

УДК 539.389.3:624.046

## О ПРИСПОСОБЛЯЕМОСТИ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТА СТАРЕНИЯ

*Н.С. Адигамов, Е.И. Дьяченко*

Рассмотрена приспособляемость стержневой конструкции с учетом эффектов старения материалов.

*Ключевые слова:* напряжения; деформации; приспособляемость; эффекты старения материалов; прочность.

---

## ABOUT THE ADAPTABILITY OF STRUCTURES UNDER ELASTOPLASTIC DEFORMATION, TAKING INTO ACCOUNT THE EFFECTS OF AGING

*N.S. Adigamov, E.I. Diachenko*

The paper considers the adaptability of a rod design taking into account the effects of aging.

*Keywords:* tension; deformation; adaptability; effects of aging materials; strength.

Проблема прочности конструкций, испытывающих повторное воздействие нагрузок, приобретает всё большую актуальность в связи с инженерными приложениями. Одно из основных направлений изучения механического поведения конструкций, эксплуатируемых в соответствующих условиях, связано с теорией приспособляемости упругопластических систем, которая по существу является обобщением теории предельного равновесия на случай переменных внешних воздействий [1–3]. Многие исследования приспособляемости конструкций, как правило, ограничиваются рассмотрением случаев, когда проектируемые изделия изготавливаются из стабильных материалов. В работе [4] опытным путем (на трёхстержневой системе) показано, что для материалов, склонных к проявлению эффектов старения (так называемые “нестабильные” по физико-механическим свойствам материалы), открываются новые возможности для длительной работоспособности упругопластических систем.

Экспериментальные исследования показывают, что в результате предварительного пластического деформирования процессы старения сложным образом влияют на механические характеристики материалов. При пониженных температурах (естественное старение) отмеченные процессы протекают довольно устойчиво [5].

При повышенных же температурах процессы старения могут быть неустойчивыми, и быстрое их

протекание вызывает разные аномальные эффекты [5–7].

Изменения предела текучести в процессе старения изучалось в опытах, представленных в [5]. Данные по экспериментальному исследованию влияния эффектов старения на увеличение предела текучести могут стать значительными дополнительными факторами улучшения свойств приспособляемости упругопластических систем. В исследуемых конструкциях предлагается проводить учет эффектов старения по следующей простой схеме: путём повышения заданного предела текучести материала на 10–15 %, что для многих низкоуглеродистых строительных сталей находится в согласии с опытными данными [5].

Сложная (эволюционирующая) система не может быть представлена единственной моделью. Это целый комплекс моделей, каждая из которых отражает различные стороны поведения моделируемой системы.

Полученные в данной работе результаты могут дать полезную дополнительную информацию об оценке прочности конструкций с учетом эффектов приспособляемости и старения.

**Расчет равнопрочной фермы.** Рассмотрим поведение простейшей стержневой конструкции (рисунок 1) из материала, подчиняющегося диаграмме Прандтля [3]. Все три стержня изготовлены из одного материала и имеют одинаковые поперечные сечения.

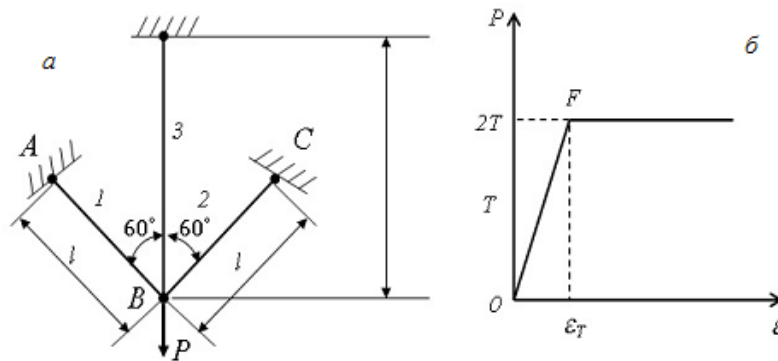


Рисунок 1 – Равнопрочная ферма: а – заданная система; б – диаграмма при однократном нагружении

Определяя усилия в конструкции, методом сил находим, что  $N_1 = N_2 = N_3 = 0,5P$ . Если  $\sigma_T$  – предел текучести материала фермы, то  $T = \sigma_T A$  – предельное усилие, воспринимаемое каждым из стержней фермы (возможности потери устойчивости стержней исключается из рассмотрения). Очевидно, что при  $P = 2T$  усилие во всех стержнях фермы одновременно достигают своего предельного значения  $N_1 = N_2 = N_3 = T$ .

В этот момент времени ферма перестает сопротивляться дальнейшему увеличению нагрузки. Диаграмма поведения рассмотренной фермы при однократном нагружении приведена на рисунке 1, б. Если ферма нагружается неоднократно (нагрузка-разгрузка)  $0 \leq P \leq 2T$ , то диаграмма ее поведения представляется участком  $OF$ . Таким образом, при равнопрочной ферме приспособляемость невозможна, так как отсутствуют остаточные напряжения, поскольку усилия во всех стержнях фермы одновременно достигают своего предельного значения.

**Расчет приспособляющей стержневой системы (не равнопрочная ферма).** Внесем изменения в схему рассмотренной фермы, приняв ее по рисунку 2, а. В этом случае усилия в стержнях фермы равны:

$$N_1 = N_2 = 1/3P; N_3 = 2/3P. \tag{1}$$

Предельные усилия, так же как и в предыдущем случае, принимаем равными  $T$  для каждого стержня.

Рассмотрим поведение фермы при увеличении нагрузки  $P$ . При  $P = 3/2T$  усилие  $N_3 = T$ ; в дальнейшем увеличении нагрузки стержень 3 не сопротивляется. В момент  $N_1 = N_2 = 0,5T$  дальнейшее нарастание нагрузки вызывает усилие в стержнях 1 и 2, так как в элементах статически определимых ферм они идентичны основной системе метода сил. Дальнейшее увеличение  $P$  на  $0,5 T$  доводит нагрузку до  $P = 2T$ , усилие в этих стержнях возрастает на  $0,5T$  и становится равным  $N_1 = N_2 = T$ .

С момента достижения значения  $P = 2T$ , как и в предыдущем случае, ферма не в состоянии сопротивляться дальнейшему увеличению нагрузки. Диаграмма поведения фермы в условиях рассмотренного нагружения приведена на рисунке 2, б.

Рассмотрим поведение фермы при нагружении ее определенными нагрузками, изменяющимся в пределах  $0 \leq P \leq 2T'$  (рисунок 2, в), где  $T'$  как угодно близка к  $T$  снизу. При увеличении нагрузки (в первом полуцикле) от 0 до  $2T'$  изображающая точка движется по ломаной  $OFG$ . В точке  $G$  усилие в стержнях равно  $N_1 = N_2 = N_3 = T$ .

Разгрузку (второй полуцикл) будем учитывать как нагружение фермы, состояние которой описано точкой  $G$  диаграммы, с дополнительной нагрузкой  $0 \leq P \leq -2T'$ . При достижении этой нагрузки своего максимума по модулю, вызванные ею дополнительные усилия в элементах фермы составляют доп  $N_1 =$  доп  $N_2 = -2T'/3$ ; доп  $N_3 = -4/3T'$ .

Если бы ферма нагружалась с такой дополнительной нагрузкой из естественного состояния, т. е. при отсутствии усилий в стержнях, указанное распределение внутренних усилий было бы для нее недопустимо: ферма деформировалась бы в полном соответствии с диаграммой, представленной на (рисунок 2, в), то есть с развитием пластических деформаций (в стержне 3).

Наложение на усилие в стержнях от нагрузки первого полуцикла усилий от дополнительной нагрузки, эквивалентных второму полуциклу, т. е. разгрузке, приводит к следующим усилиям:

$$\begin{aligned} N_1^0 &= N_2^0 = T' - \frac{2}{3}T' = \frac{1}{3}T'; \\ N_3^0 &= T' - \frac{4}{3}T' = -\frac{1}{3}T'. \end{aligned} \tag{2}$$

Эти усилия допустимы:  $|N_1^0| < T$ ;  $|N_2^0| < T$  – все они воспринимаются стержнями без их пластического деформирования. Диаграмма разгрузки представлена участком  $GL$  на (рисунок 2, в).

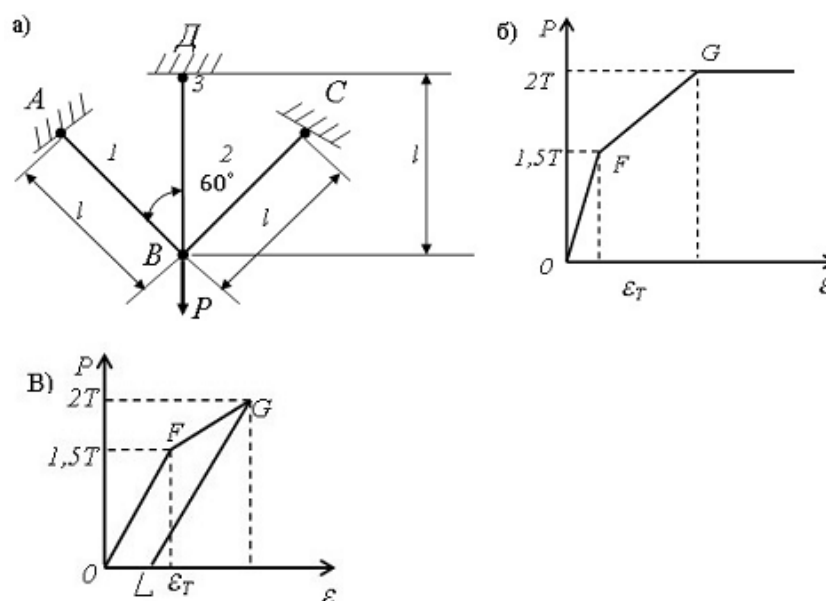


Рисунок 2 – Неравнопрочная ферма: а – заданная ферма; б – диаграмма при однократном нагружении; в – диаграмма при многократном нагружении

Таким образом, при разгрузке  $P = 0$  в стержнях фермы сохранились остаточные усилия. Если мы снова приложим к ферме аналогичную нагрузку  $0 \leq P \leq 2T'$ , то при достижении ее максимального значения, усилия, вызванные в стержнях, будут соответственно равны  $pN_1 = pN_2 = 2T'/3$ ;  $pN_3 = -4T'/3$ . Действующие в стержнях усилия, с учетом остаточных усилий к моменту нагружения, равны:

$$\begin{aligned} N_1 = N_2 &= T'/3 + 2T'/3 = T'; \\ N_3 &= -T'/3 + 4T'/3 = T'. \end{aligned} \quad (3)$$

Эти усилия ферма воспринимает без пластического деформирования. Изображающая точка на диаграмме находится на участке  $GL$ . В дальнейших аналогичных циклах нагружения ферма будет упруго сопротивляться нагрузке, не возвращаясь, однако, к так называемому “естественному состоянию”, представленному на диаграмме точкой 0 (отсутствие внутренних усилий при отсутствии нагрузки).

Можно отметить, что ферма в естественном состоянии оказалась неспособной сопротивляться нагрузке без пластических деформаций, однако, получив ограниченные пластические деформации, ферма как бы приспособилась к дальнейшему упругому сопротивлению той же нагрузке.

Отметим особенности приспособившейся фермы. Во-первых, она не разрушается при возникновении пластических деформаций, в частности, в силу своей статической неопределимости. Во-вторых, остаточные усилия, “приспособившие”

ферму к упругому сопротивлению нагрузки, возникли в процессе неоднократного приложения и снятия нагрузки, прилагаемой достаточно медленно, чтобы динамические эффекты не сказались на распределении внутренних усилий. Нагрузка такого рода называется квазистатической. В-третьих, пределы квазистатических нагрузки таковы, что сопротивляться ей упруго, т. е. без пластического деформирования, непосредственно из естественного состояния (при отсутствии внутренних усилий при нулевой нагрузке) ферма не может. В-четвертых, внутренние остаточные усилия приспособившейся фермы неизменны во времени, т. е. имеют фиксированные значения, определенные для момента нагрузки. При окончательном расчете нагрузки её необходимо увеличить на 15–20 % в связи с учетом эффектов старения [5].

**Несущая способность статически неопределимых балок с учетом эффектов старения.** Если диаграмма растяжения материала не имеет упрочнения, несущая способность статически определимых балок и рам исчерпывается тогда, когда в опасном сечении балки возникает пластический шарнир. Для статически неопределимых балок и рам образование одного пластического шарнира еще не приводит к исчерпанию несущей способности.

Рассмотрим определение несущей способности для статически неопределимой балки, диаграмма растяжения материала которой не имеет упрочнения.

Экспериментальные исследования показывают, что в результате старения материала балки происходит изменение предела текучести материала (предел текучести обычно возникает на 15–20 %, что очевидно следует учитывать в методах расчета по предельному состоянию).

На рисунке 3, а представлена трехопорная балка, нагруженная силой  $P$ . Эта балка один раз статически неопределима. На рисунке 3, б показана эпюра изгибающих моментов при условии, что во всех точках балки деформации упругие.

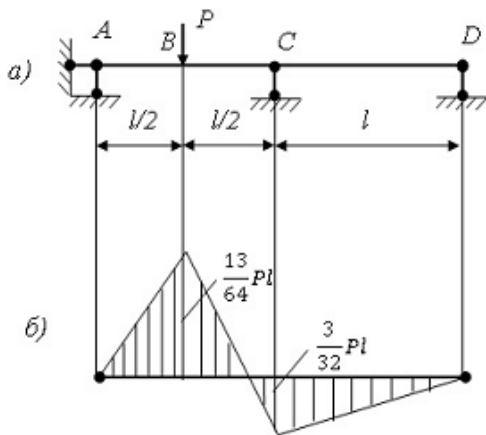


Рисунок 3 – Эпюра изгибающих моментов в статически неопределимой балке

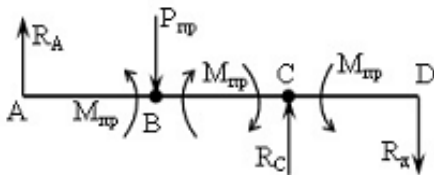


Рисунок 4 – Балка в предельном состоянии

Значение силы  $P_T$ , при которой в наиболее напряженной точке напряжение достигает предела текучести, может быть установлено из равенства наибольшего момента  $M_{max} = 13Pl/64$  величине  $M_T$ :

$$P_T = \frac{64}{13} \cdot \frac{M_T}{l}. \quad (4)$$

Для балки прямоугольного поперечного сечения  $M_T = \sigma_T bh^2/6$  и, следовательно,

$$P_T = \frac{32}{39} \cdot \frac{\sigma_T bh^2}{l}. \quad (5)$$

При дальнейшем увеличении силы  $P$  ( $P > P_T$ ) пластическая область возникает в окрестности сечения  $B$ , а затем в окрестности сечения  $C$ . Несущая способность балки исчерпывается (балка превращается в геометрически изменяемую систему), когда в сечениях  $B$  и  $C$  образуются пластические

шарниры. Предельное состояние балки условно показано на рисунке 4. Заметим, что направление изгибающих моментов в сечениях  $B$  и  $C$  различное. Это следует из вида изогнутой оси. Последний удобнее всего проследить по эпюре изгибающих моментов в пределах упругости. В дальнейшем при решении более сложных задач необходимо внимательно следить за направлением предельных моментов в сечениях, в которых возникают пластические шарниры. Помощь в этом может оказать эпюра изгибающих моментов в пределах упругости.

Величину предельной силы  $P_{np}$  находят из уравнений равновесия и условий равенства изгибающего момента в сечениях пластического шарнира предельному моменту. Составим последние условия:  $R_A l / 2 = M_{np}$ ;  $R_D l = M_{np}$ .

Откуда

$$R_A = \frac{2M_{np}}{l}; \quad R_D = \frac{M_{np}}{l}. \quad (6)$$

Далее составим сумму моментов всех сил относительно точки  $C$ :

$$P_{np} \frac{l}{2} - R_A l - R_D l = 0. \quad (7)$$

Из уравнения (7), учитывая выражения (6), получим:

$$P_{np} = \frac{6M_{np}}{l}. \quad (8)$$

Учитывая, что для балки прямоугольного поперечного сечения

$$M_{np} = \frac{\sigma_T bh^2}{4}, \quad (9)$$

имеем:

$$P_{np} = \frac{3\sigma_T bh^2}{2l}. \quad (10)$$

Величина допускаемой силы равна

$$P_{дон} = \frac{P_{np}}{n} = \frac{3\sigma_T bh^2}{2nl}, \quad (11)$$

где  $n$  – принятый коэффициент запаса.

При расчете по методу допускаемых напряжений, предельной нагрузкой является сила  $P_T$  и допускаемая сила:

$$P_{дон} = \frac{P_T}{n} = \frac{32\sigma_T bh^2}{39nl}. \quad (12)$$

Сопоставляя выражения (11) и (12), делаем вывод, что метод расчета по предельному состоянию дает величину допускаемой нагрузки на 83 % большую, чем метод расчета по допускаемым напряжениям, при одинаковых коэффициентах запаса в обоих методах. При окончательном расчете необходимо с учетом эффектов старения увеличить нагрузку на (15–20 %).

**Литература**

1. *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести: учебник для студентов вузов / Н.Н. Малинин. М.: Машиностроение, 1968. С.400.
2. *Гохфельд Д.А.* Приспособляемость упругопластических конструкций (обзор). Проблемы теории пластичности и ползучести / Д.А. Гохфельд, О.Ф. Чернявский // Сб. статей / под ред. Г.С. Шапиро. М.: Мир, 1979. С. 7–53.
3. *Почман Ю.М.* Расчет и оптимальное проектирование конструкций с учетом приспособляемости / Ю.М. Почман, З.И. Пятигорский. М.: Наука, 1979. 208 с.
4. *Арутюнян Р.А.* О влиянии деформационного старения на процессы приспособляемости и усталостного разрушения упругопластических систем / Р.А. Арутюнян, Д.Е. Трошин // Докл. IV-го всерос. сем. С. 38–47.
5. *Арутюнян Р.А.* Проблема деформационного старения и длительного разрушения в механике материалов / Р.А. Арутюнян. СПб.: Изд. Санкт-Петерб. ун-та, 2004. С. 252.
6. *Арутюнян Р.А.* К теории пластичности нестабильных сплавов / Р.А. Арутюнян, А.А. Вайкуленко; Изд. АН СССР // Механика. 1965. № 4. С. 53.
7. *Адигамов Н.С.* О прогнозировании процессов пластического деформирования материала с учетом эффектов старения / Н.С. Адигамов // Доклад на II-й межд. конф. “Проблемы управления информационных технологий”. Бишкек, 2015. С. 193–196.