УДК 621.3

СТАЦИОНАРНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕПЛА В СРЕДЕ СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

***Наджмиддинов Асадулло Мирзоевич** - преподаватель, Финансово-экономический институт Таджикистана 734067. Республика Таджикистан г. Душанбе пр. Нахимова 64/14, Тел. (+992) 918.772.839, (+996) 777020956 email: asadullo-tj@mail.ru*

Аннотация. Проведено математическое моделирование стационарных тепловых процессов в телах с учетом регуляризации теплового потока и температурной зависимости теплофизических характеристик в структурно неоднородных химически активных веществах и материалах.

Ключевые слова: зависимость, распространения, изменения, температура, линейное, нелинейное, тепловой поток, сферической среды.

STATIONARY DISTRIBUTION OF HEAT IN A MEDIUM SPHERICAL SHAPE

***Najmiddinov Asadullo Mirzoevich** - lecturer, Finance and EconomicsInstitute of Tajikistan 734067. The Republic of Tajikistan, Dushanbe, proc. Nakhimov 64/14, Tel. (+992) 918.772.839, (+996) 777020956 email: asadullo-tj@mail.ru*

Annotation. Mathematical modeling of the thermal processes in stationary bodies based regularization heat flow and temperature dependence of the thermophysical characteristics structurally inhomogeneous reactive substances and materials.

Keywords: dependence, distribution, changes, temperature, linear, nonlinear, heat flow, spherical environment.

Элементы энергетического, электронного и космического оборудования в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой в ряде физических процессов, когда распространение температуры приводит к горению или взрыву, требует значительных усилий. Эти явления имеют место при формировании теплового пограничного слоя в условиях стационарного обтекания поверхностей, при нагреве, при химических реакциях и так далее.

Однако, несмотря на значительную проработку подходов моделирование и исследование стационарного линейного и нелинейного распространения температуры, в том числе и приближенном и к тему среде при зависимости теплового потока от температуры, такой подход требует введения новых математических методов, в том числе для проверки достоверности получаемых решений.

Рассмотрим среду, в которой в сферических переменных (T,q) происходит процесс концентрации реагирующего вещества, то есть температуры. Переход к сферическим фазовым переменных $q,\ \ T$ осуществляется с помощью следующей система уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dT}{dx} = -\dfrac{q}{\lambda} - \dfrac{T}{(x+\varepsilon)(1-x-\varepsilon)}, \\ \dfrac{dq}{dx} = \varphi(T) - \dfrac{1-2(x+\varepsilon)}{(x+\varepsilon)(1-x-\varepsilon)}q. \end{cases} \tag{1}$$

В окрестности точки равновесия $(T(x_*),q(x_*))$ происходит сферическое фазовое превращение при том или ином процессе. В частности, в окрестности этой точки требуется жесткое управление процесса температуры и потока тепла. Поэтому, при незначительном по величине изменении параметров системы изменение температуры T длиной среде описывается стационарной системой уравнений (1) в сферической среде. Здесь $\eta_1 = \dfrac{1}{(x+\varepsilon)(1-x-\varepsilon)}$ и $\eta_2 = \dfrac{1-2(x+\varepsilon)}{(x+\varepsilon)(1-x-\varepsilon)}$ – общее число компонентов, а ε малый параметр $(0 \le \varepsilon << 1)$. Функция $\varphi(T)$ описывает нелинейный теплообмен между элементами исследованной системы и окружающей средой, заданной в виде функции $\varphi(T) = \alpha_2 T\left(\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} - T^2\right)$.

Решение системы уравнений (1) будем исследовать как теплообмен между элементами исследуемой системы и окружающей сферической средой для различных видов функции $\varphi(T)$.

Предположим, что теплообмен между элементами системы и окружающей сферической средой задано в виде функции $\varphi(T) = \alpha_2 T\left(\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} - T^2\right)$.

Разделяя второе уравнение системы (1) на первое, получим:

$$\frac{dq}{dT} = -\frac{\lambda(x+\varepsilon)(1-x-\varepsilon)\alpha_2 T\left(\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} - T^2\right) - \lambda(1-2(x+\varepsilon))q}{(x+\varepsilon)(1-x-\varepsilon)q + \lambda T}. \tag{2}$$

Для определения критических условий, правую часть уравнения (2) обозначим через функцию $F(q,T)$, то есть:

$$F(q,T) = -\frac{\lambda(x+\varepsilon)(1-x-\varepsilon)\alpha_2 T\left(\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} - T^2\right) - \lambda(1-2(x+\varepsilon))q}{(x+\varepsilon)(1-x-\varepsilon)q + \lambda T}$$

и приравнивая её производную нулю, получим:

$$\frac{\partial F}{\partial q} = \frac{\lambda^2(1-2(x+\varepsilon))T + \lambda(x+\varepsilon)^2(1-x-\varepsilon)^2\alpha_2 T\left(\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} - T^2\right)}{[(x+\varepsilon)(1-x-\varepsilon)q + \lambda T]^2} = 0. \tag{3}$$

Отсюда следует, что при $(x+\varepsilon)(x+\varepsilon-1)q \neq T$ имеем следующее выражение:

$$T_1 = 0, \quad T_{2,3} = \pm\sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2} + \frac{\lambda(1-2(x+\varepsilon))}{\alpha_2(x+\varepsilon)^2(1-x-\varepsilon)^2}}, \tag{4}$$

иначе не выполняется условия (3). Поэтому для определения функции теплового потока выбираем, что выражения $\dfrac{dq}{dT} = k$, где k – произвольное число. Тогда плотность теплового потока принимает вид:

$$q = \frac{\lambda T\left(k + (x+\varepsilon)(1-x-\varepsilon)\alpha_2\left(\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2} - T^2\right)\right)}{\lambda - (x+\varepsilon)(2\lambda + k(1-x-\varepsilon))}. \tag{5}$$

При таком выборе функции теплового потока q всегда выполняется (3).

Теперь найдем критическое условие для температуры горения или взрыва среды. Для этого подставляя значение q в виде (5) во второе уравнение системы (1), получим:

$$\frac{1}{\alpha_1 - \alpha_2 T^2} = \frac{k\eta_2(2\lambda+1) + k^2 - \lambda\eta_2^2 - \lambda\eta_1(k+2) - \lambda(\alpha_1 - 3\alpha_2 T^2}{k\eta_2(\eta_1+\eta_2) + 2k\eta_1 + \eta_2(\alpha_1 - 3\alpha_2 T^2)}. \tag{6}$$

Обозначим через $\varphi_1(T) = \dfrac{1}{\alpha_1 - \alpha_2 T^2}$ левую часть выражения (6), а посредством $\varphi_2(T) = \dfrac{k\eta_2(2\lambda+1) + k^2 - \lambda\eta_2^2 - \lambda\eta_1(k+2) - \lambda(\alpha_1 - 3\alpha_2 T^2}{k\eta_2(\eta_1+\eta_2) + 2k\eta_1 + \eta_2(\alpha_1 - 3\alpha_2 T^2)}$ обозначим правую часть выражения (6). Из условия касания обеих кривых при температуре T (температура особой точки) следует равенство самих функций и их первых производных. Применяя эти условия к выражению (6), определим критическое условие температуры горения или взрыва.

Из равенства (6) определим критическое условие температуры горения или взрыва среды в сферической форме. Поэтому найдем константы α_1 и α_2. Предположим, что в точке x_* максимальное температурное значение достигает T^*. Тогда из условия касания обеих кривых при температуре T^* следует равенство самих функций и их первых производных [1-3], которые можно заменить равенствами функций и их производных вблизи этой точки:

$$\varphi_1(T^*) = \varphi_2(T^*); \quad \left.\frac{d\varphi_1(T^*)}{dx}\right|_{x=x^*} = \left.\frac{d\varphi_2(T^*)}{dx}\right|_{x=x^*} \tag{7}$$

Таким образом, подставляя найденное значения α_1 и α_2 в (6) и задавая температуру, определим критическое условие теплового горения или взрыва. Данный метод определения исследования критических условий теплового горения или взрыва можно назвать обратным методом. Суть применения обратного метода в данном разделе сводилась к тому, что задаются значения температуры и теплового потока в сферической среде и решается система уравнений (1) при выполнении краевых условий. Более высокие значения температуры T_1 принимаем как масштабное нелинейное стационарное состояние распределения тепла в сферической среде.

Далее, подставляя найденное значение α_1, α_2 в выражения (4) и (5) соответственно, определим температуру T и теплового потока в точке соприкасания кривых $T(x^*)$ и $q(x^*)$.

На рис.6 представлены результаты численного расчета температуры T по формуле (4) от размера (диаметра) сферический среды (x) при $\varphi(T)=\alpha_2 T\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}-T^2\right)$.

Теплофизические свойства параметров имеют вид: $\alpha_1 = 309.0985$ $\text{Вт}/(\text{м}^3\cdot\text{К})$; $\alpha_2 = 0.001935$ $\text{Вт}/(\text{м}^3\cdot\text{К}^3)$; $\lambda = 0{,}2\ Вт/(м\cdot K)$; $\varepsilon = 0.5\ м.$; $x_{\min} = 0$; $x_{\max} = 1м.$ $T_0 = 300\ K$.

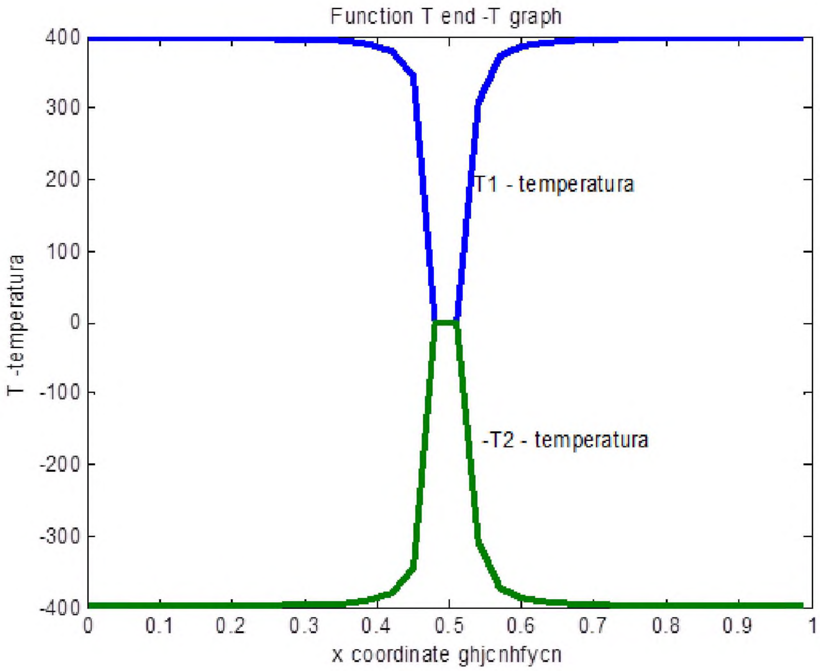

Рис. 6. Зависимость изменения температуры от размерности сферической среды (x).

Как видно из рис. 6 в сферической среде с ростом параметра ε, критическая точка температура движется почти линейно в начале координатной оси x, а при убывание параметра ε наоборот. Чем больше параметр ε, тем круче температурное распределение.Точка $x = 0.5$ является критической.

На рис. 7 представлены результаты численного расчета теплового потока q и температуры T по формулам (4) и (5) соответственно, от размера (диаметра) сферической среды (x) при $\varphi(T)=\alpha_2 T\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}-T^2\right)$.

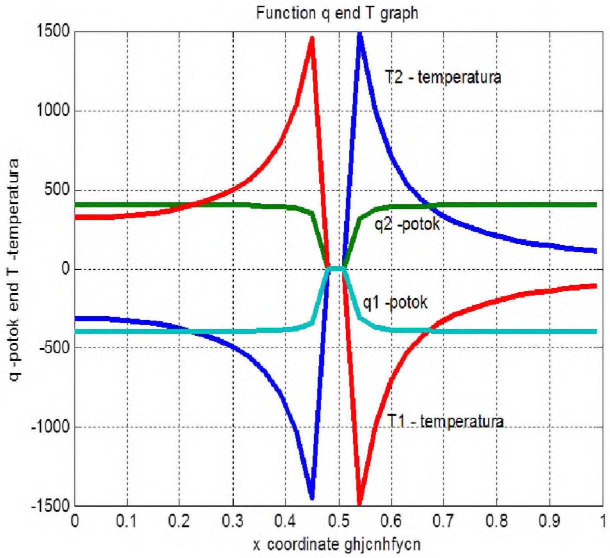

Рис. 7. Зависимость изменения теплового потока и температуры от размерности сферической среды (x).

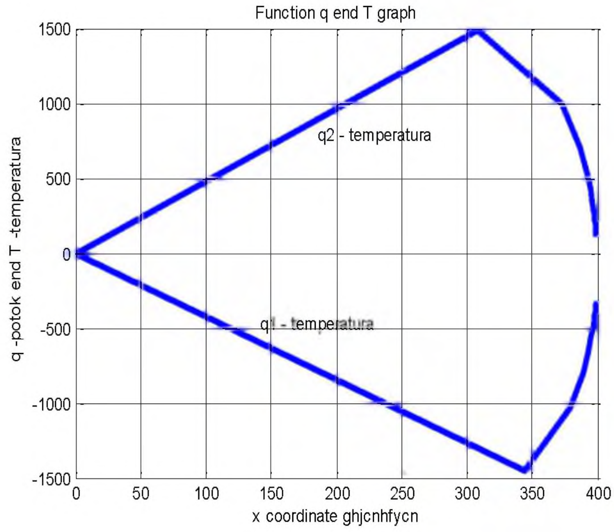

Рис. 8. Зависимость теплового потока от изменения температуры.

Как видно из рис. 7 в сферической среде с ростом размеров тела, плотность теплового поток возрастает почти линейно, с увеличением координаты тела (x), её температура уменьшается приблизительно нелинейно. Чем больше параметр ε, тем круче температурное распределение. В точке выполняется условия (7).

Выводы. На рис.8 представлены результаты численных расчетов зависимостей теплового потока q от температуры T, проведенных на основе выражения (5).

Список литературы

1. Clavin P., Effects of molecular diffusion and of thermal expansion on the structure and dynamics of premixed flames in turbulent flows of large scale and low intensity/ P. Clavin, F.A. Williams // Journal of fluid mechanics. –1982. Vol. 116, № 1. – Pp. 251–282.

2. Pelce P., Influence of hydrodynamics and diffusion upon the stability limits of laminar premixed flames/ P. Pelce, P. Clavin // Journal of Fluid Mechanics. –1982. Vol. 124, № 1. – Pp. 219–237.

3. Jackson T., Effect of thermal expansion on the stability of plane, freely propagating flames/ T. Jackson, A. Kapila // Combustion Science and Technology. –1984. Vol. 41, № 3-4.- Pp. 191–201.