УДК 51.371.3

ЫКТЫМАЛДЫКТАР ТЕОРИЯСЫ ЖАНА МАТЕМАТИКАЛЫК СТАТИСТИКАНЫ ЭКОНОМИКА ФАКУЛЬТЕТИНИН СТУДЕНТТЕРИНЕ ОКУТУУНУН МАСЕЛЕЛЕРИ

Салиева Гүлжан Алтынбековна*, педагогика илимдеринин кандидаты, Ж.Баласагын атындагы КУУ, факультет математика жана информатика, кафедра алгебра, геометрия, топология жана жогорку математиканы окутуунун методикасы, Бишкек, Кыргызстан.*

Аннотация. Бул макала экономика багытындагы бакалаврларга математикалык билим берүүнүн маселесине арналган. Математиканын маанилүү бөлүктөрүнүн бири болгон ыктымалдыктар теориясы жана математикалык статистикада маселени чечүүнүн ар кандай жолдору каралган. Математикалык статистиканын тандалма, бөлүштүрүүнүн параметрлерин статистикалык чамалоо, методдору каралган.

Ачкыч сөздөр: ыктымалдыктар теориясы, математикалык статистика, нормалдык бөлүштүрүү, тандалма, кокустук чоңдук.

PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS, TRAINING FOR STUDENTS OF THE FACULTY OF ECONOMY

Saliyeva G□zhan Altynbekovna, *the candidate of pedagogical sciences, KNU named by Zh. Balasagyn, the city of Bishkek, Kyrgyzstan*

Annotation: This article is devoted to the economics department of mathematics education. One of the most important Sections mathematical probability theory and mathematical statistics provided by the different ways of solving the problem. Mathematical statistics, elective, impera estimating the statistical parameters and methods.

Keywords: probability theory, mathematical statistics, normal distribution, selective, random quantity.

Ыктымалдыктар теориясы жана математикалык статистика студенттердин жалпы илимий көз караштарынын өнүгүшүнө да, кесиптик компетенцияларыньн калыптанышына да таасир этүүчү математиканын бөлүмү. Азыркы экономикадагы, илимдеги, техникадагы ыкчам өзгөрүүлөр жаңы муундардан ыктымалдуу-стохастикалык ой жүгүртүүнү талап кылып коомдогу ар бир билимдүү адамдын ыктымалдуулук мүнөздө жыйынтык чыгаруу, прогноздоо, маалыматты анализдөөнүн методдору тууралу элестетүүлөргө ээ болушунун зарылдыгын шарттайт. Ыктымалдыктар теориясы жана математикалык статистиканын түшүнүктөрү жана методдору студенттердин илимий көз карашынын калыптанышына өбөлгө болуп, чыныгы дүйнөнү таанып билүүдөгү ролу чоң.

Бул теория экономикада моделдердин адекваттулугун аныктоодо, айрым процесстердеги бөлүштүрүүнүн интегралдык жана дифференциалдык функцияларын табууда, кокустук процесстердин сандык мүнөздөмөлөрүн: статистикалык баалоодо, технологиялык процесстерди анализдөө ж.б. колдонулат. Ошондой эле бардык эксперименталдьк илимдерде, анын ичинде экономикада, гипотезаларды статистикалык текшерүү, эксперименттин жыйынтыгын статистикалык иштеп чыгууда базалык мааниге ээ.

Химия адистигиндеги студенттерге аталган теорияны окутуунун максаты: ыктымалдыктар теориясы жана математикалык статистиканын негизги түшүнүктөрү жана методдору, алардын колдонулуштары жөнүндө түшүнүк, берүү, ыктымалдуулукка карата маселелерди, статистикалык маселерди чыгаруу көндүмдөрүн калыптандыруу; экономикалык мазмундагы текстүү маселелерди чыгаруу менен дисциплинаны окутуунун кесипке багыттуулугун күчөтүү; студенттердин ыктымалдуу-стохастикалык ой жүгүртүүсүн өстүрүү.

Ыктымалдыктар теориясы жана математикалык статистика боюнча лекцияларды уюштурууда кесипке багыттуулук принцибин ишке ашыруу максатында каралган математикалык түшүнүктөрдүн мүмкүн болушунча экономикалык интерпретациясы берилип, экономикалык мазмундагы мисалдар пайдаланылды.

Киришүү лекциясында ыктымалдыктар теориясынын кыскача өнүгүү тарыхы, актуалдуу проблемалары, экономикада жана башка илимдерде колдонулушу менен тааныштыруу, кызыктыруу максаты коюлду. Ошол себептүү кызыктуу тарыхый фактылар жана мисалдар арбын колдонулду. Ал эми кийинки лекциялардын мазмунуна ыктымалдыктар теориясынын негизги түшүнүктүрү жана формулалары, кокустук чоңдуктар алардын сандык мүнөздөмөлөрү, бөлүштүрүүнүн интегралдык жана дифференциалдык функциялары, бөлүштүрүүнүн түрлөрү кирди. Математикалык статистика боюнча төмөнкү суроолор каралды: тандалма методу, бөлүштүрүүнүн параметрлерин статистикалык чамалоо, тандалманын мүнөздөөчүлөрүн эсептеп чыгаруу методдору.

«Нормалдык кокустук чоңдуктун берилген интервалга түшүшүнүн ыктымалдуулугу. Берилген четтөө боюнча ыктымалдуулукту эсептөө» темасындагы лекциянын жүрүшүн карап көрөлү:

X нормалдык кокустук чоңдуктун берилген интервалга түшүшүнүн ыктымалдуулугун табуунун формуласын чыгарабыз. Бизге *X* кокустук чоңдугу *f(x)* дифференциалдык функциясы менен берилсе, анда анын маанилеринин (α, β) интервалына түшүшүнүн ыктымалдуулугун табуунун формуласы белгилүү:

$$P(\alpha < x < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \tag{1}$$

Нормалдык бөлүштүрүлгөн кокустук чоңдуктун дифференциалдык функциясы $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ болгондуктан, (1) ге коюп төмөнкүнү алабыз:

$$P(\alpha < x < \beta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\beta} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx \qquad (2).$$

Бул формуланы өзгөртүп түзөбүз. Ал жаңы өзгөрүлмөнү киргизебиз: $z = \frac{x-a}{\sigma}$. Мындан $x = \sigma z + a, \quad dx = \sigma dz.$ Эми интегралдоонун жаңы пределдерин табабыз. Эгерде $x = \alpha$ болсо, анда $z = \frac{\alpha-a}{\sigma}$; эгерде $x = \beta$ болсо, анда $z = \frac{\beta-a}{\sigma}$.

Демек,

$$P(\alpha < x < \beta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\alpha-a}{\sigma}}^{\frac{\beta-a}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} (\sigma dx) =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\alpha-a}{\sigma}}^{0} e^{-\frac{z^2}{2}} dz + + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\frac{\beta-a}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\frac{\beta-a}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\alpha-a}{\sigma}}^{0} e^{-\frac{z^2}{2}} dz.$$

Лапластын функциясын $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ (3) колдонуп, акырында төмөнкү формулага ээ болобуз:

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right) \qquad (4).$$

Эми мисал карап көрөлү: Завод номиналдык тыгыздыгы 0,80кг/м^3 болгон керосин чыгарат. Статистикалык сыноолордун натыйжасында чыгарылган керосиндин тыгыздыгы (0,77; 0,83) интервалындагы маанилерге ээ экендиги такталган. Тыгыздыктын бөлүштүрүү закону нормалдыкка жакын. Керосиндин стандартка тура келиши үчүн анын тыгыздыгынын номиналдык четтөөсү 0,02кг/м^3 дан чоң эмес болушу жетиштүү. Керосиндин стандартка тура келишинин ыктымалдуулугун тапкыла.

Чыгаруу:

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)$$

формуланы колдонобуз. Маселенин шарты боюнча α=0,77, β=0,83, *a=0,80, σ=0,02.* Формулага коюп чыгарабыз:

$$P(0{,}77 < x < 0{,}83) = \Phi\left(\frac{0{,}83 - 0{,}80}{0{,}02}\right) - \Phi\left(\frac{0{,}77 - 0{,}80}{0{,}02}\right) == \Phi\left(\frac{0{,}03}{0{,}02}\right) + \Phi\left(\frac{0{,}03}{0{,}02}\right)$$
$$= 2\Phi(1{,}5),$$

Φ(1,5)тин маанисин Лапластын функциясынын маанилеринин таблицасынан табабыз: Φ(1,5)=0,4332. Анда изилденген ыктымалдуулук $P(0{,}77 < x < 0{,}83) = 2 \cdot 0{,}4332 = 0{,}8664$.

Нормалдык бөлүштүрүлгөн X кокустук чоңдугунун четтөөсү абсолюттук чоңдугу боюнча берилген оң сандан чоң эмес болушунун ыктымалдуулугун табу керек, б.а.

$$|x-a|<\sigma \qquad (5)$$

барабарсыздыгынын аткарылышынын ыктымалдуулугун эсептөө талап кылынат. Анда

$$-\delta < x-a < \delta,$$
$$a-\delta < x < a+\delta.$$

Жогоруда алынган (4) формуланы колдонуп, төмөнкүнү алабыз:

$$P(|x-a|<\delta)=P(a-\delta<x<a+\delta)=\Phi\left(\frac{(a+\delta)-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{(a-\delta)-a}{\sigma}\right)=\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)-\Phi\left(-\frac{\delta}{\sigma}\right)=2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right),\ \text{б.а. } P(|x-a|<\sigma)=2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right) \quad ,(6).$$

Эгерде $a=0$ болсо

$$P(|x|<\delta)=2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right) \qquad (7).$$

Демек, (7) формула менен берилген четтөө боюнча ыктымалдуулукту эсептейбиз. Ага мисал карап көрөлү:

Заттын салмагын ченөө системалуу каталарсыз жүргүзүлдү. Кокустук каталар нормалдык законго баш иет жана анын орточо квадраттык четтөөсү $\sigma=15г$. Заттын салмагын ченөө абсолюттук чоңдугу боюнча 5г.дан чоң эмес болушунун ыктымалдуулугун тапкыла.

Чыгаруу:

Маселенин шарты боюнча $a=0$ болгондуктан (7) формуланы колдонобуз.

$$P(|x|<\delta)=2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$$

Ал эми $\sigma=15$, $\delta=5$ формулага коюп эсептейбиз:

$$P(|x|<5)=2\Phi\left(\frac{5}{15}\right)=2\Phi\left(\frac{1}{3}\right).$$

Таблицадан $\Phi\left(\frac{1}{3}\right)=0{,}1293$ маанисин таап, ордуна коебуз. Анда изделип жаткан ыктымалдуулук төмөнкүгө барабар:

$$P(|x|<5)=2\cdot 0{,}1293=0{,}2586.$$

Үч сигма эрежесин чыгаруу үчүн

$$P(|x-a|<\delta)=2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right)$$

Формуласына $\delta=\sigma t$ деп алып, төмөнкүгө ээ болобуз:

$$P(|x-a|<\sigma t)=2\Phi(t) \ \ (8).$$

Эгерде $t=3$ болсо, анда $\sigma t=3\sigma$. Демек,

$$P(|x-a|<3\sigma)=2\Phi(3).$$

Ал эми $\Phi(3)=0{,}49865$. Жыйынтыгында

$$P(|x-a|<3\sigma)=2\cdot 0{,}49865=0{,}9973.$$

Ошентип, нормалдуу бөлүштүрүлгөн X кокустук чоңдугунун четтөөсү абсолюттук чоңдугу боюнча үч эселенген орточо квадраттык четтөөдөн кичине болушунун ыктымалдуулугу 0,9973. Башкача айтканда кокустук чоңдуктун четтөөсү абсолюттук чоңдугу боюнча үч эселенген орточо квадраттык четтөөдөн чоң болушунун ыктымалдуулугу 0,0027. Бул абдан сейрек кездешүүчү окуя. Демек, үч сигма эрежесинин маңызы төмөнкүдө: эгерде кокустук чоңдук нормалдуу бөлүштүрүлсө, анда анын математикалык күтүүсүнөн четтөөсү абсолюттук чоңдугу боюнча үч эселенген орточо квадраттык четтөөдөн чоң эмес.

Кокустук чоңдуктун маанилеринин берилген интервалга түшүшүнүн ыктмалдуулугун табуу экономика илиминде агымдын чектелген бөлүгүнүн реактордо болушунун τ убактысы τ_1 ден τ_2 ге чейинки интервалда болушунун ыктымалдуулугун табууну түүшүндүрөт. Бирок атайын дисциплиналарды окууга кирише электигине байланыштуу мындай маселелерди 1-курста кароонун кажети жок экени талашсыз. Ошол себептүү кесипке багыттуулук принцибин ишке ашырууда экономикалык мазмундагы мисалдарга, негизги математикалык түшүнүктөрдүн экономикалык интерпретациясына басым жасалды.

Жогорку лекцияда кесипке багатгуулук принцибин ишке ашыруу максатында теориялык материал экономилык мазмундагы мисалдар менен айкалыштърылып берилди. Бирок математиканы жалаң экономилык маселелерди чыгаруунун аянтчасына айландыруу ашыкча. Студенттер окуу материалынын илимдин башка тармактары менен да байланышы тууралуу кабардар болушу абзел.

Практикалык сабактарга лекцияда каралган материалды деталдаштыруу, тереңдетүү, кеңейтүү, бышыктоо, теория менен практиканын байланышын камсыздоо, студенттердин тиешелүү билгичтик жана көндүмдөрүн, компетенцияларын калыптандыруу максаты коюлду.

Ал эми кесипке багыттуулук принцибин ишке ашыруу максатын; экономикалык мазмундагы текстүү маселелерди чыгарууга мүмкүн болушунча ар бир сабакта орун берилди. [1, 2].

С.А. Розанова математика курсунда колдонулуучу кесиптик маселелерди төрт деңгээлге бөлгөн:

I. Лекцияларда каралуучу классикалык математикалык маселелердин кесиптик аналогдору;

II. Типтүү эсептөөлөрдө жана лабораториялsr иштерге киргизилген моделдештирүүнүн элементтери бар окуу-кесиптик; маселелер;

III. Курстук иш катары.берилген окуу-изилдөө кесиптик маселелери;

IV. Илимий долбоор, дипломдук иш катары коюлган кесиптик маселелер.

Практикалык сабактарда биринчи жана экинчи деңгээлдеги маселелер

гана каралды, анткени кийинки деңгээлдеги маселелерди математикалык тилге которуп чыгаруута 1-курстун студенттеринин даярдыгы жетишсиз, III жана IV деңгээлдеги маселелерди магистратурада киргизүүгө болот.

Колдонулган адабият:

1. Баврин И.И. Высшая математика. - М.: Академия. - 2000.
2. Гмурман В.Е. руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб.пособие для вузов. М: Высш школа - 2009.