

# **ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА**

УДК 539.47

## **ТЕМПЕРАТУРНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ КОНИЧЕСКИХ ПРУЖИН ИЗ НИТИНОЛА**

*Асылбек Абыжапар, преподаватель кафедры Механика и промышленная инженерия, КГТУ им. И.Раззакова, 720044, г.Бишкек, пр. Мира, 66, e-mail: abdyjaparasylbek@gmail.com*

Принимая, что коэффициент линейного температурного расширения нитиноловой проволоки, из которой изготовлена пружина, зависит линейным образом от нагрева, определяются температурные деформации конических пружин с постоянным углом подъема и постоянным шагом, обладающих эффектом памяти формы.

**Ключевые слова:** коническая пружина, температурная деформация, эффект памяти формы, развертка витков, угол конусности, реактивное усилие.

## **ABOUT THERMAL DEFORMATION OF CONICAL SPRINGS MADE OF NITINOL**

*Asylbek Abdyjapar, Lecturer, Department of Mechanics and Industrial Engineering, KSTU. I.Razzakova, 720044, Bishkek, Mira, 66, e-mail: abdyjaparasylbek@gmail.com*

Assuming that the coefficient of linear thermal expansion of the Nitinol wire, which is made of a spring depends linearly on the heating temperature are determined by the deformation of conical springs with constant lift angle and a constant pitch, having a shape memory effect.

**Keywords:** conical spring, the temperature deformation, the shape memory effect, turns scan, taper angle, reactive force.

В данной работе рассматриваются температурные деформации конических пружин, изготовленных из нитинола (сплав TiNi, Ti - 53.8%, Ni – 46.2%). Как правило, эти пружины обладают эффектом памяти формы и при формовосстановлении в стесненных условиях генерируют реактивные условия. Эти усилия возникают в области температур фазовых превращений. На их величину, очевидно, влияют и температурные деформации этих пружин.

А. Пружина с постоянным углом подъема ( $\alpha=const$ )

Схематически эта пружина представлена на рис.1,а, где обозначены  $r_2$ ,  $r_1$  – соответственно наибольший и наименьший радиус пружины;  $\psi$  – угол конусности;  $H_0$  – начальная высота;  $\alpha$  – угол подъема витков.

Развертка витков пружины представляет собой прямую линию (рис.1, б). Начальная длина проволоки, образующей рабочие витки пружины, обозначена через  $l_0$ . Очевидно, она равна:

$$l_0 = \frac{s}{\cos \alpha},$$

где  $S$  – полная длина дуги спирали в плане при измерении радиуса  $r$  от  $r_1$  до  $r_2$ . Она определяется следующим образом [1]:

$$S = K(r_2 - r_1),$$

где  $K = \cot \alpha \cot \frac{\psi}{2}$

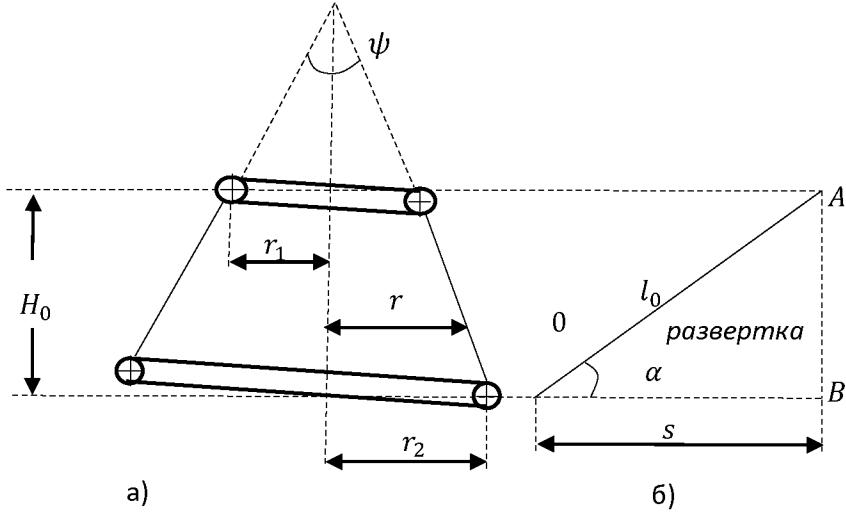


Рис. 1. Коническая пружина с постоянным углом подъема

Из рис. 1,б можно получить связь между высотой пружины  $H_0$  и длиной проволоки  $l_0$  в виде:

$$H_0 = l_0 \sin \alpha. \quad (1)$$

Теперь рассмотрим процесс нагрева пружины. Пусть при этом температура повышается от величины  $T_0$  до некоторой температуры  $T$ . Абсолютное удлинение проволоки, образующей рабочие витки при изменении температуры на  $dT$  будет равно:

$$dl_t = l_0 \beta(T) dT, \quad (2)$$

где  $\beta(T)$  – коэффициент температурного расширения материала.

Следовательно, длина проволоки будет равна:

$$l_t = l_0 + dl_t = l_0 [1 + \beta(T) dT]. \quad (3)$$

Предположим, что в процессе удлинения проволоки угол подъема пружины  $\alpha$  меняется незначительно. Тогда на основании формулы (1) и (3) высота пружины будет равна:

$$H_t = l_0 \sin \alpha [1 + \beta(T) dT] = H_0 [1 + \beta(T) dT]. \quad (4)$$

Теперь определим осевое перемещение пружины вследствие ее нагрева. Очевидно, она будет равна:

$$d\lambda_t = H_t - H_0.$$

С учетом формулы (4) ее запишем в виде:

$$d\lambda_t = H_0 \beta(T) dT. \quad (5)$$

Экспериментальные исследования показывают, что коэффициент температурного расширения нитинола в области температур фазовых превращений меняется значительно [2]. Примем эту зависимость в виде:

$$\beta(T) = a_\beta + b_\beta T. \quad (6)$$

Здесь коэффициенты  $a_\beta$  и  $b_\beta$  определяются следующими формулами:

$$a_\beta = \frac{\beta_A M_H - \beta_M M_K}{M_H - M_K}, \quad b_\beta = \frac{\beta_M - \beta_A}{M_H - M_K}, \quad (7)$$

где  $M_H$  и  $M_K$  – соответственно, температуры начала и конца мартенситного фазового превращения,  $\beta_M, \beta_A$  – коэффициенты температурного расширения материала в мартенситном и аустенитном состояниях. Эти коэффициенты считаются постоянными, когда материал находится в устойчивых мартенситных и аустенитных фазах.

Рассмотрим процесс нагрева пружины от температуры  $T_0 < M_H$  до температуры  $T > M_K$ . Тогда, используя формулы (5) и (6), для осевого перемещения пружины получаем:

$$\lambda_t = H_0 [\beta_M (M_H - T_0) + \beta_A (T - M_K) + \int_{M_H}^{M_K} (a_\beta + b_\beta T) dT]. \quad (8)$$

В случае, если нагрев пружины происходит только в области температур фазового превращения, т.е.  $T_0 = M_H, T = M_K$ , имеем:

$$\lambda_t = H_0 [a_\beta (M_K - M_H) + \frac{b_\beta}{2} (M_K^2 - M_H^2)]. \quad (9)$$

### Б. Пружина с постоянным шагом ( $h=const$ )

Схематически данные пружины показаны на рис. 2,а. Развертка витков пружины показана на рис.2,б. При условии малости углов подъема витков, она представляет собой квадратную параболу. В плане проекции конической пружины с постоянным шагом представляет собой архimedову спираль. При этом  $r = r_1 + t\varphi$ , где  $\varphi$  – угловая координата;  $t = \frac{r_2 - r_1}{2\pi i}$ ;  $i$  – количество витков.

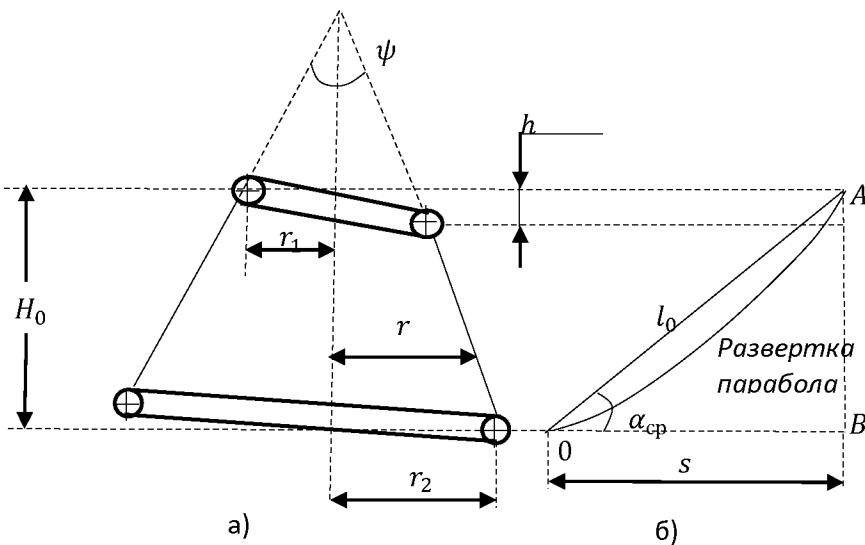


Рис.2. Коническая пружина с постоянным шагом

Полная длина дуги архимедовой спирали в плане, при изменении радиуса  $r$  от  $r_1$  до  $r_2$  равна:

$$S \approx (r_2 + r_1)\pi i = r_{cp} \cdot 2\pi i. \quad (r_{cp} = \frac{r_2 + r_1}{2})$$

Длина проволоки ОА, образующей рабочие витки пружины:

$$l_0 \approx \frac{s}{\cos \alpha_{cp}}. \quad (10)$$

Здесь  $\alpha_{cp}$  есть средняя величина угла подъема пружины, она принята равной углу АОВ (рис.2,б) [1]. С учетом этого угла, высота пружины  $H_0$  из рис.2,б определяется следующим образом:

$$H_0 = l_0 \sin \alpha_{cp}. \quad (11)$$

Таким образом, для пружины с постоянным шагом, получено выражение, аналогичное формуле (1), где вместо угла  $\alpha$  стоит средняя величина угла подъема  $\alpha_{cp}$ .

Теперь рассмотрим процесс нагрева этой пружины. При этом принимаем предположения, аналогичные предыдущему случаю, т.е. при удлинении пружины от нагрева средний угол подъема пружины ( $\alpha_{cp}$ ) меняется незначительно. В этом случае осевое перемещение пружины от ее нагрева ( $\lambda_t$ ) будет так же определяться формулами (5), (8) и (9), где  $H_0$  – высота рассматриваемой пружины.

Таким образом, для обеих рассматриваемых пружин (при  $\alpha=const$  и  $h=const$ ) получены расчетные формулы для определения осевых перемещений в процессе их нагрева, как в температурном интервале фазовых превращений ( $M_H \leq T \leq M_K$ ), так и за ее пределами (формула 8).

### В. Конкретный пример

Оценим величину осевого перемещения конкретной пружины от его нагрева в области температур фазовых переходов. Пусть коническая пружина высотой  $H_0$

изготовлена из нитиноловой проволоки (Ti - 53.8%, Ni - 46.2%), имеющей следующие физические параметры:

температура начала и конца мартенситного превращения -  $M_A=30^{\circ}\text{C}$ ,  $M_K=80^{\circ}\text{C}$ . Значения коэффициентов температурного расширения ( $\beta$ ) показаны в таблице 1 [2]:

Таблица 1

$T, ^\circ\text{C}$	30	80
$\beta \cdot 10^5, 1/^{\circ}\text{C}$	0,64	1,1

Из приведенной таблицы видно, что коэффициент температурного расширения в области фазовых переходов меняется более чем в полтора раза. Используя формулу (7), определим коэффициенты  $a_\beta$  и  $b_\beta$ . В данном случае они равны:

$$a_\beta = 364 \cdot 10^{-8} (1/^{\circ}\text{C}), b_\beta = 9 \cdot 10^{-8} (1/^{\circ}\text{C}).$$

С учетом этих коэффициентов по формуле (9) подсчитаем величину осевого перемещения пружины нагретого в области температур фазовых переходов от  $M_H$  до  $M_K$ . Она в данном случае будет равна:

$$\lambda_t = 0,01 H_0.$$

Таким образом, для рассматриваемых параметров пружины, ее температурное удлинение составляет сотую часть от ее высоты.

### Список литературы

1. Абдрахманов С. Деформация материалов с памятью формы при термосиловом воздействии. Бишкек, «Илим», 1991г., -116с.
2. Пономарев С.Д., Андреева Л.Е. Расчет упругих элементов машин и приборов. М.: «Машиностроение», 1980г. -326с.