УДК 3713.510

ПОВТОРЕНИЕ ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Майлыбашева Чолпон Сатыбалдиевна, *кандидат педагогических наук, доцент, кафедра алгебры, геометрии, топологии и преподавания высшей математики, факультет математики и информатики, КНУ имени Ж.Баласагына, Бишкек, Кыргызстан*.

Аннотация. В статье рассмотрены примеры с обратными тригонометрическими функциями, уравнения с ними и комбинированные системы.

Ключевые слова: обратные тригонометрические функции, уравнения системы.

REPETITION OF INVERSE TRIGONOMETRIC FUNCTIONS.

Maylybasheva Cholpon Satybaldiyevna, *candidate of pedagogical sciences, associate professor, department of algebra, geometry, topology and teaching the higher mathematics, faculty of mathematics and informatics, KNU of Zh. Balasagyn, Bishkek, Kyrgyzstan.*

Annotation. The article discusses examples of inverse trigonometric functions, equations with them and combined systems.

Keywords: inverse trigonometric functions, systems of equations.

В школе в старших классах проходят тригонометрические функции начиная с 9 класса. Обычно трудно даются обратные тригонометрические функции. При подготовке к ОРТ в нашей республике и ЕГЭ в России повторяем почти всю школьную математику. Мы решили остановиться на примерах содержащих обратные тригонометрические функции.

Пример 1. [1]. Решим уравнение $2(arcsinx)^2+\pi^2 3\pi arcsinx$. Обычно советуем обвести *arcsinx* другим цветным мелком, пастой. Если вводим обозначение $arcsinx=t$, то объязательно $|t|\leq 1$. По виду уравнения отмечаем, что это квадратное уравнение. На π смотрим как на число.

$$2t^2-3\pi t+\pi^2=0$$

Находим дискриминант:

$$D=9\pi^2-8\pi^2=\pi^2$$

$$t_1=\frac{3\pi-\pi}{4}=\frac{\pi}{2},$$

$$t_2=\frac{3\pi+\pi}{4}=\pi.$$

Значение $\pi\approx 3{,}14$ больше чем 1. Следовательно t_2 не входит в решение уравнения. Можно попросить, чтобы ученики подставили значение $t=\pi$ в уравнение, и сами убедились.

$$arcsinx=\frac{\pi}{2}$$

$$x=1.$$

При проверке видим, что $x=1$, удовлетворяет уравнению.

Ответ:1.

Пример 2. [1]. Найти $\sqrt{5cos(arctg0{,}75)}$.

Сейчас пользуются услугами интернета, мы хотим отметить, все примеры, рассматриваемые в статье нельзя найти в разделе ГДЗ. При решении, наша цель повторить как можно больше формул. Показать короткие и оригинальные пути решения.

Пусть $arctg=\alpha$, тогда $tg(arctg0{,}75)=tgx$ или $tg\alpha=0{,}75$. На основании тождества $sin^2\alpha+cos^2\alpha=1$, имеем $tg^2\alpha+1=\frac{1}{cos^2\alpha}$. Подставим значение $tg^2\alpha=\frac{9}{16}+1=\frac{1}{cos^2\alpha}$, то $cos^2\alpha=\frac{16}{25}$, т.к. $cos\alpha$ находится под знаком радикала, берём значение $\frac{4}{5}$.

$$\sqrt{5cos(arctg0{,}75)}=\sqrt{5cos\alpha}=\sqrt{5\cdot\frac{4}{5}}=\sqrt{4}=2.$$

Ответ: 2.

Вызывают затруднения и комбинированные уравнения и системы.

Пример 3. [1]. Решить уравнение

$$\frac{\pi}{24}(6x+1)=\frac{1}{2}arctg1+arccos\left(-\frac{1}{2}\right)-arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Повторяем значения тригонометрических функций, можно показать и на единичной окружности.

$$\frac{\pi}{24}(6x+1)=\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{4}+\frac{2}{3}\pi-\frac{\pi}{4}.$$

Все значения для обратных функций берём в радианах.

$$\frac{\pi}{24}(6x+1)=\frac{13\pi}{24}\quad /\cdot\frac{24}{\pi}$$

$$6x+1=13,$$

$$6x=12,$$

$$x=2.$$

Ответ: 2.

По ходу решения уравнения повторяем формулы перехода $2\pi;\ \pi;\ \frac{\pi}{4};\ \frac{2}{3}\pi;\ \frac{\pi}{6};\ \frac{5}{6}\pi$ и других в градусы. В каких координатных углах расположены эти углы, какие знаки имеют для определенных тригонометрических функций.

Пример 4. [1]. Решить систему уравнений.

$$\begin{cases} cos\pi x=-1 \\ x^3-5x^2-14x=0. \end{cases}$$

Проверяем, когда $cosx=-1$, период функции $y=cosx$. Из левой части второго уравнения выносим x и получаем произведение x и приведенного квадратного уравнения. Его корни можно устно найти по теореме Виета.

$$\begin{cases} cos\pi x=-1 \\ x^3-5x^2-14x=0. \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \pi x=\pi+2\pi n\ \ /:\pi \\ x(x^2-5x-14)=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x=1+2n, n\epsilon Z \\ x_1=0, x_2=-2,\ \ x_3=7. \end{cases}$$

Теперь нам надо, чтобы корни уравнений совпали. Учитывая, что $n\epsilon Z$, даем значения.

$$\begin{cases} n=0 \\ x=1 \end{cases};\qquad \begin{cases} n=1 \\ x=3 \end{cases};\qquad \begin{cases} n=2 \\ x=5 \end{cases};$$

все эти ответы не берем, только при $\begin{cases} n=3 \\ x=7. \end{cases}$

Обращаем внимание, что n может принимать, только целые значения. При $x=0$ и $x=-2$, получаем для n дробные значения.

Ответ: 7.

Все эти примеры оказывают большую помощь абитуриентам, поступающим в разные вузы.

Список литературы

1. М. И. Сканави. Сборник задач по математике для поступающих во втузы. - М.: Мир и образование. 2013-608с.: ил