Список литературы

1. Ашмарин Г.В. Формирование линейного коронного факельного разряда/ Г.В. Ашмарин, В.М. Лелевкин, А.В. Токарев // Физика плазмы. 2002. Т. 28.- № 10. С. 939 – 945.
2. 2.. Микроволновый разряд в коаксиальном канале (численный анализ)/ С.И. Грицинин, А.М. Давыдов, И.А Коссый и др // Физика плазмы, 2013. Т. 39, № 7, с. 655-667.
3. ВЧ-СВЧ плазмотроны. Низкотемпературная плазма. Т. 6/ С.В. Дресвин, А.А. Бобров, В.М. Лелевкин и др.- Новосибирск, Наука. Сибирское отделение, 1992. – 319 с.
4. Электрическая дуга – генератор низкотемпературной плазмы/ А. Жайнаков, В.М Лелевкин, В.С Мечев, Р.М. Урусов–Бишкек: Илим, 1990.- 440 с.
5. Кулумбаев Э.Б. Экологический» плазмотрон трансформаторного типа/ Э.Б. Кулумбаев, В.М. Лелевкин// Письма в ЖТФ, 1998, т.24.- №8.- с.20-24.
6. Кулумбаев Э.Б. Моделирование и расчет электрических разрядов. Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Х1-5. Прикладная химия плазмы /Э.Б. Кулумбаев, В.М. Лелевкин ,В.Ф. Семенов.- М.: Янус-К, 2006. - с. 437-501.
7. Ландау Л.Д. Электродинамика сплошных сред/ Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.- М.: Физматгиз, 1959. - 230 с.
8. Моделирование микроволнового нагрева воды/ В.М. Лелевкин, Э.Б. Кулумбаев, П.В. Козлов, К.Ж Кайрыев.- Бишкек: КРСУ, 2009. – 160 с.
9. Моделирование и технология получения керамики на основе кремния. Под общей ред. Лелевкина В.М., Каныгиной О.Н. – Бишкек: Изд-во КРСУ, 2008. – 208-222 с.
10. Райзер Ю.П. Физика газового разряда/ Ю.П. Райзер.- М.: Наука, 1987. -592 с.
11. Теория столба электрической дуги. Низкотемпературная плазма. Т. 1. / В.С. Энгельшт, В.Ц Гурович, Г.А. Десятков и др.. Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1990. – 376 с.
12. Gurovich V.Ts., Kulumbaev E.B., Lelevkin V.M. Gas-Dynamic Regime of Slowly Burning Optical Discharges. Plasma Physics Reports. Vol.24, No.11. 1998. pp.943-947.
13. Kozlov P.V., Rafatov I.R., Kulumbaev E.B., Lelevkin V.M. On modelling of microwave heating of a ceramic material // Journal of Physics D: Applied Physics. - 2007. - Vol. 40.-P. 2927-2935.
14. Lelevkin V.M., Otorbaev D.K., Sehram D.C. Phisics of non-equilibrium plasmas. North-Holland. – Amsterdam (the Netherlands), 1992. – 412 p.

УДК 517.928

НАРУШЕНИЕ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЙ ВЫРОЖДЕННОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ УРАВНЕНИЙ С АНАЛИТИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ

Мурзабаева Айтбу Бусурманкуловна, *преподователь ОшТУ, Кыргызстан, 723500 г.Ош, ул. Исанова 81,* e-mail: aytbu.murzabaeva@mail.ru

В данной работе рассматривается сингулярное возмущенное обыкновенное дифференциальное уравнение с аналитическими функциями в некоторой области комплексной плоскости. Вырожденное уравнение соответствующее данному уравнению имеет двух решений. Доказано, что в рассматриваемой области изменения аргумента существуют подобласти. Также существуют решения рассматриваемого уравнения, которые в этих подобластях стремятся к определенным решениям вырожденного уравнения. Ранее такие задачи изучены только для случаев, когда вырожденное уравнение имело единственное изолированное решение.

Ключевые слова: обыкновенное дифференциальное уравнение, сингулярное возмущение; аналитическая, гармоническая функция, линии уровня, последовательные приближения.

VIOLATION OF THE UNIQUENESS OF THE SOLUTIONS OF A DEGENERATE EQUATION SINGULARLY PERTURBED EQUATIONS WITH ANALYTIC FUNCTIONS

Murzabaeva Aytbu Busurmankulovna, *teacher of Osh Technical University, Kyrgyzstan, c. Osh, 723500, st. Isanova 81, e-mail: aytbu.murzabaeva@mail.ru*

In this paper we consider a singularly perturbed ordinary differential equation with analytic functions in some region of the complex plane. The degenerate equation corresponding to a given equation has two solutions. It is proved that in this area there are sub-areas of the argument changes. There are also solutions of the equation, that in these sub regions tend to certain decisions of the degenerate equation. Previously, such tasks were studied only in cases when the degenerate equation has been only an isolated solution.

Keywords: ordinary differential equation, singular perturbation analytic, harmonic function, line level, the successive approximations.

1. Постановка задачи

Пусть

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = a(t)z(t,\varepsilon) + \varepsilon b(t) + c(t)z^2(t,\varepsilon) \tag{1}$$

$0 < \varepsilon$ - малый параметр; $t \in \Omega \subset C$ комплексная плоскость, Ω - односвязная область.

1. U: Пусть $a(t), b(t), c(t) \in Q(\Omega)$ - пространство аналитических функций в Ω и $\forall t \in \Omega$: $c(t) \neq 0$, $a(t) \neq 0$.

Уравнения вида (1) называются сингулярно возмущенными [2].

При $\varepsilon = 0$ из (1) имеем вырожденное уравнение

$$a(t)x(t) + c(t)x^2(t) = 0. \tag{2}$$

Согласно U уравнение (2) имеет решения

$$x_1(t) \equiv 0 \text{ и } x_2(t) = -\frac{a(t)}{c(t)} \in Q(\Omega)$$

Задача. Исследовать возможность следующих предельных равенств в области Ω

$$\lim_{\varepsilon \to 0} z_1(t,\varepsilon) = 0, \qquad \lim_{\varepsilon \to 0} z_2(t,\varepsilon) = -\frac{a(t)}{c(t)},$$

где $z_1(t,\varepsilon)$, $z_2(t,\varepsilon)$ - некоторые решение уравнения (1) удовлетворяющие условиям

$$z_j(t_0,\varepsilon) = z_j^0(\varepsilon) \quad (j = 1,2)$$

$t_0 \in \Omega$ и ее внутренняя точка.

Аналогичные задачи для сингулярно возмущенных уравнений гораздо более общего вида исследованы в [4], в предположении, что вырожденные уравнения имеют единственное, изолированное решение. Задача для сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями, когда вырожденное уравнение имеет двух решений, изучается впервые.

2. Решение задачи

Задачу решим для следующих случаев:

2.1. Сначала исследуем возможность следующего предельного перехода в области Ω:

$$\lim_{\varepsilon\to 0} z_1(t,\varepsilon)=0.$$

Для этого случая получим задачу

$$\varepsilon z_1'(t,\varepsilon)=a(t)z_1(t,\varepsilon)+\varepsilon b(t)+c(t)z_1^2(t,\varepsilon), \tag{3}$$

$$z_1(t_0,\varepsilon)=z^0(\varepsilon), \tag{4}$$

Будем считать, что

$|z_1(t_0,\varepsilon)|=|z_1^0(\varepsilon)|=C_{10}\cdot\varepsilon$, $C_{10}-const>0$, причем C_{10} не зависит от ε. Задачу (3) –(4) заменим следующим

$$z_1(t,\varepsilon)=z_1^0 e^{\frac{F(t)}{\varepsilon}}+\int_{p(t_0,t)} e^{\frac{F(t)-F(\tau)}{\varepsilon}}\left[b(\tau)+\frac{1}{\varepsilon}c(\tau)z_1^2(t,\varepsilon)\right]d\tau, \tag{5}$$

где $F(t)=\int_{t_0}^{t}a(s)ds$, $p(t_0,t)$- произвольный путь, полностью принадлежащей Ω и соединяющий точки t_0 и $t\in\Omega$.

При исследовании уравнения (5) воспользуемся методом предложенного в [1]. Согласно этому методу основная роль принадлежит функцие $\operatorname{Re}F(t)$.

Пусть $t=t_1+it_2$, где t_1,t_2- действительные переменные, $i=\sqrt{-1}$. Введем обозначение $\operatorname{Re}F(t)=F_1(t_1,t_2)$.

Определение. Множество $(L)=\{(t_1,t_2)\in\Omega \mid F_1(t_1,t_2)=L-const\}$ назовем линией уровня функции $F_1(t_1,t_2)$.

Рассмотрим линию уровня

$$(L_0)=\{(t_1,t_2)\in\Omega \mid F_1(t_1,t_2)=0\}.$$

Линия (L_0)проходит через точку $t_0=t_{10}+it_{20}$.

Известно [3], если

Известно [3], если Ω- ограниченная, открытая область, то (L_0) упирается к границе области Ω; если Ω- неограниченная, то (L_0) уходит в бесконечность.

Согласно (U) $\forall t\in\Omega$: $a(t)\neq 0$. Следовательно $F_1(t_1,t_2)$ не имеет точек ветвления т.е все точки области являются простыми.

Для наглядности и только ради этого, будем считать, что Ω является некоторой окрестностью точки t_0. Область Ω линией (L_0) делится на части Ω_1 и Ω_2. $\Omega_1\cup\Omega_2=\Omega$, $\Omega_1\cap\Omega_2=(L_0)$.

2.1.1. Пусть $t\in(L_0)$. К (5) применим метод последовательных приближений. Последовательные приближения определим следующим образом

$$z_{1m}(t,\varepsilon)=z_1^0 e^{\frac{F(t)}{\varepsilon}}+\int_{p(t_0,t)} e^{\frac{F(t)-F(\tau)}{\varepsilon}}\left[b(\tau)+\frac{1}{\varepsilon}c(\tau)z_{1m-1}^2(\tau,\varepsilon)\right]d\tau, \tag{6}$$

$$z_{10}(t,\varepsilon)\equiv 0$$

Для этого случая в качестве $p(t_0,t)$ выберем линию (L_0).

$F_1(t_1,t_2)$.- гармоническая функция, следовательно (L_0) является аналитической кривой.

$$(F(t)\in Q(\Omega)\wedge F'(t)\neq 0)\Rightarrow\left(\frac{\partial F_1(t_1,t_2)}{\partial t_1}\neq 0\vee\frac{\partial F_1(t_1,t_2)}{\partial t_2}\neq 0\right).$$

Для определенности считаем

$$\forall t \in \Omega: \quad \frac{\partial F_1(t_1,t_2)}{\partial t_2} \neq 0$$

Рассмотрим уравнение

$$F_1(t_1,t_2) = 0 \,. \tag{7}$$

Для (7) выполняются все условия теоремы существования и единственности неявной функции.

Таким образом из (7) определяются однозначная, бесконечно дифференцируемая функция

$$t_2 = \varphi(t_1) \tag{8}$$

с областью определения $\alpha_1 < t_1 < \alpha_2$.

При оценке (6) надо учесть, что из точки t_0 исходит две направления. Сначала берем одно из этих направлений, затем другой. В итоге полученные оценки существенно не влияют на общий результат.

Далее при оценке (6) не будем уточнять направления.

Учитывая (8), (6) перепишем в следующем виде

$$z_{1m}(t,\varepsilon) = z_1^0 e^{\frac{i\,\mathrm{Im}\,F(t)}{\varepsilon}} + \int_{t_{10}}^{t_1} e^{\frac{i(\mathrm{Im}\,F(t) - \mathrm{Im}\,F(\tau))}{\varepsilon}} \left[b(\tau_1 + i\varphi(\tau_1)) + \frac{1}{\varepsilon} c(\tau_1 + i\varphi(\tau_1)) z_{1m-1}^2(\tau_1 + i\varphi(\tau_1), \varepsilon) \right] \times$$

$$\times (1 + i\varphi'(\tau_1)) d\tau_1$$

Обозначим $\mathrm{Im}\,F(t) = F_2(t_1,t_2)$. При m=1 имеем

$$z_{11}(t,\varepsilon) = z_1^0 e^{\frac{iF_2(t_1,t_2)}{\varepsilon}} + \int_{t_{10}}^{t_1} e^{\frac{i(F_2(t_1,t_2) - F_2(\tau_1,\tau_2))}{\varepsilon}} b(\tau_1 + i\varphi(\tau_1)) \cdot (1 + i\varphi'(\tau_1)) d\tau_1 \tag{9}$$

К интегралу в (9) применяя метод стационарной фазы получим оценку

$| \; z_{11}(t,\varepsilon) \; | \le C_0 \cdot \varepsilon$, C_0 - некоторая положительная постоянная, не зависящая от ε.

При m=2 получим

$$z_{12}(t,\varepsilon) = z_{11}(t,\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon} \int_{t_{10}}^{t_1} e^{\frac{i(F_2(t_1,t_2) - F_2(\tau_1,\tau_2))}{\varepsilon}} c(\tau_1 + i\varphi(\tau_1)) z_{11}^2(\tau_1 + i\varphi(\tau_1)) \cdot (1 + i\varphi'(\tau_2)) d\tau_1$$

Отсюда имеем оценку

$$|z_1(t,\varepsilon)| \le \varepsilon\left(C_0 + C_1 C_0^2 (t_1 - t_{10})\right),$$

где $0 < C_1$- некоторая постоянная не зависящая от ε.

Пусть $C_0 + C_1 C_0^2(t_1 - t_{10}) \le C_0 + C_1 C_0^2 s < C_2$, $C_2 -$ некоторая постоянная не зависящая от ε. s выберем так, чтобы выполнялось неравенство $C_0 + C_1 C_0^2 s < C_2$ или s$\le \frac{C_2 - C_0}{C_1 C_0^2}$.

Таким образом $|z_{12}| \le \varepsilon \; C_2$.

Для $z_{13}(t,\varepsilon)$ получим оценку

$$|z_{13}(t,\varepsilon)| \le C_0 \varepsilon + \varepsilon \; C_1 C_2^2 s \,.$$

При условии $s \le \dfrac{C_2 - C_0}{C_1 C_2^2}$, имеем (для значений t_1 удовлетворяющего условию

$$|t_1 - t_{10}| \le s, \;\; s \le \frac{C_2 - C_0}{C_1 C_2^2})$$

$$|z_{13}(t,\varepsilon)| \le \varepsilon \; C_2 \,.$$

Продолжая этот процесс получим имеем оценку

$$\left|z_{1m}(t,\varepsilon)\right| \le \varepsilon\ C_2.$$

Теперь докажем сходимость последовательных приближений. Для этого докажем равномерную сходимость ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(z_{1k}-z_{1k-1}\right). \qquad (10)$$

Воспользуемся признаком Вейерштрасса. Имеем

$$z_{1k}-z_{1k-1}=\frac{1}{\varepsilon}\int_{t_{10}}^{t_1} e^{\frac{i(F_2(t_1,t_2)-F_2(\tau_1,\tau_2))}{\varepsilon}} c(\tau_1+i\varphi(\tau_1))(1+i\varphi'(\tau_1))(z_{1k-1}-z_{1k-2})(z_{1k-1}+z_{1k-2})d\tau_1$$

Далее

$$\left|z_{12}-z_{11}\right| \le \frac{C_1}{\varepsilon}\int_{t_{10}}^{t_1}\left|z_1\right|^2 d\tau_1 \le \frac{C_1}{\varepsilon}\cdot\varepsilon^2 C_2^2(t_1-t_{10}) \le C_1C_2^2\varepsilon s(t_1-t_{10}).$$

$$\left|z_{13}-z_{12}\right| \le \frac{C_1}{\varepsilon}\int_{t_{10}}^{t_1}\left|z_{12}-z_{11}\right|\left[\left|z_{12}\right|+\left|z_{11}\right|\right]d\tau_1 \le \frac{C_1}{\varepsilon}2\varepsilon C_2\int_{t_{10}}^{t_1}C_1C_2^2\varepsilon(\tau_1-t_{10})d\tau_1 = 2C_1^2C_2^3\varepsilon\frac{(t_1-t_{10})^2}{2!}$$

$$\left|z_{14}-z_{13}\right| \le \frac{C_1}{\varepsilon}\int_{t_{10}}^{t_1}\left|z_{13}-z_{12}\right|\left(\left|z_{13}\right|+\left|z_{12}\right|\right)d\tau_1 \le \frac{C_1}{\varepsilon}\cdot 2C_2\int_{t_{10}}^{t_1}2C_1^2C_2^3\varepsilon\frac{(\tau_1-t_{10})^2}{2!}d\tau_1 = 2^2C_1^3C_2^4\varepsilon\frac{(t_1-t_{10})^3}{3!}$$

$$\left|z_{15}-z_{14}\right| \le \frac{C_1}{\varepsilon}\int_{t_{10}}^{t_1}\left|z_{14}-z_{13}\right|\left(\left|z_{14}\right|+\left|z_{13}\right|\right)d\tau_1 \le \frac{C_1}{\varepsilon}\varepsilon 2C_2\int_{t_{10}}^{t_1}2^2C_1^3C_2^4\varepsilon\frac{(\tau_1-t_{10})^3}{3!}d\tau_1 = \varepsilon 2^3C_1^4C_2^5\frac{(t_1-t_{10})^4}{4!}$$

Аналогично

$$\left|z_{1m}-z_{1m-1}\right| \le \varepsilon 2^{m-2}C_1^{m-1}\cdot C_2^m\frac{(t_1-t_{10})^{m-1}}{(m-1)!} = z\frac{1}{2}\varepsilon C_2\frac{\left[C_1C_2(t_1-t_{10})\right]^{m-1}}{(m-1)!}$$

Из полученных оценок следует, что ряд (10) сходится равномерно для $\left|t_1-t_{10}\right| \le \delta$, к некоторой функции $z_1(t,\varepsilon)$, которая является решением уравнения (8). Для этого решения справедлива оценка

$$\left|z(t,\varepsilon)\right| \le \varepsilon\ C_2.$$

Без ограничения общности будем считать, что решение $z_1(t,\varepsilon)$ ограничена в (L_0).

Теперь рассмотрим часть поверхности $y=F(t_1,t_2)$ соответствующее области Ω. Данная поверхность пересекает область Ω или плоскость (t_1,t_2) по линии (L_0) и часть поверхности лежит ниже, а часть выше этой плоскости. Часть лежащая ниже или выше соответствует одной из частей Ω_1 или Ω_2. Для определенности будем считать, что Ω_1 является частью расположенной ниже плоскости.

Тогда $\forall(t_1,t_2)\in\Omega_1 : F_1(t_1,t_2)\le 0$,причем равенство имеет место только для $(t_1,t_2)\in(L_0)$.

Рассмотрим функцию $F_2(t_1,t_2)$ и линию уровня

$$(\Phi)=\{(t_1,t_2)\in\Omega \mid F_2(t_1,t_2)=\Phi - const\}.$$

Линии (L) и (Φ) являются взаимно ортогональными в точках пересечения.

$F'(t)=\frac{\partial F_2}{\partial t_2}+i\frac{\partial F_2}{\partial t_1}\ne 0$. С другой стороны $\frac{\partial F_2}{\partial t_1}=-\frac{\partial F_1}{\partial t_2}\ne 0$.

Следовательно $\forall t\in\Omega : \frac{\partial F_2}{\partial t_1}\ne 0$ и уравнение $F_2(t_1,t_2)=\Phi$ однозначно разрешима относительно t_1 т.е. $t_1=\psi(t_2),\ \ \beta_1<t_2<\beta_2$.

В доль (Φ) функция $F_1(t_1,t_2)$ строго монотонна, тогда в направлении от Ω_2 к Ω_1 по (Φ) функция $F_1(t_1,t_2)$является убывающей.

2.1.2. Пусть $t \in \Omega_1$. Докажем существование решения уравнения (5) и оценим это решение.

Как и в предыдущем случае определим последовательные приближения (6). Отличительной чертой рассматриваемого случая является то, что путь $p(t_0,t)$ состоит из части (L_0) соединяющего точки $t_0,\tilde{t} \in (L_0)$ и части (Φ) соединяющего точки $\tilde{t},t \in (\Phi)$. $\tilde{t} = \tilde{t}_1 + i\tilde{t}_2$ является точкой пересечения (L_0) и (Φ), Перейдем к оценке последовательных приближений

С учетом выбранных путей интегрирования (6) перепишем в следующем виде

$$z_{1m}(t,\varepsilon) = z_1^0 e^{\frac{F(t)}{\varepsilon}} + \int_{t_{10}}^{t_1} e^{\frac{F(t)}{\varepsilon} - \frac{i\operatorname{Im}F(t)}{\varepsilon}} \left[b\left(\tau_1 + i\varphi(\tau_1) \right) + \frac{1}{\varepsilon} C(\tau_1 + i\varphi(\tau_1)) z_{1m-1}^2(\tau_1 + i\varphi(\tau_1),\varepsilon) \right] \times \tag{11}$$

$$\times (1 + i\varphi'(\tau_1)) d\tau_1 + \int_{t_2}^{t_2} e^{\frac{\operatorname{Re}(F(t) - F(\tau))}{\varepsilon}} \left[b(\psi(\tau_2) + i\tau_2) + \frac{1}{\varepsilon} C(\psi(\tau_2) + i\tau_2) z_{1m-1}^2(\psi(\tau_1) + i\tau_2,\varepsilon) \times (\psi'(\tau_2) + i) \right] d\tau_2$$

В общем случае при оценке (11) надо учесть, что в первом интеграле надо поставить оценку для $z_{m-1}(\tau,\varepsilon)$ полученную в первом случае (предыдущий случай). А во втором интеграле общую (итоговую) оценку. Определим первое приближение

$$z_{11}(t,\varepsilon) = z_1^0 e^{\frac{F(t)}{\varepsilon}} + \int_{t_{10}}^{t_1} e^{\frac{F(t) - i\operatorname{Im}F(t)}{\varepsilon}} b(\tau_1 + i\varphi(\tau_1)) d\tau_1 + \int_{t_2}^{t_2} e^{\frac{\operatorname{Re}F(t) - F(\tau)}{\varepsilon}} b(\psi(\tau_2) + i\tau_2) \times$$
$$(\psi'(\tau_2) + i) d\tau_2$$

К обоим интегралам применяя интегрирования по частям получим

$$|z_{11}(t,\varepsilon)| \le C_0 \cdot \varepsilon e^{\frac{\operatorname{Re}F(t)}{\varepsilon}} + C_1\varepsilon \le \tilde{C}_0\varepsilon .$$

где C_0, C_1, $\widetilde{C_0}$ - некоторые постоянные, не зависящие от ε.

$$\forall t \in \Omega_1 : |z_{11}(t,\varepsilon)| \le \tilde{C}_0 \cdot \varepsilon .$$

Продолжая этот процесс получим

$$\forall t \in \Omega_1 : |z_{1m}(t,\varepsilon)| \le \tilde{C}_0 \cdot \varepsilon .$$

Доказательство сходимости последовательных приближений проводится аналогично предыдущему случаю.

Таким образом существует решение уравнения (5) $\forall t \in \Omega_1$ и для этого решения справедлива оценка

$$|z_1(t,\varepsilon)| \le \tilde{C}_0 \cdot \varepsilon ,$$

где C_{02} - некоторая постоянная, не зависящая от ε.

Пусть $t \in \Omega_2$. Нам надо доказать, что для этого случая $z_1(t,\varepsilon)$ неограниченна.

Доказательства проведем методом от противного.

Пусть $\forall t \in \Omega_1 : |z_1(t,\varepsilon)| \le C_3$ - некоторая постоянная, не зависящая от ε.

В (5) выберем путь интегрирования. Пусть состоит из части (L_0) соединяющего точки t_0 и $\tilde{t} \in (L_0)$; из части (Φ) соединяющего точки $\tilde{t}$ и $t \in \Omega_2$.

Учитывая выбранной путь интегрирования из (5) получим

$$z_1(t,\varepsilon)=z_1^0 e^{\frac{F(t)}{\varepsilon}}+\int\limits_{t_{10}}^{t_1} e^{\frac{F(t)-F(\tau_1+i\varphi_1(\tau_1))}{\varepsilon}}(b(\tau_1+i\varphi(\tau_1))d\tau_1+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon}c(\tau_1+i\varphi(\tau_1))z_1^{\ 2}(\tau_1+i\varphi(\tau_1),\varepsilon))(1+i\varphi'(\tau_1))d\tau_1+$$

$$+\int\limits_{\tilde t_2}^{t_2} e^{\frac{F(t)-F(\psi(\tau_2)+i(\tau_2))}{\varepsilon}}\left(b\left(\psi(\tau_2)+i(\tau_2)+\frac{1}{\varepsilon}c(\psi(\tau_2)+i\tau_2)\times z_1^{\ 2}(\psi(\tau_2)+i\tau_2,\varepsilon)\right)(\psi'(\tau_2)+i)d\tau_2\right. \tag{12}$$

(12) перепишем в виде

$$z_1(t,\varepsilon)=e^{\frac{F(t)}{\varepsilon}}\left[\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_{\tilde t_2}^{t_2} e^{\frac{\mathrm{Re}(F(\psi)+i\tau_2)}{\varepsilon}}\times\left|z_1^2(\psi(\tau_2)+i(\tau_2),\varepsilon)\right|\times(\psi'(\tau_2)+i)d\tau_2+z_1^0+\right.$$

$$+\int\limits_{t_{10}}^{\tilde t_1} b(\tau_1+i\varphi(\tau_1))e^{\frac{F(\tau_1+i\varphi_2(\tau\ ))}{\varepsilon}}(1+i\varphi'(\tau_1))d\tau_1+$$

$$\left.+\int\limits_{\tilde t_2}^{t_2} e^{\frac{F(\varphi(\tau_2)+i\tau_2)}{\varepsilon}} b(\psi(\tau_2)+i\tau_2)(\psi'(\tau_2)+i)d\tau_2\right]$$

Выражение содержащееся в [...] ограничена по модуля, а $ReF(t) > 0$. Следовательно, $\forall t\in\Omega_2 : |z_1(t,\varepsilon)|$ неограниченна при $\varepsilon \to 0$.

Таким образом справедлива оценка.

$$\forall t\in\Omega_1 : |z_1(t,\varepsilon)|\to 0,\quad \forall t\in\Omega_2 : |z(t,\varepsilon)|\to +\infty .$$

II. Для решения задачи о возможности предельного перехода $\lim\limits_{\varepsilon\to 0} z_2(t,\varepsilon)=-\frac{a(t)}{c(t)}\equiv x_2(t), t\in\Omega$, в (1) произведем замену $z_2(\tau,\varepsilon)=z_3(t,\varepsilon)+x_2(t)$ где $z_3(t,\varepsilon)$ - новая неизвестная функция.

Получим

$$\varepsilon z_3'(t,\varepsilon)=-a(t)z_2(t,\varepsilon)+\varepsilon b_0(t)+c(t)z_2^2(t,\varepsilon)$$

где $b_0(t)=b(t)-x_2'(t)$.

Пусть $z_3(t_0,\varepsilon)=z_3^{\ 0}(\varepsilon)$ и $\left|z_3^{\ 0}(\varepsilon)\right|=C_0\cdot\varepsilon$, C_0 - const не зависящая от ε.

Повторяя те же процедуры как и в предыдущем случае получим оценку

$$\forall t\in\Omega_2 : |z_3(t,\varepsilon)|\to 0,\quad \forall t\in\Omega_1 : |z_3(t,\varepsilon)|\to +\infty .$$

3. Выводы

Таким образом, при нарушении единственности решения вырожденного уравнения сингулярно - возмущенных уравнений с аналитическими функциями в области изменения аргумента существуют области, где решения данного уравнения удовлетворяющие начальным условиям стремятся к определенному решению вырожденного уравнения, при этом области имеют общую границу.

Список литературы

1. Алыбаев К.С. Метод линий уровня исследования сингулярно возмущенных уравнений при нарушении условия устойчивости/ К.С. Алыбаев //Вестник КГНУ. – 2001.Серия 3.- Выпуск 6. – С. 190-200.
2. Васильева А.Б. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений / А.Б Васильева, В.Ф. Бутузов -М.:Наука.- 1973.-272с.

3. Лаврентьев Н.А., Шабат Б.Ф. Методы теории функций комплексного переменного, М.-1973. -737с.

4. Тихонов А.Н. Системы дифференциальных уравнений содержащих малые параметры при производных// Математический сборник – 1952. Т.31(73), №3.-стр.575-586.

УДК 53.004.925.84.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМООБЕСЦВЕЧИВАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ F-ЦЕНТРОВ ОКРАСКИ В КРИСТАЛЛАХ KCLC РАЗЛИЧНЫМИ КОНЦЕНТРАЦИЯМИ СА

Осконбаев Маралбек Чотоевич, *к.ф-м.н., доцент, ОшГУ, Кыргызстан, 723500, г.Ош, ул.Ленина-331, e-mail:o_manas@mail.ru*
Абдимуталипова Зейнура Каныбековна*, магистр, ОшГУ,*
Мамаразак кызы Жылдыз *– магистр, ОшГУ*
Осмоналиев Абдикамил Бурканович *– к. ф.-м.н., доцент, ОшГУ*

В статье на основе полученных экспериментальных данных по термообесвечиванию электронных F –центров окраски в кристаллах KCl
с различными концентрациями Са разработана математическая модель термообесцвечивания электронных центров.

Ключевые слова: кристалл, математическая модель, центры окраски, электрон, ион, полином.

MATHEMATICAL MODELING OF THERMAL FADING OF ELEKTRON F-COLOR CENTERS IN KCL CRYSTALS WITH DIFFERENT CA CONCENTRATIONS

Oskonbaev Maralbek Chotoevich*, Candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, Osh State University. 331, Lenin Street, 723500, city of Osh, Kyrgyzstan.*
e-mail:. o_manas@mail.ru
Abdimutalipova Zeinura Kanybekovna*, Master, Osh State University,*
Mamarazak kizi Jildiz, *Master, Osh State University,*
OsmonolievAbdikamilBurkanovich *- Candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, Osh State University.*

The purpose of the article: to develop a mathematical model of thermal fading of electronic centers based on the experimental data obtained by the electronic thermal fading of hole F-color centers in KCl crystals with different Ca concentrations.

Keywords: crystal, mathematical model, color center,electron, ion, polynomial.

Экспериментальное и теоретическое исследования процессов распада и преобразование различных по структуре радиационных центров показали, что в процессе распада и взаимопревращения радиационных дефектов в области высоких температур основную роль играют ионные процессы, протекающие в ЩГК [1-2].
В работе [3] была рассмотрено математическое моделирование термолюминесценции в кристаллах NaCl с различной концентрацией серебра. Вработе [4] было рассмотрено математическое моделирование термообесцвечивание электронных Ag_a^-- центров окраски в кристаллах NaCl сразличной концентрацией серебра.В работе [5] было рассмотрено математическое моделирование термообесцвечивание электронных Ag_c^{2+}- центров окраски в кристаллах NaCl с различной концентрацией серебра.