УДК 624.073.02

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОБ ИЗГИБЕ БЕСКОНЕЧНОЙ БАЛКИ НА ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОМ УПРУГОМ ОСНОВАНИИ С ОДНИМ УЧАСТКОМ НЕПОЛНОГО КОНТАКТА С ОСНОВАНИЕМ. СИММЕТРИЧНАЯ НАГРУЗКА

Маруфий Адилжан Таджимухамедович, *д.т.н., профессор, ОшТУ им. М.М. Адышева, Кыргызстан, 723500, г. Ош, ул. Исанова 81, e-mail: oshtu-marufi@rambler.ru*
Айтиев Мыктыбек Арапбаевич*, доцент ОшТУ им. М.М. Адышева, Кыргызстан, 723500, г. Ош, ул. Исанова 81, e-mail: myktybeka70@mail.ru*
Капаров Чубак Абдылдаевич, *ведущий специалист компании «China Road», Кыргызстан, 723500, г. Ош, e-mail: che1974@mail.ru*
Эгенбердиева Акмарал Аширбековна, *преподаватель, ОшТУ им. М.М. Адышева, Кыргызстан, 723500,г. Ош, ул. Исанова 81, e-mail: lady.mary.10@mail.ru*

В данной статье рассматривается численная реализация задачи об изгибе бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с одним участком неполного контакта с основанием, полученные на основе аналитического решения задач методом обобщенных решений с использованием интегральных преобразований Фурье. Произведен анализ полученных результатов.

Ключевые слова: изгиб, балка, основание, преобразование Фурье, обобщенное решение

NUMERICAL REALIZATION OF THE PROBLEM OF BENDING INFINITE BEAMS ON TWO PARAMETER ELASTIC FOUNDATION WITH ONE SECTION INCOMPLETE CONTACT WITH THE GROUND. BALANCED LOAD

Marufiy A.T., *doctor of Technical Sciences, professor, Kyrgyzstan, 723500, Osh, Osh Technological University, e-mail: oshtu-marufi@rambler.ru*
AytievM.A., *assistant professor, Kyrgyzstan, 723500, Osh, Osh Technological University, e-mail: myktybeka70@mail.ru*
Kaparov Ch. A.*, leading specialist «China Road», Kyrgyzstan, 723500, Osh, e-mail: che1974@mail.ru*
Egenberdieva A.A., *Lecturer, Kyrgyzstan, 723500, Osh, Osh Technological University, e-mail: lady.mary.10@mail.ru*

This article discusses the numerical implementation of the problem of bending of infinite beam on the two-parameter elastic foundation with one section of the partial contact with the ground, derived from analytical problem solving method of generalized solutions with integrated Fourier transforms. The analysis of the results.

Keywords: bend, beam, base, Fourier transform, generalized solution

Цель исследования. Численная реализация ранее полученного авторами аналитического решения задачи об изгибе бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с одним участком неполного контакта с основанием и анализ полученных результатов.

Метод исследования. Составление программы расчета в среде Delphi и вывод графиков с помощью системы AutoCAD.

В работе [2] получено аналитическое решение задачи об изгибе бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с одним участком неполного контакта с основанием.

Исходное дифференциальное уравнение изгиба бесконечной балки на двухпараметрическом основании с учетом неполного контакта балки с основанием (рис.1) в безразмерных координатах и функциях, имеет вид [1,3,4,5]:

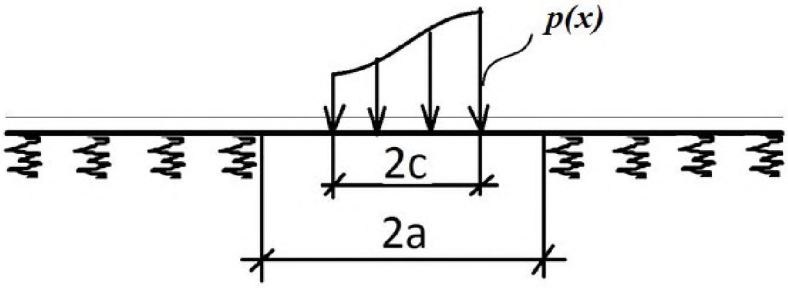

Рис.1. Бесконечная балка на двухпараметрическом основании с учетом неполного контакта с основанием

$$\frac{d^4W(\eta)}{d\eta^4}-2r^2\frac{d^2W(\eta)}{d\eta^2}+S^4W(\eta)\theta(\eta-a)=\frac{P(\eta)L^4}{EJ} \tag{1}$$

где $W(\eta)$ - функция прогиба балки,

$P(\eta)$ - функция, приложенной к ней нагрузки

$2a$ - размер участка, на котором нет контакта балки с основанием,

r^2 и S^4 - обобщенные упругие характеристики балки и основания,

$\theta(\eta-a)$ - функции Хевисайда, учитывающие неполный контакт основания с балкой.

$$\theta(\eta-a)=\begin{matrix}0 & (x\le a)\\ 1 & (x\ge a)\end{matrix} \tag{2}$$

Для решения уравнения (1), в связи с симметрией нагрузки и участка неполного контакта балки с основанием длиной *2a,* используем косинус- преобразование Фурье по координате *x*. В результате получим:

$$\lambda^4W(\lambda)-2r^2\lambda^2W(\lambda)+\frac{2S^4}{\pi}\int_0^\infty W(x)\cos\lambda x\theta(x-a)dx=P(\lambda) \tag{3}$$

где $W(\lambda)$ и $P(\lambda)$ трансформанты Фурье функций прогиба и нагрузки записываются в виде:

$$\left.\begin{aligned}W(\lambda)&=\int_0^\infty W(x)\cos\lambda x dx\\ P(\lambda)&=\int_0^\infty P(x)\cos\lambda x dx\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Применяя к выражению (3) обратное косинус - преобразование Фурье, найдём функцию прогиба балки при действии на неё симметричной нагрузки:

$$W(x)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty\frac{P(\lambda)\cos\lambda x}{\lambda^4+4}d\lambda+\frac{2S^4}{\pi}\int_0^\infty\frac{\cos\lambda x}{(\lambda^4-2r^2\lambda^2+S^4)}\int_0^a W(t)\cos\lambda t dt d\lambda \tag{5}$$

Очевидно, что первое слагаемое в этом выражении, представляет собой прогиб бесконечной балки, которая на всем протяжении соприкасается с основанием и нагружена заданной нагрузкой. Второе слагаемое выражает собой добавку к прогибу бесконечной балки. Однако это слагаемое содержит внутри себя искомую функцию прогиба и, следовательно, выражение (5) представляет собой интегральное уравнение относительно искомой функции прогибов балки.

Обозначим первое слагаемое в выражении (5) через $W_\infty(x)$, т.е.:

$$W_{\infty}(x)=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{P(\lambda)\cos\lambda x}{\lambda^4+4}d\lambda \qquad (6)$$

Эта известная функция, которая в ряде случаев приложения нагрузки может быть записана в явном виде. Например, если нагрузкой на балку является сосредоточенная сила, приложенная в центральной части балки, то $P(\lambda)=\frac{1}{2}\beta Q$ и действительное значение функции прогибов будет иметь вид:

$$W_{\infty}(x)=\frac{Q}{8EJ\beta^3}e^{-x}(\cos x+\sin x) \qquad (7)$$

Обозначим далее ядро интегрального уравнения (5) через $K(x;t)$:

$$K(x,t)=\frac{2S^4}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\cos\lambda x\cos\lambda t}{(\lambda^4-2r^2\lambda^2+S^4)}d\lambda$$

С учетом этого интегральное уравнение (5) примет вид:

$$W(x)-\int_{0}^{a}\omega(t)K(x,t)dt=\omega_{\infty}(x) \qquad (8)$$

Продифференцировав выражение прогибов (8), получим выражения углов поворота, изгибающих моментов и поперечных сил.

Рассмотрен пример бесконечной балки, загруженной в центре сосредоточенной силой при двух размерах площадок на которых отсутствует основание *2a=1* и *2a=2*.

На основании изложенного алгоритма составлена программа в среде Delphi, а вывод графиков осуществлен с помощью системы AutoCAD.

Результаты численной реализации для рассмотренного примера приведены на рис.2 , рис.3 и табл.1, табл.2, где приведены эпюры прогибов и изгибающих моментов.

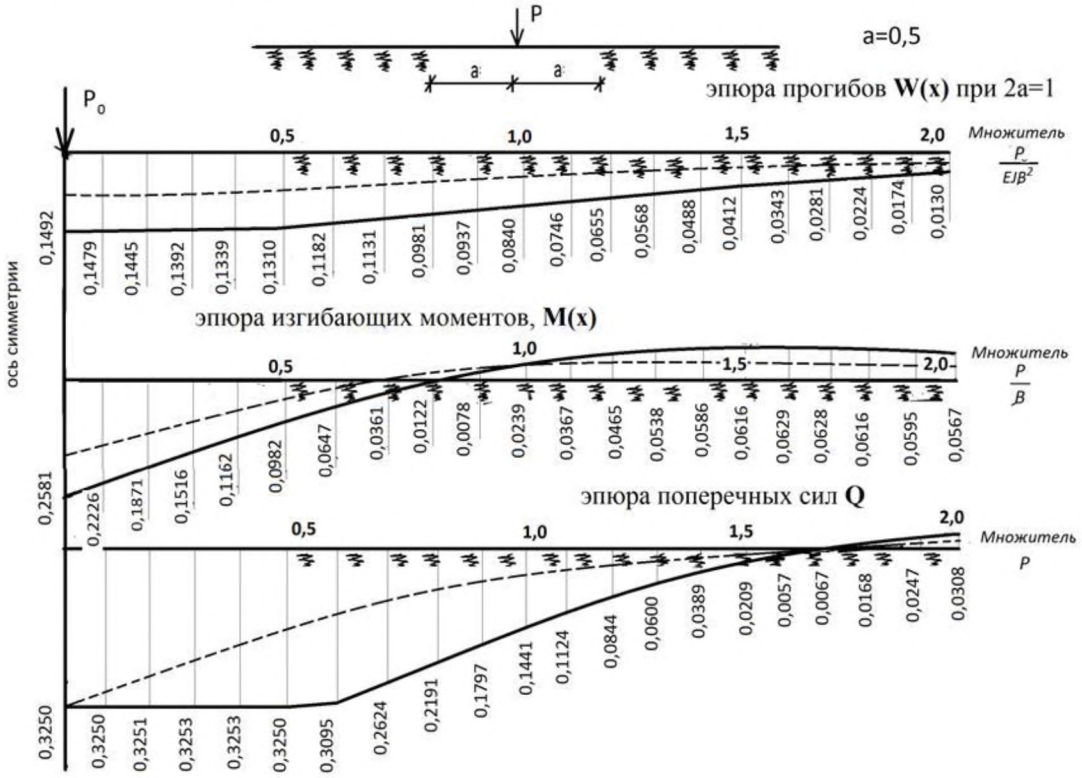

Рис.2 Эпюра прогибов *W(x),* изгибающих моментов *M(x)*и поперечных сил при *a=0,5* бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с одним участком неполного контакта с основанием

Таблица 1

Значения прогибов *W(x)* и изгибающих моментов *M(x)* при *a=0,5* бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с одним участком неполного контакта с основанием

Координаты	**Значения прогибов *W(x)*, при *a=0,5***	**Значения изгибающих моментов *M(x)*, при *a=0,5***
0.0	0.1492	0.2581
0.1	0.1479	0.2226
0.2	0.1445	0.1871
0.3	0.1392	0.1516
0.4	0.1379	0.1162
0.5	0.1310	0.0982
0.6	0.1182	0.0647
0.7	0.1131	0.0361
0.8	0.0981	0.0122
0.9	0.0937	0.0078
1.0	0.0840	0.0239
1.1	0.0746	0.0367
1.2	0.0655	0.0465
1.3	0.0568	0.0538
1.4	0.0488	0.0586
1.5	0.0412	0.0616
1.6	0.0343	0.0629
1.7	0.0281	0.0628
1.8	0.0224	0.0616
1.9	0.0174	0.0595
2.0	0.0130	0.0567

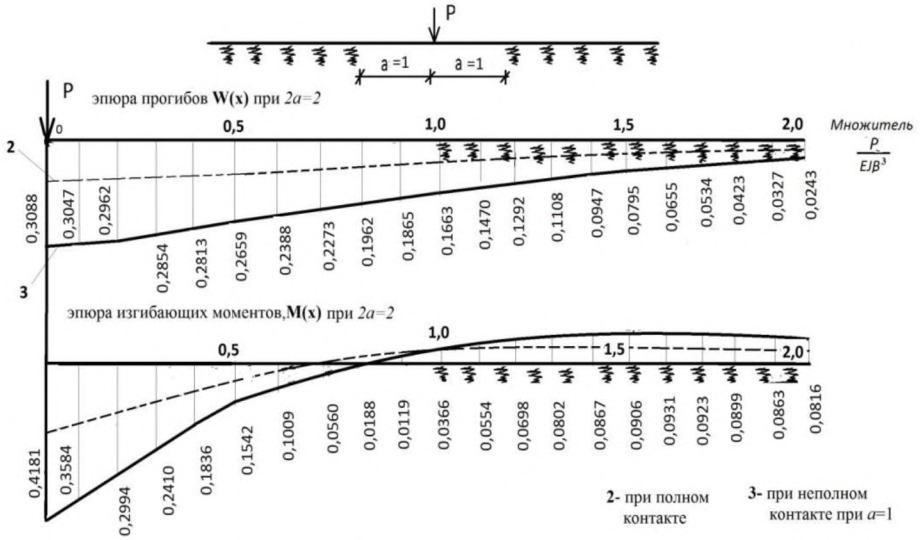

Рис.3 Эпюра прогибов *W(x),* изгибающих моментов *M(x)*и поперечных сил при *a=1* бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с одним участком неполного контакта с основанием

Таблица 2

Значения прогибов *W(x)* и изгибающих моментов *M(x)* при *a=1* бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с одним участком неполного контакта с основанием

Координаты	**Значения прогибов *W(x)*, при *a=1***	**Значения изгибающих моментов *M(x)*, при *a=1***
0.0	0.3088	0.4181

0.1	0.3047	0.3584
0.2	0.2962	0.2994
0.3	0.2854	0.2410
0.4	0.2813	0.1836
0.5	0.2659	0.1542
0.6	0.2388	0.1009
0.7	0.2273	0.0560
0.8	0.1962	0.0188
0.9	0.1865	0.0119
1.0	0.1663	0.0366
1.1	0.1470	0.0554
1.2	0.1292	0.0698
1.3	0.1108	0.0802
1.4	0.0947	0.0867
1.5	0.0795	0.0906
1.6	0.0655	0.0931
1.7	0.0534	0.0923
1.8	0.0423	0.0899
1.9	0.0327	0.0863
2.0	0.0243	0.0816

Выводы: Анализ полученных результатов показывает, что в случае отсутствия контакта с основанием под балкой размером *2a=2* (рис.3, табл.2) максимальное значение прогиба увеличивается в 2,07 раза, а изгибающего момента в 1,62 раза по сравнению со случаем отсутствия контакта с основанием под балкой размером *2a=1* (рис.2, табл.1). Отметим также, что в случае отсутствия контакта балки с основанием размером *2a=1* (рис.2, табл.1) максимальные значения прогибов увеличивается в 1,84 раза, а изгибающих моментов в 1,59 раза по сравнению с балкой полностью контактирующей с основанием (см. пунктирные линии на рис.2). В случае отсутствия контакта балки с основанием размером *2a=2* (рис.3, табл.2). Эти соотношения увеличиваются по прогибам в 3,8 раза и изгибающим моментом в 2,56 раза.

Список литературы

1. Маруфий А.Т. Расчет прямоугольной плиты на упругом основании/ А.Т. Маруфий, Н.Н. Леонтьев // Сборник трудов МИСИ Расчет пространственных конструкций.- М.-1983.-С.122-126.
2. Маруфий А.Т.Изгиб бесконечной балки на двухпараметрическом упругом основании с одним участком неполного контакта с основанием/ А.Т. Маруфий, Э.С. Рысбекова, А.А. Эгенбердиев .-Бишкек.- Вестник КГУСТА 2016.- №1.-С.252-256.
3. Маруфий А.Т.Математическое моделирование задач изгиба различных схем плит на деформируемом основании с особенностью в основании / А.Т. Маруфий, К.Т. Мансуров.- Бишкек.-2014.-Илим .-146с.
4. Травуш В.И. Метод обобщенных решений в задачах изгиба плит на линейно-деформируемом основании/ В.И. Травуш //Строительная механика и расчет сооружений.- 1982.-№1.-с.24-28.
5. Травуш В.И. Об одном методе решения задач изгиба конструкций, лежащих на винклеровском основании/ В.И. Травуш //Сб. трудов Вопросы архитектуры и строительства зданий для зрелищ, спорта и учреждений культуры.- М.-1976.-№4.-С.83-89