деформаций.

Аналогичным образом сечение между  $k$ -м и  $(k-1)$ -м элементами запишется как связь между внутренними силами и соответствующими дефор-

мациями и будет сформирована матрица внешней жесткости всей плоскоизгибной системы.

### Литература

1. Александровский С.В. Зависимость деформаций ползучести стареющего бетона от начального уровня напряжений / С.В. Александровский, В.В. Соломонов // Межотраслевые вопросы строительства Отечественный опыт. Вып. 6. М., 1972. С. 116–118.
2. Анг А.Г.С. Численный метод расчета неразрезных плит / А.Г.С. Анг, Н.М. Ньюмак // Расчет строительных конструкций с применением электронных машин / под ред. А.Ф. Смирнова. М.: Стройиздат, 1967. С. 13–18.
3. Абдыкеева Ш.С. Некоторые вопросы сейсмостойкости несущих железобетонных конструкций зданий и сооружений / Ш.С. Абдыкеева // Вестник КРСУ. 2012. Т. 12. № 7. С. 35–39.
4. Зулпуев А.М. Пространственная работа сборных железобетонных плит перекрытий многоэтажных зданий и сооружений / А.М. Зулпуев, М.Т. Насиров, Ш.С. Абдыкеева. Бишкек: Айат, 2016. 130 с.
5. Зулпуев А.М. Теоретические исследования предельного состояния фрагмента междуэтажного перекрытия на вертикальные нагрузки методом сосредоточенных деформаций / А.М. Зулпуев, Б.С. Ордобаев, Ш.С. Абдыкеева // Известия вузов. 2014. № 11. С. 18–21.